УДК 621.22.01

Л. М. ЛЮБЧИК, д-р техн. наук, проф., зав. каф. КМММ НТУ «ХПИ»,
С. А. ШПАТЕНКО, канд. техн. наук

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭНЕРГОРЫНКА МЕТОДОМ РАЗДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ

В статті пропонуються методика аналізу динамічних процесів у моделі енергоринку з урахуванням особливості стратегій ціноутворення. З використанням методу сингулярних збурень та розподілу рухів отримано рівняння повільних та швидких рухів.

В статье предлагается методика анализа динамических процессов в модели энергорынка с учетом особенностей стратегий ценообразования. С использованием метода сингулярных возмущений и разделения движений получены уравнения быстрых и медленных движений.

In the paper the method of dynamic processes in power market model is proposed taking into account the bidding strategies features. Using the singular perturbation and motion separation methods equations for both slow and fast motions are obtained.

Введение. Становление рынка электроэнергии является важнейшей составляющей развития экономики, поскольку энергетическая отрасль является основой устойчивого функционирования промышленного и коммунально-бытового сектора. Внедрение в отрасли рыночных отношений подразумевает экономическую самостоятельность субъектов энергорынка - генерирующих, распределительных и сбытовых компаний, а также потребителей. Особенностями энергорынка являются уникальность электроэнергии как продукта, для которого характерна единовременность процессов производства, передачи и потребления, а также принципиальная нескладируемость электроэнергии, вследствие чего участники энергорынка вынуждены сообща стремиться к поддержанию баланса в системе.

Создание ранка рынка электроэнергии подразумевает внедрение конкурентных отношений в электроэнергетике, основанных на договорных механизмах ценообразования. При этом используются как двусторонние договора купли-продажи электроэнергии по оговоренным сторонами ценам и объемам, так и механизмы конкурентного ценообразования, реализуемые на основе аукционов ценовых заявок покупателей и продавцов электроэнергии. В результате возникает балансирующий рынок электроэнергии, обеспечивающий оптимальное согласование потребностей производителей и потребителей с учетом изменяющегося спроса.

Исследование процессов, происходящих на энергорынке, возможно на основе методов математического моделирования с учетом характерных особенностей его функционирования [1,2]. В настоящей статье предлагается математическая модель энергорынка и анализируются процессы динамики изменения цен и объемов производства и потребления электроэнергии.

Постановка задачи анализа модели энергорынка. Рассматривается математическая модель энергорынка, состоящего из n_s поставщиков (supplier) - генерирующих компаний, характеризующихся текущим объемом производства электроэнергии $q_s^i(t)$, $i=\overline{1,n_s}$, и n_c компаний - потребителей (customer), характеризующихся объемом потребления электроэнергии $q_c^i(t), i=\overline{1,n_c}$, расходуемой на производство товаров и услуг.

Рассматриваемая модель основана на предположении, что темпы изменения объемов производства электроэнергии i-м поставщиком пропорциональны разности между доходом от реализации произведенной им электроэнергии и стоимости ее производства, а темпы изменения объемов потребления i-м потребителем пропорциональны разности между его доходом от реализации произведенных товаров и услуг и затратами на покупку необходимой для этого электроэнергии.

В соответствии с рыночным механизмом ценообразования предполагается, что скорость изменения цены пропорциональна разности между суммарным текущим объемом произведенной электроэнергии и суммарным объемом ее потребления.

Тогда рассматриваемая модель энергорынка может быть представлена в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
\dot q_s^i(t) &= -a_s^i q_s^i(t) - r_s^i + \pi(t)\cdot b_s^i q_s^i(t) + v_s^i, \quad i=\overline{1,n_s},\\
\dot q_c^i(t) &= a_c^i q_c^i(t) + r_c^i - \pi(t)\cdot b_c^i q_c^i(t) + v_c^i, \quad i=\overline{1,n_c},\\
\mu\dot\pi(t) &= \sigma(t) = \sum_{i=1}^{n_c} q_c^i(t) - \sum_{i=1}^{n_s} q_s^i(t) = Q_c(t) - Q_s(t),
\end{aligned} \tag{1}$$

где $a_s^i q_s^i(t) + r_s^i$ - текущая стоимость производства i-м поставщиком;

$a_c^i q_c^i(t) + r_c^i$ - текущий доход i-го потребителя;

$\pi(t)$ - текущая рыночная цена электроэнергии;

v_s^i, v_s^i - инвестиции в расширение производства и потребления;

μ - коэффициент релаксации рынка, характеризующий скорость реакции цены на дисбаланс спроса и предложения.

Приведенная модель ценообразования является очевидной идеализацией реальных процессов. Значительно более реалистичной является модель стратегии ценообразования, учитывающая реакцию изменения цены не только на дисбаланс спроса и предложения, но и на скорость его изменения, а также инерционность ценовой динамики. Примем указанную модель в виде:

$$\mu[\tau\cdot\ddot\pi(t) + \dot\pi(t)] = T\cdot\dot\sigma(q(t)) + \sigma(q(t)), \tag{2}$$

где T, τ - постоянные времени динамической модели ценообразования.

Представим уравнения (1), (2) в эквивалентной матричной форме:

$$
\begin{aligned}
&\dot{q}_s(t) = -A_s q_s(t) + \pi(t) \cdot B_s q_s(t) + d_s, \\
&\dot{q}_c(t) = \ \ A_c q_d(t) - \pi(t) \cdot B_c q_c(t) + d_c, \\
&\mu[\tau \cdot \ddot{\pi}(t) + \dot{\pi}(t)] = T \cdot \dot{\sigma}(q(t)) + \sigma(q(t)),
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где $d_s = v_s - r_s$, $d_c = v_c + r_c$, $\sigma(q(t)) = e_d^{\mathrm{T}} q_d(t) - e_s^{\mathrm{T}} q_s(t)$.

Анализ модели (3), включающий в себя построение переходных и установившихся процессов, вызывает существенные затруднения в связи с ее нелинейным характером и наличием так называемых разнотемповых движений, обусловленных тем, что изменение объемов производства электроэнергии в условиях конкуренции обычно более инерционно по сравнению с динамикой изменения цены. В этой связи проведем анализ модели (3) методом сингулярных возмущений в предположении, что $\mu << 1$.

Анализ быстрых и медленных движений. В соответствии с методикой разделения движений [3] рассмотрим медленные процессы изменения объемов производства и потребления электроэнергии и цены $\overline{q}_s(t)$, $\overline{q}_c(t), \overline{\pi}(t)$, описываемые уравнениями порождающей задачи при $\mu = 0$, и быстрые движения изменения отклонений цены $\tilde{\pi}(t)$.

Уравнения медленных движений в матричной форме имеют вид:

$$
\begin{aligned}
&\dot{\overline{q}}(t) = [A + \overline{\pi}(\overline{q}(t)) \cdot B] \cdot \overline{q}(t) + d, \\
&A = \begin{pmatrix} -A_s & 0 \\ 0 & A_d \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} B_s & 0 \\ 0 & -B_d \end{pmatrix}, \ q^{\mathrm{T}} = (q_s^{\mathrm{T}}, q_c^{\mathrm{T}}), \ d^{\mathrm{T}} = (d_s^{\mathrm{T}}, d_c^{\mathrm{T}}).
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Медленные процессы, описываемые уравнением (4), соответствуют движению по нестационарному инвариантному многообразию вида:

$$T \cdot \dot{\sigma}(\overline{q}(t)) + \sigma(\overline{q}(t)) = 0, \tag{5}$$

что имеет место при изменении медленной составляющей цены по закону:

$$\overline{\pi}(t) = (b^{\mathrm{T}} \overline{q}(t))^{-1} \cdot (a^{\mathrm{T}} \overline{q}(t) + T^{-1} \cdot \overline{e}^{\mathrm{T}} \overline{q}(t) + \delta), \tag{6}$$

где $a^{\mathrm{T}} = (e_s^{\mathrm{T}} A_s, e_c^{\mathrm{T}} A_c)$, $b^{\mathrm{T}} = (e_s^{\mathrm{T}} B_s, e_c^{\mathrm{T}} B_c)$, $\delta = e_c^{\mathrm{T}} d_c - e_s^{\mathrm{T}} d_s$, $\overline{e}^{\mathrm{T}} = (-e_s^{\mathrm{T}}, e_c^{\mathrm{T}})$, $e_s^{\mathrm{T}}, e_c^{\mathrm{T}}$ - единичные векторы соответствующих размерностей.

Очевидно, что при $v_s^i > r_s^i$, $i = \overline{1, n_s}$, оператор системы (4) является внедиагонально положительным, вследствие чего ее решения лежат в конусе $\mathbf{R}_+^{n_s + n_c}$ и являются вектор-функциями с положительными компонентами [4].

В установившемся режиме имеет место предельное балансное соотношение $\sigma(\overline{q}) = 0$, соответствующее равенству суммарных объемов производства и потребления $\overline{Q}_s = \overline{Q}_c$, при этом установившееся значение цены определяется формулой $\overline{\pi} = (b^{\mathrm{T}} \overline{q})^{-1} \cdot (a^{\mathrm{T}} \overline{q} + \delta)$.

Соответствующие установившиеся значения объемов производства и потребления могут быть найдены из системы алгебраических уравнений

$$[(b^{\mathrm{T}} \overline{q}) \cdot A + (a^{\mathrm{T}} \overline{q} + \delta) \cdot B + db^{\mathrm{T}}] \cdot \overline{q} = 0, \tag{7}$$

для решения которой может быть использована вычислительная процедура:

$$
\begin{aligned}
&q_{k+1} = -[\beta(q_k) \cdot A + \alpha(q_k) \cdot B]^{-1} [\delta B_k + \beta(q_k) d], \\
&\alpha(q_k) = a^{\mathrm{T}} q_k, \ \beta(q_k) = b^{\mathrm{T}} q_k, \ q_0 > 0.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Нетрудно убедиться, что быстрая составляющая процесса изменения цены описывается дифференциальным уравнением

$$\tau \ddot{\tilde{\pi}}(t) + \dot{\tilde{\pi}}(t) + \mu^{-1} T (b^{\mathrm{T}} \overline{q}(t)) \cdot \tilde{\pi}(t) = \mu^{-1} [\overline{e}^{\mathrm{T}} \overline{q}(t) + T(a^{\mathrm{T}} \overline{q}(t)) + T \cdot \delta] \tag{7}$$

и является устойчивой, вследствие чего многообразие (5) является притягивающим, что гарантирует выполнение балансного условия $\sigma(\overline{q}) = 0$.

Заключение. Предложенный подход, основанный на использовании сингулярно- возмущенных моделей, позволяет существенно упростить анализ переходных и установившихся процессов в динамических моделях энергорынка и получить уравнения для равновесных цен и объемов производства и потребления электроэнергии. При этом возникает возможность постановки и решения задачи оптимизации инвестиций и стратегии ценообразования из условия обеспечения заданного качества переходных и установившихся процессов производства и потребления электроэнергии в условиях изменяющегося спроса. Дальнейшие исследования должны быть направлены на установление условий устойчивости уравнений медленных движений и построение областей устойчивости в пространстве параметров модели, а также на нахождение условий разрешимости уравнений для установившихся режимов.

Список литературы: ***1.*** *David A. K., Wen F.* Strategic Bidding in Competitive Electricity Markets: A Literature Survey // Proceedings of IEEE Power Engineering Society. - 2000 Summer Meeting, Seattle, USA, July 15-20. - 2000. - Pp. 124-128. ***2.*** *Ni E., Luh P. B., Rourke S.* Optimal integrated generation bidding and scheduling with risk management under a deregulated power market // IEEE Transactions on Power Systems. - Vol. 19. - No. 1. - 2004. - Pp. 56-64. ***3.*** *Воронов А. А.* Введение в динамику сложных управляемых систем.– М.: Наука, 1985. - 352 с. ***4.*** *Опойцев В. И.* Нелинейная системостатика. - М.: Наука, 1986.- 248 с.

Поступила в редколлегию 23.03.09