

**В.Б.УСПЕНСКИЙ**, канд. техн. наук, доцент НТУ «ХПИ»,  
**А.В.ГУДЗЕНКО**, студент НТУ «ХПИ»

**АНАЛИЗ НАБЛЮДАЕМОСТИ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ  
ОРИЕНТАЦИЕЙ КОСМИЧЕСКОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО  
АППАРАТА С ПРИСОЕДИНЕННЫМИ УПРУГИМИ  
ЭЛЕМЕНТАМИ**

Проведено аналіз спостережності в задачі управління орієнтацією КЛА з приєднаними пружними елементами. Розроблено та перевірено нову чисельну методику аналізу спостережності системи.

Проведен анализ наблюдаемости в задаче управление ориентацией КЛА с присоединенными упругими элементами. Разработана и проверена новая численная методика анализа наблюдаемости системы.

It was carried out the analysis of observability in the task of the spacecraft orientation control with supplemented elastic elements. It was devised and checked a new numeral methodology of observability system analysis.

В настоящее время к системам управления ориентацией космических летательных аппаратов (КЛА) предъявляются чрезвычайно высокие требования по точности переориентации и стабилизации углового положения [1]. Для удовлетворения таким требованиям в законах управления ориентацией желательно учитывать влияние упругих элементов на динамику центрального ядра аппарата. Одним из способов такого учета является реализация в бортовом вычислителе алгоритмов наблюдающего устройства [2] или фильтра Калмана. Назначением этих алгоритмов является получение сглаженных оценок угловой скорости ядра и оценок состояния упругих элементов по измерениям, осуществляемым датчиками угловой скорости (ДУС), расположенными на центральном ядре.

Необходимым условием эффективной работы алгоритмов оценивания является наблюдаемость переменных вектора состояния, в том числе и характеризующих колебания упругих элементов. Учитывая сложность математической модели современного КЛА с упругими элементами [3] проанализировать наблюдаемость полного вектора состояния не представляется возможным. В данной статье проводится такой анализ для упрощенной модели по специально разработанной методике. На основании полученных результатов сделаны обобщающие выводы, которые могут быть полезными при анализе и синтезе систем управления ориентацией современных КЛА.

Рассматривается одноосное вращения КЛА, представляющего собой жесткое центральное ядро с двумя парами симметрично присоединенных упругих элементов в виде однородных стержней с консольной заделкой [4].

Динамические уравнения имеют вид:

$$\begin{cases} I \dot{\omega} + L \ddot{x} = \bar{M}_y \\ \ddot{x} + K \dot{x} + Cx = Q \dot{\omega} \end{cases}, \quad (1)$$

где  $x$  – двухмерный вектор деформации упругих элементов;

$\omega$  – угловая скорость;

$I$  – осевой момент инерции;

$L$  – матрица влияния упругих элементов на динамику жесткого ядра;

$M_y$  – управляющий момент;

$K$  – матрица коэффициентов демпфирования;

$C$  – матрица квадратов собственных частот колебаний;

$Q$  – матрица влияния движения жесткого ядра на динамику упругих элементов.

Измерением в данной задаче является угловая скорость  $\omega$ .

Для анализа наблюдаемости вектора состояния, представляющего собой

вектор  $y = (\omega; \dot{x}_1; \dot{x}_2)$ , воспользуемся известным критерием [5], в соответствии с которым система будет вполне наблюдаемой, если ранг матрицы наблюдаемости

$$Q_n = (P^T \quad A^T P^T \quad A^{2T} P^T \quad \dots \quad A^{(n-1)T} P^T), \quad (2)$$

в которой  $P$  – матрица измерений,  $A$  – матрица системы (1), приведенной к форме Коши, равен  $n$  - размерности вектора состояния.

Наблюдаемость вектора состояния, вообще говоря, - это структурное свойство системы, поэтому его анализ желательнее проводить в аналитическом виде. Однако получить аналитические выражения для миноров матрицы наблюдаемости в системах высокого порядка оказывается затруднительным. Поэтому предлагается численная методика анализа параметрической наблюдаемости, применимая, вообще говоря, для задач любой размерности. Она состоит в вычислении и сравнении с нулем всех миноров матрицы  $Q_n$ . Корректность использования численной методики обусловлена тем очевидным фактом, что если при каком-либо наборе параметров вектор состояния наблюдаем, то система структурно наблюдаема. Недостатком численной методики является неопределенность «вычислительного нуля», и это усложняет анализ ранга матрицы  $Q_n$ . Для

преодоления указанного недостатка предлагается следующая процедура, изложенная на примере рассматриваемой задачи.

Исследуется зависимость наблюдаемости вектора состояния от параметров упругих элементов. С этой целью все параметры упругих элементов, кроме одного, фиксируются, и численно строится зависимость миноров матрицы  $Q_n$  от варьируемого параметра. По поведению этой зависимости можно сделать вывод о параметрической наблюдаемости вектора состояния и, что важно для последующего решения задачи оценивания, о степени наблюдаемости в зависимости от варьируемого параметра системы.

Опишем стратегию вычислительного эксперимента. Вначале примем все одноименные параметры упругих элементов равными. В этом случае аналитически нетрудно показать, что переменные  $x_1, x_2$ , равно как и  $\dot{x}_1, \dot{x}_2$ , неразделимы с точки зрения влияния на жесткое ядро и, следовательно, система не вполне наблюдаема. Для определения параметров упругих элементов, существенно влияющих на наблюдаемость, примем равными все одноименные параметры упругих элементов, кроме одного. Вычисляя определитель матрицы наблюдаемости в зависимости от варьируемого параметра, делаем вывод о влиянии этого параметра на наблюдаемость системы. Перебирая в качестве варьируемых все параметры первого упругого элемента, выявляем те, которые влияют на наблюдаемость наиболее существенно.

В результате вычислительного эксперимента установлено:

- при варьировании собственной частоты первого упругого элемента система всегда наблюдаема, за исключением нулевой частоты и частоты, совпадающей с собственной частотой второго упругого элемента. В указанных случаях определитель матрицы наблюдаемости принимает значение «вычислительного нуля» (рис.1);
- при варьировании коэффициента демпфирования первого упругого элемента система всегда наблюдаема, за исключением значения, совпадающего с одноименным параметром второго упругого элемента. В последнем случае определитель матрицы наблюдаемости близок к нулю (рис.2);
- система остается ненаблюдаемой при варьировании параметров взаимовлияния жесткого ядра и упругих элементов при равенстве прочих параметров упругих элементов. Определитель матрицы  $Q_n$  остается в окрестностях «вычислительного нуля» (рис.3,4). Точки «А» на рисунках соответствуют случаю параметрической эквивалентности упругих элементов, для которого аналитически доказана ненаблюдаемость системы, и дают представление о величине «вычислительного нуля».

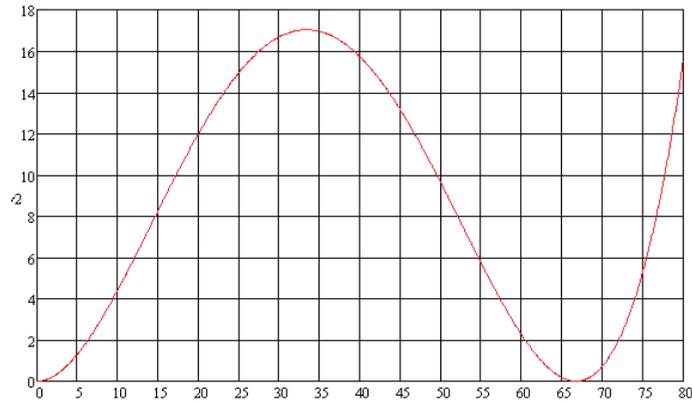


Рис. 1. Зависимость определителя матрицы  $Q_n$  от квадрата собственной частоты первого упругого элемента

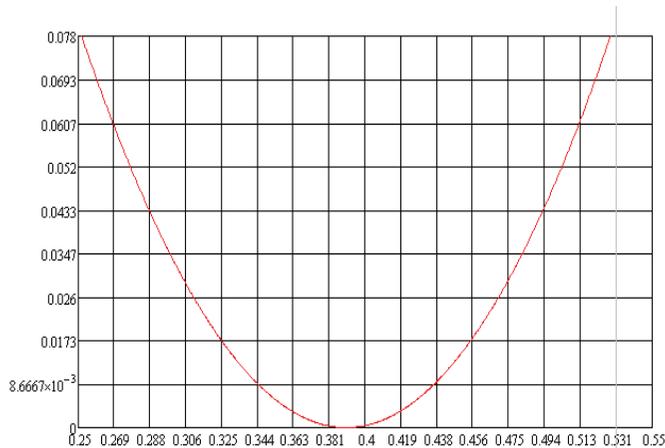


Рис. 2. Зависимость определителя матрицы  $Q_n$  от коэффициента демпфирования первого упругого элемента

Таким образом, численный анализ наблюдаемости рассматриваемой системы одноосного вращения КЛА с двумя присоединенными упругими элементами позволяет сделать следующие выводы:

- пятимерный вектор состояния системы вполне наблюдаем по измерениям угловой скорости, если упругие элементы различаются собственными частотами или коэффициентами демпфирования;
- чем существеннее различаются упругие элементы по указанным параметрам, тем больше определитель матрицы наблюдаемости и,

следовательно, выше степень наблюдаемости. Различие собственных частот существенно влияют на степень наблюдаемости, чем коэффициент демпфирования;

- свойство наблюдаемости системы инвариантно к параметрам взаимовлияния упругих элементов и жесткого ядра;
- по значению определителя матрицы наблюдаемости при варьировании параметров взаимовлияния упругих элементов и жесткого ядра можно судить о значении «вычислительного нуля».

Для подтверждения полученных результатов синтезировано наблюдающее устройство и проведено моделирование процесса оценивания вектора состояния упругих элементов

$z = (x_1; \dot{x}_1; x_2; \dot{x}_2)$  по измерениям угловой скорости ядра. Результаты моделирования представлены на рис. 5.

На рис. 5 представлены графики изменения ошибки одной переменной состояния от времени для различных значений собственных частот. Кривая №1 соответствует собственной частоте, для которой были рассчитаны значения коэффициентов для наблюдающего устройства, поэтому она имеет наименьшее время переходного процесса. Кривые №2 и №3 имеют меньшее и большее значения на 10% соответственно при тех же значениях коэффициентов для наблюдающего устройства. Видно, что переходный процесс так же стабилизируется, но за большее время.

Следовательно, для условий приближенных к реальным, в которых значения коэффициентов точно не известно, использование наблюдающего устройства позволяет эффективно оценивать вектор состояния.

Результаты для остальных переменных вектора состояния оказываются аналогичными.

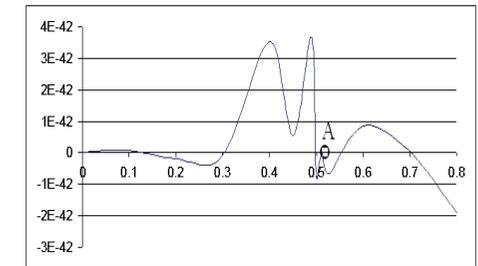


Рис. 3. Зависимость определителя матрицы  $Q_n$  от параметра влияния первого упругого элемента на жесткое ядро

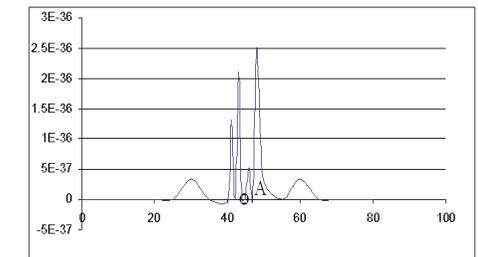


Рис. 4. Зависимость определителя матрицы  $Q_n$  от параметра влияния движения жесткого ядра на динамику первого упругого элемента

Результаты моделирования, представленные на рис. 5, подтверждают теоретические выводы. Это следует из того, что ошибка оценивания вектора состояния упругих элементов стремится к нулю.

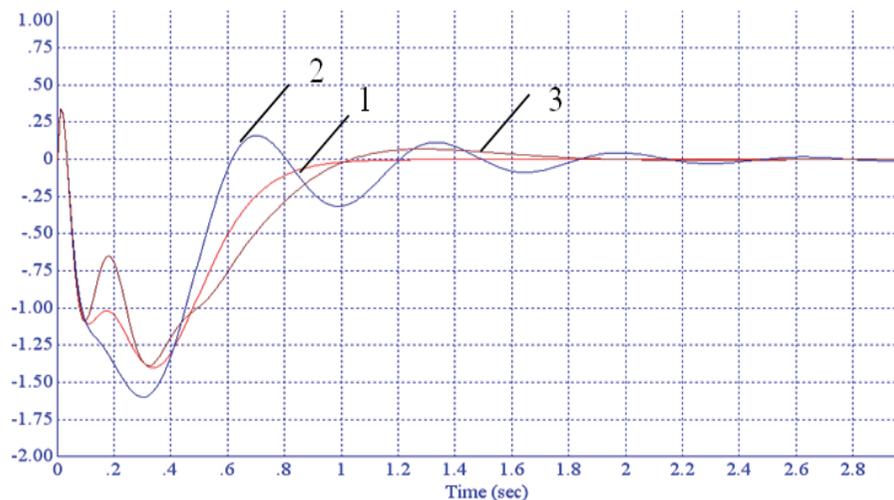


Рис. 5. Зависимость ошибки наблюдения переменной  $x_1$  от времени для разных значений собственных частот

Из полученных выше результатов можно сделать вывод, что исходная система является наблюдаемой, если есть существенное различие в квадратах собственных частот или коэффициентах демпфирования. Если же эти коэффициенты одинаковы или близки, то упругие элементы разделить нельзя и, следовательно, система не наблюдаема. Синтезированное на основе этих выводов наблюдающее устройство подтвердило эти результаты.

**Список литературы:** 1. Сорокин А.В., Бакиев Н.И. и др. Гироплатформа системы ориентации космического аппарата «Ресурс-ДК» // Труды IX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. – 27-29 мая 2002. – С. 268–274. 2. Леднев Г.Я. система ориентации деформируемого космического аппарата с динамическим фильтром // Косм. исслед. – 1990. – 28, №3. – С. 329–335. 3. Успенский В.Б., Асютин А.Д. Разработка вычислительной модели вращения упругого КЛА, управляемого с помощью гироскопов // Вестник НТУ «ХПИ». Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Системный анализ, управление и информационные технологии». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2007. – № 18. – С. 105–110. 4. Дегтярев Г.Л., Сиразетдинов Т.К. Теоретические основы оптимального управления упругими космическими аппаратами. – М.: Машиностроение. – 1986. – 216 с. 5. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: «Машиностроение», 1976. – 184 с.

Поступила в редколлегию 20.03.09