УДК 621.396

И. А. БАГМУТ, ассистент кафедры СПУ НТУ «ХПИ»

К ВОПРОСУ О МЕРЕ НАБЛЮДАЕМОСТИ

Розглянуто основні відомі кількісні характеристики спостережуваності. Уведено дві нові кількісні характеристики, що дозволяють судити про ступінь спостережуваності координат вектора стану досліджуваної системи. Проаналізовано використання уведених кількісних характеристик спостережуваності на прикладі дослідження спрощеної моделі помилок автономної навігації в горизонтальній площині, а також проведене порівняння розглянутих мір спостережуваності.

Рассмотрены основные известные количественные характеристики наблюдаемости. Введены две новые количественные характеристики, позволяющие судить о степени наблюдаемости координат вектора состояния исследуемой системы. Проанализировано использование введенных количественных характеристик наблюдаемости на примере исследования упрощенной модели ошибок автономной навигации в горизонтальной плоскости, а также проведено сравнение рассмотренных мер наблюдаемости.

The main known quantitative performances of an observability surveyed. Two new quantitative performances are injected, permitting to judge extent of an observability of coordinates of state vector of a researched system. Use of injected quantitative performances of an observability on an instance of research of the simplified model of errors of autonomous horizontal plane navigation is analyzed, and also comparison of the surveyed measures of an observability is carried out.

Введение. Наблюдаемость координат вектора состояния системы является необходимым условием для их эффективной оценки [1]. Поэтому перед синтезом оценивающего устройства, например, наблюдающего устройства идентификации [2] или фильтра Калмана (ФК) [2], необходимо исследовать систему на наблюдаемость. Для этого можно воспользоваться известными критериями, основанными на построении и анализе так называемой матрицы наблюдаемости системы [3], например критерием Калмана в случае линейной стационарной системы, локальным и интегральным критериями для линейной нестационарной системы. Если система вполне наблюдаема, можно приступить к построению устройства оценивания. В противном случае необходимо выявить ненаблюдаемые координаты, например с помощью методов, рассмотренных в [4, 5]. Далее если ненаблюдаемые координаты являются обнаруживаемыми [6, 7], то также можно приступить к синтезу оценивающего устройства. Если же ненаблюдаемые координаты не являются обнаруживаемыми и априори в целом существенно влияют на ошибку оценки вектора состояния системы, нужно модифицировать систему, например, расширив ее вектор измерения. Иначе, можно выполнить редукцию устройства оценивания, исключив из его вектора состояния ненаблюдаемые координаты, тем самым, повысив эффективность оценки остальных координат [1]. Однако на практике между слабо наблюдаемыми и ненаблюдаемыми координатами практически нет

разницы [1]. Также не всегда можно заранее определить, какие именно координаты будут в целом сильно или слабо влиять на точность оценивания вектора состояния системы. В этих условиях становится актуальной проблема определения слабо и хорошо наблюдаемых координат. Непосредственное использование указанных критериев наблюдаемости не решает данную проблему. Для этого необходимо вначале формализовать понятия “хорошо наблюдаемая координата”, “слабо наблюдаемая координата” и т.п. Для этого нужно ввести соответствующую количественную характеристику наблюдаемости. Такую характеристику называют мерой наблюдаемости [1, 8, 9]. Используя такую меру, можно определить слабо и хорошо наблюдаемые координаты и принять решение о реструктуризации системы для повышения эффективности оценивания ее вектора состояния.

Анализ последних исследований и публикаций. Определение того, каким образом мера должна количественно характеризовать наблюдаемость системы или отдельной компоненты вектора ее состояния является нетривиальной задачей. Поэтому существуют различные подходы к ее решению. В работах [1, 8, 9] описаны характеристики, позволяющие количественно судить о наблюдаемости компонент вектора состояния исследуемой системы.

Постановка задачи. Решаемой в работе задачей является введение и обоснование двух новых количественных характеристик наблюдаемости и сравнение их с известными [1, 8, 9].

Изложение материала. Задача наблюдения формулируется следующим образом [4]. Рассматривается линейная система, функционирование которой подчиняется следующим уравнениям:

$$\dot{\bar{x}} = A(t) \cdot \bar{x} \,, \tag{1}$$

$$\bar{z} = H(t) \cdot \bar{x} \,, \tag{2}$$

где $\bar{x}$ – n-мерный вектор состояния системы, $A(t)$ – матрица динамики системы размера $n \times n$, $\bar{z}$ – m-мерный вектор измерений, $H(t)$ – матрица связи (измерения) размера $m \times n$.

Необходимо оценить вектор состояния системы $\bar{x}$, на основе измерения $\bar{z}$. В нашем случае на основании структуры и значений матриц $A(t)$ и $H(t)$ необходимо выявить слабо и хорошо наблюдаемые (оцениваемые) координаты вектора $\bar{x}$. Рассмотрим сначала уже некоторые существующие количественные характеристики наблюдаемости, которые можно использовать для решения данной задачи.

Детерминированная мера наблюдаемости. Данная мера введена Н. А. Парусниковым и его соавторами [9]. Для простоты предположим, что исследуемая система, задаваемая уравнениями (1), (2) является стационарной, а также имеет скалярный выход. В этом случае уравнение (2) примет вид

$$z = H \cdot \bar{x} ,$$

где $\bar{x}$ – n-мерный вектор состояния системы, z – скалярное измерение, H – матрица-строка измерения системы размером $1 \times n$.

Введем векторы $\bar{a}_1 = H^T$, $\bar{a}_2 = A^T \cdot \bar{a}_1, \ldots,$ $\bar{a}_n = A^T \cdot \bar{a}_{n-1}$. Выполним рекуррентную процедуру ортогонализации Грамма-Шмидта, согласно которой векторы $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2, \ldots, \bar{a}_n$ последовательно преобразуются в векторы $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2, \ldots, \bar{u}_j, \ldots$ такие, что:

$$\left|\bar{u}_j\right| = 1 \text{ при } \bar{u}_j \neq 0 ;\ \bar{u}_j \perp \bar{u}_{j-1} \perp \ldots \perp \bar{u} ,$$

$$\bar{u}_1 = \bar{a}_1 / \left|\bar{a}_1\right| ,\ \bar{u}_{j+1} = (\bar{a}_{j+1} - \bar{a}^*_{j+1}) / \left|\bar{a}_{j+1} - \bar{a}^*_{j+1}\right| ,$$

где $\bar{a}^*_{j+1} = \sum_k^j \left(\bar{a}^T_{j+1} \cdot \bar{u}_k\right) \cdot \bar{u}_k$.

При этом если в процессе ортогонализации величина $\left|\bar{a}_{j+1} - \bar{a}^*_{j+1}\right|$ оказывается равной нулю, данный процесс заканчивается, и набор векторов $\left\{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \ldots, \bar{u}_j\right\}$ будет представлять базис наблюдаемого подпространства системы. Далее введем замену переменных:

$$\bar{y} = U \cdot \bar{x} ,\ \dot{\bar{y}} = F \cdot \bar{y} ,\ z = y_1 ,$$

где $U = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & \ldots & u_j \end{pmatrix}^T$, ($j \leq n$).

Матрица $F = U \cdot A \cdot U^{-1}$ имеет квазитреугольную форму. Абсолютные значения элементов $f_{k-1,k}$ ($k = \overline{2, j}$) верхней квазидиагонали данной матрицы и представляют меру наблюдаемости k-х координат вектора y :

$$\mu_k = \left|f_{k-1,k}\right| . \tag{3}$$

Здесь μ_k – мера наблюдаемости координаты y_k .

Аддитивная погрешность в измерении z входит в ошибку оценки y_k с множителем обратно пропорциональным величине μ_k [9]. На основании этого можно сделать вывод, что k-я координата вектора y является слабо наблюдаемой, если $\mu_k << 1$ и хорошо наблюдаемой в противном случае.

Далее, учитывая взаимосвязь $\bar{y} = U \cdot \bar{x}$, можно судить о степени наблюдаемости координат вектора $\bar{x}$.

Стохастическая мера наблюдаемости. Данная мера также введена Н. А. Парусниковым и его соавторами [8]. Мера задается так:

$$\mu_i = 1 - \sqrt{\frac{p^+{}_i}{p^-{}_i}} , \tag{4}$$

где μ_i – мера наблюдаемости i-й координаты вектора состояния системы, $p^+{}_i$ и $p^-{}_i$ – соответственно апостериорная и априорная дисперсии оценки i-й координаты.

В случае использования для оценивания ФК, данные дисперсии представляют диагональные элементы соответственно апостериорной и априорной корреляционных матриц ошибок. Хорошо наблюдаемым координатам вектора состояния системы соответствуют значения данной меры близкие к 1, плохо наблюдаемым – значения близкие к 0.

Мера наблюдаемости, ориентированная на реализацию процесса оценки состояния системы с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Данная количественная характеристика наблюдаемости рассмотрена Д. В. Лебедевым и А. И. Ткаченко [1].

Система нормальных уравнений МНК относительно координат вектора текущего состояния системы (1), (2) имеет вид:

$$\bar{y}(t_j) = B(t_j) \cdot \bar{x}(t_j) , \tag{5}$$

где $t_j = j \cdot \Delta t$ ($j = 0,1,2\ldots$) – дискретное время, $B(t_j)$ – симметрическая матрица размера $n \times n$, $\bar{y}(t_j) \in R^n$.

Формирование системы (5) включает этап прогноза

$$B(t_{j+1}) = F^T(t_j, t_{j+1}) \cdot B(t_j) \cdot F(t_j, t_{j+1}) ,$$

$$\bar{y}(t_{j+1}) = F^T(t_j, t_{j+1}) \cdot \bar{y}(t_j) ,$$

$$\bar{x}(t_{j+1}) = B^{-1}(t_{j+1}) \cdot y(t_{j+1}) ,$$

и этап обработки измерений:

$$B^+ = B^- + H^T \cdot W^2 \cdot H ,\ \bar{y}^+ = \bar{y}^- + H^T \cdot W \cdot \bar{z} .$$

Здесь $F(t, t_j)$ – фундаментальная матрица решений системы (1), (2), W – некоторая невырожденная весовая матрица [1], верхние индексы “–” и “+“

обозначают значения B и $\bar{y}$ соответственно до и после обработки очередного измерения.

Матрицу $B(t_j)$ можно представить в виде

$$B(t_j) = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \cdot \bar{u}_k \cdot \bar{u}_k^T, \tag{6}$$

где $\lambda_k > 0$ $(k = \overline{1,n})$ – собственные значения матрицы $B(t_j)$, $\bar{u}_k = [u_{k1}, u_{k2}, ..., u_{kn}]^T$ – соответствующие им ортонормированные собственные векторы этой матрицы.

Взаимосвязь ошибки оценивания вектора $\bar{x}$ – $\delta\bar{x}$ и ошибки формирования вектора $\bar{y}$ – $\delta\bar{y}$, вызванной погрешностями измерений в момент времени t_j в первом приближении можно представить

$$B(t_j) \cdot (\bar{x} + \delta\bar{x}) = \bar{y}(t_j) + \delta\bar{y}. \tag{7}$$

На основании (6) и (7) можно записать:

$$\bar{x}(t_j) = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k^{-1} \cdot \bar{u}_k \cdot \bar{u}_k^T \cdot \bar{y}(t_j), \; \delta\bar{x}(t_j) = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k^{-1} \cdot \bar{u}_k \cdot \bar{u}_k^T \cdot \delta\bar{y}. \tag{8}$$

Из (8) видно, что координата x_j вектора $\bar{x}$, удовлетворяющего уравнению (5), плохо оцениваема в том и только в том случае, если найдется такое i $(1 \le i \le n)$, что $\lambda_i^{-1} \cdot |u_{ij}| >> 1$. Таким образом, в качестве меры наблюдаемости j-й координаты вектора $\bar{x}$ системы (1), (2) можно использовать следующую величину:

$$\mu_j = \max_i \left(\lambda_i^{-1} \cdot |u_{ij}|\right), \; i = \overline{1,n}. \tag{9}$$

Если $\mu_j >> 1$, то координата x_j плохо наблюдаема, иначе – хорошо наблюдаема.

В данной статье предлагаются две новые количественные характеристики наблюдаемости. Рассмотрим их, полагая систему (1), (2) нестационарной. В начале рассмотрим случай, когда размерность n вектора состояния $\bar{x}$ и размерность m вектора измерения $\bar{z}$ совпадают, т.е. $m = n$. В этом случае если матрица измерения $H(t)$ в некоторый момент времени t является невырожденной, то из (2) однозначно находится вектор состояния:

$$\bar{x} = H^{-1}(t) \cdot \bar{z}.$$

На практике, как правило, имеют место случаи, когда $m < n$, т.е. в некоторый момент времени t нельзя однозначно определить вектор $\bar{x}$ из-за недостатка данных. В этих условиях естественно расширить используемую информацию за счет измерений более чем в один момент времени, что аналогично построению следующей системы уравнений:

$$\bar{z} = \Pi_0 \cdot \bar{x}, \; \dot{\bar{z}} = \left(\Pi_0 \cdot A + \dot{\Pi}_0\right) \cdot \bar{x}, \; \ldots, \; \bar{z}^{(n-1)} = \left(\Pi_{n-2} \cdot A + \dot{\Pi}_{n-2}\right) \cdot \bar{x}. \tag{10}$$

Здесь $\Pi_k = \Pi_{k-1} \cdot A(t) + \dot{\Pi}_{k-1}$, $k = \overline{1, n-1}$.

Система (10) составлена из $m \cdot n$-уравнений относительно n неизвестных координат вектора $\bar{x}$. Ее обобщенное решение [10]:

$$\bar{x} = M^+ \cdot \bar{z}', \tag{11}$$

где $\bar{z}' = \left(\bar{z}^T \quad \dot{\bar{z}}^T \quad \ldots \quad \left(\bar{z}^{(n-1)}\right)^T\right)^T$, $\mathrm{M} = \left[\Pi_0^T \quad \Pi_1^T \quad \ldots \quad \Pi_{n-1}^T\right]^T$, M^+ – псевдообратная матрица для матрицы M:

$$M^+ = \left(M^T \cdot M\right)^{-1} \cdot M^T. \tag{12}$$

Поскольку

$$\left(M^T \cdot M\right)^{-1} = \frac{\left[\left(M^T \cdot M\right)^*\right]^T}{\det\left(M^T \cdot M\right)}, \tag{13}$$

где символ “*” – означает вычисление присоединенной матрицы, то для ошибки определения вектора $\bar{x}$ можно записать:

$$\delta\bar{x} = M^+ \cdot \delta\bar{z}' = \frac{\left[\left(M^T \cdot M\right)^*\right]^T \cdot M^T}{\det\left(M^T \cdot M\right)} \cdot \delta\bar{z}'. \tag{14}$$

Здесь $\delta\bar{x}$ – ошибка определения вектора $\bar{x}$; $\delta\bar{z}'$ – ошибка формирования вектора $\bar{z}'$, связанная с погрешностями измерений.

Таким образом, если $\det\left(M^T \cdot M\right) << 1$, то малая ошибка $\delta\bar{z}'$ приведет к большой ошибке оценивания какой-то из координат вектора состояния $\bar{x}$. В этом случае можно говорить о слабой наблюдаемости такой координаты [1].

Параметр

$$\mu = \det\left(M^T \cdot M\right) \tag{15}$$

можно использовать как количественную характеристику наблюдаемости.

Значение $\mu << 1$ говорит о наличии слабо наблюдаемых координат вектора состояния, в противном случае все координаты вектора $\bar{x}$ являются хорошо наблюдаемыми. В дальнейшем будем называть данную меру *обобщенной*, т.к. она в целом характеризует наблюдаемость системы.

Кроме определения признака наличия слабо наблюдаемых координат, на практике важно выяснить, какие именно координаты вектора состояния являются слабо наблюдаемыми.

На основании (14) ошибку определения i-й координаты вектора $\bar{x}$ можно представить

$$\delta x_i = m^+_{i,1}\cdot\delta z'_1 + m^+_{i,2}\cdot\delta z'_2 + \ldots + m^+_{i,m\cdot n}\cdot\delta z'_{m\cdot n} = \sum_{j=1}^{m\cdot n} m^+_{i,j}\cdot\delta z'_j\,, \tag{16}$$

где $m^+_{i,j}$ – элемент матрицы M^+, стоящий на пересечении ее i-й строки и j-го столбца; $\delta z'_j$ – j-й элемент вектора $\delta z'$.

Из приведенного соотношения следует, что для хорошей наблюдаемости координаты x_i достаточно, чтобы все элементы i-й строки матрицы M^+ имели абсолютные значения ≤ 1. Если для некоторого элемента $m^+_{i,j}$ ($1 \leq j \leq m\cdot n$) данной матрицы выполняется соотношение $\left|m^+_{i,j}\right| >> 1$, то малая ошибка $\delta z'_j$ может привести к большой ошибке оценки i-й координаты вектора состояния $\bar{x}$. В этом случае координату x_i можно считать слабо наблюдаемой.

На основании вышесказанного в качестве количественной характеристики наблюдаемости i-й координаты вектора $\bar{x}$ введем следующую меру:

$$\mu_i = \max_j\left(\left|m^+_{i,j}\right|\right),\ j=\overline{1,m\cdot n}\,. \tag{17}$$

Если $\mu_i >> 1$, значит координата x_i является слабо наблюдаемой, в противном случае – хорошо наблюдаемой.

Естественно, меры наблюдаемости (15) и (17) применимы и для исследования стационарных систем. Таким образом, в дополнение к существующим, предложены две новые меры наблюдаемости, которые отличает наглядность и вычислительная простота.

Следует отметить, что критичный порядок значений для мер наблюдаемости задаваемых соотношениями (3), (4), (9), а также введенными в данной работе (15) и (17) определяется условиями конкретной задачи.

Рассмотрим использование введенных количественных характеристик наблюдаемости на примере исследования упрощенной модели ошибок автономной навигации в горизонтальной плоскости, построенной для объекта, движущегося с малыми углами тангажа и крена (см. рис. 1).

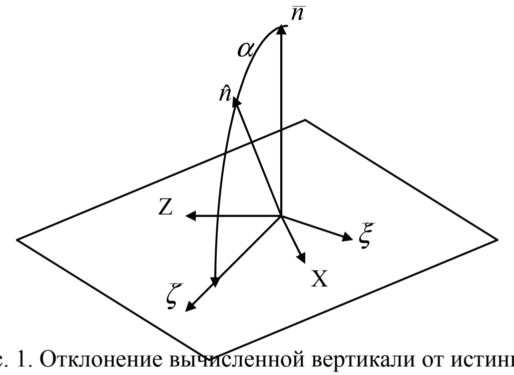

Рис. 1. Отклонение вычисленной вертикали от истинной

Пусть α – малый угол отклонения вычисленной вертикали $\hat{n}$ от истинной $\bar{n}$. В этом случае показания акселерометров (АК), алгоритмически приведенные к горизонтальной плоскости, содержат «ошибочное» ускорение

$$\delta\dot{v} = -g\cdot\alpha + \delta a\,. \tag{18}$$

Здесь g – значение ускорения силы тяжести; $\delta a = \Pr_\zeta(\delta\bar{a}_X + \delta\bar{a}_Z)$ – проекция вектора суммарной ошибки измерений x-го и z-го АК на ось $\zeta = (\bar{n}\times\hat{n})\times\bar{n}$.

При этом «уход» вычисляемой с помощью навигационной системы вертикали, обусловленный интегрированием ускорения (18) и ошибками гироскопов (ГС), подчиняется закону

$$\dot{\alpha} = \frac{\delta v}{R} + \delta\omega\,, \tag{19}$$

где R – радиус земного сфероида; $\delta\omega = \Pr_\xi(\delta\bar{\omega}_X + \delta\bar{\omega}_Z)$ – проекция вектора суммарной ошибки измерений x-го и z-го ГС на ось $\xi = \bar{n}\times\hat{n}$.

Матрица динамики и вектор состояния системы, составленные на базе уравнений (18), (19), следующие:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -g & 0 & 1 \\ \frac{1}{R} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ \bar{x} = (\delta v\quad \alpha\quad \delta\omega\quad \delta a)^T\,. \tag{20}$$

Ошибки $\delta\omega$ и δa будем считать константами, т.е. $\delta\dot{\omega} = 0$, $\delta\dot{a} = 0$. Считаем, что непосредственно измеряется только ошибка по скорости, т.е.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{21}$$

Система, задаваемая (20), (21) является стационарной, порядка $n = 4$. На основании критерия наблюдаемости Калмана, система является не вполне наблюдаемой, т.к. $rank\ M = 3 < n = 4$, где M – матрица наблюдаемости, составленная на базе (20), (21).

Для определения ненаблюдаемой ошибки, исключим из (20), (21) по очереди ошибку δa, а затем $\delta\omega$, в результате получим системы:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -g & 0 \\ \frac{1}{R} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ \bar{x} = (\delta v \quad \alpha \quad \delta\omega)^T, \tag{22}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -g & 1 \\ \frac{1}{R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \bar{x} = (\delta v \quad \alpha \quad \delta a)^T, \tag{23}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{24}$$

На основании критерия наблюдаемости Калмана, система (22), (24) является вполне наблюдаемой, а система (23), (24) – не вполне наблюдаемой.

Предположим теперь, что измерения ошибки скорости ВЛА недоступны, однако возможно измерить угол отклонения вертикали α. В этом случае:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{25}$$

Теперь, на основании критерия наблюдаемости Калмана, система (22), (25) является не вполне наблюдаемой, а система (23), (25) вполне наблюдаема.

Таким образом, в рамках принятой модели ошибок, для наблюдаемости ошибки ГС $\delta\omega$ достаточно измерения ошибки δv, а для наблюдаемости ошибки АК δa – измерения угла α. В дальнейшем систему (22), (24) будем называть “система с ГС”, а систему (23), (25) – “система с АК”.

Определим теперь количественные характеристики наблюдаемости для системы с ГС и системы с АК на основе введенных в данной статье мер.

Для системы с ГС значение меры (15) $\mu = g^4 \cong 10^4 >> 1$. Значения меры (17) для скоростной ошибки $\mu_{\delta v} = 1$, для угла отклонения вертикали $\mu_\alpha \approx 0.1$ и для ошибки измерения ГС $\mu_{\delta\omega} \approx 0.1$. Следовательно, все координаты вектора состояния данной системы являются хорошо наблюдаемыми.

Для системы с АК значение меры наблюдаемости (15) $\mu = 1/R^4 \cong 6 \cdot 10^{-28}$ ($R = 6378137.0$ м [10]). Такое малое значение меры говорит о наличии слабо наблюдаемых координат. Определим слабо наблюдаемые координаты с помощью меры (17). Так как $\mu_{\delta v} \approx 6.4 \cdot 10^6 >> 1$, $\mu_\alpha = 1$ и $\mu_{\delta a} \approx 6.4 \cdot 10^6 >> 1$, то ошибка δv и ошибка АК являются слабо наблюдаемыми.

Для проверки корректности сделанных заключений, для ошибок $\delta\omega$ и δa соответственно были синтезированы два наблюдающих устройства идентификации на основе уравнения [2] $\dot{\hat{x}} = (A - K \cdot H) \cdot \bar{x} + K \cdot \bar{z}$, где K – матрица-столбец коэффициентов усиления (КУ).

Известно [2], что при синтезе наблюдающего устройства возможно задание качества переходного процесса. В данном случае наблюдающие устройства синтезировались, чтобы относительная ошибка оценивания после 10 с функционирования была меньше 1%.

Значения матрицы K для систем с ГС и с АК получились соответственно следующими: $\begin{pmatrix} 3 & -0.3 & -0.1 \end{pmatrix}^T$ и $\begin{pmatrix} 1.9 \cdot 10^7 & 3 & 6.4 \cdot 10^7 \end{pmatrix}^T$. Большие во втором случае значения КУ приводят к усилению ошибок измерения и являются следствием слабой наблюдаемости ошибок δv и δa. Данный вывод полностью согласуется с полученным выше результатом.

Сравним введенные новые меры наблюдаемости с известными [1, 8, 9]. В качестве критерия сравнения примем согласованность выводов о наблюдаемости координат векторов состояния системы с ГС и системы с АК.

Значения *детерминированной* меры и меры ориентированной на использование *метода наименьших квадратов* вычисленные для системы с ГС представлены в табл. 1, а для системы с АК – в табл. 2.

Таблица 1

Значения мер наблюдаемости, система с ГС

Мера	$\mu_{\delta v}$	μ_α	$\mu_{\delta\omega}$
Детерминированная мера	1	9.8	1
Мера, ориентированная на МНК	0.56	0.023	0.04

Таблица 2

Значения мер наблюдаемости, система с АК

Мера	$\mu_{\delta v}$	μ_α	$\mu_{\delta a}$
Детерминированная мера	$1.6 \cdot 10^{-7}$	1	1
Мера, ориентированная на МНК	$5 \cdot 10^{13}$	$1.4 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{12}$

Для *стохастической* меры приведем графики зависимостей от времени значений мер для координат векторов состояния рассматриваемых систем (представлены на рис. 2, рис. 3). Данные значения вычислены согласно (4) на основе данных моделирования работы ФК, построенных соответственно для системы с ГС (см. рис. 2) и системы с АК (см. рис. 3).

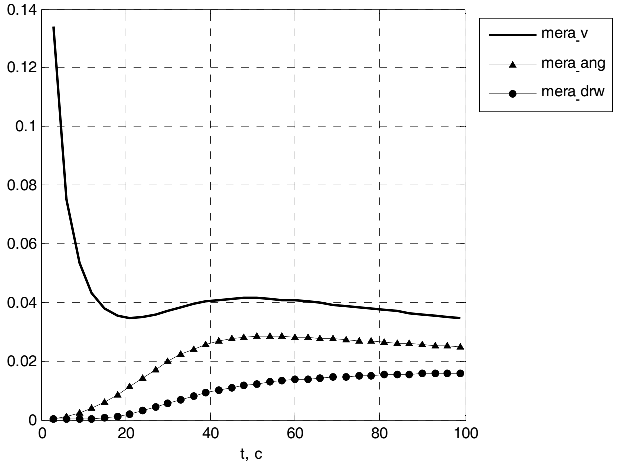

Рис. 2. Стохастическая мера наблюдаемости, система с ГС

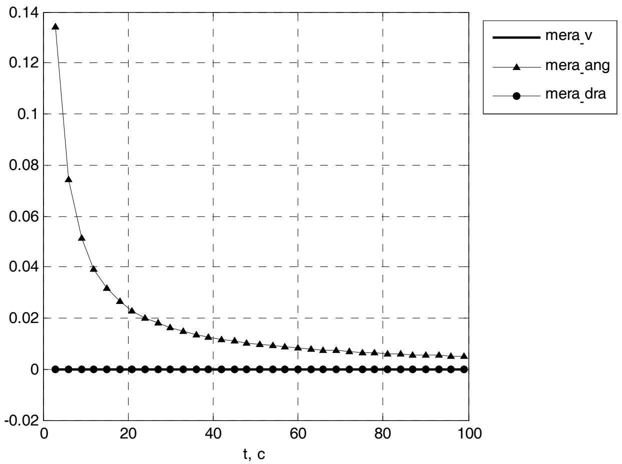

Рис. 3. Стохастическая мера наблюдаемости, система с АК

На приведенных рисунках приняты следующие обозначения для мер наблюдаемости: mera_v – для δv, mera_ang – для α, mera_drw – для $\delta\omega$ и mera_dra – для δa.

На основе представленных результатов делаем вывод, что в системе с ГС все координаты вектора состояния системы хорошо наблюдаются, а в системе с АК хорошо наблюдается угол отклонения вертикали α, остальные координаты – являются плохо наблюдаемыми. Это полностью соответствует выводам сделанным на базе мер (15) и (17).

Выводы. Относительно введенных мер наблюдаемости можно отметить следующее.

- Результаты их применения к анализу наблюдаемости ошибок инерциальной навигации хорошо согласуются с результатами, полученными на основе использования известных мер.
- По сравнению с мерами (4) и (9) введенные характеристики обладают тем преимуществом, что позволяют без синтеза оценивающего устройства предварительно оценить наблюдаемость и эффективность оценивания координат вектора состояния системы.
- Введенные аналитические меры (15) и (17) позволяют получить более полную информацию о наблюдаемости системы, по сравнению с критерием Калмана. С их помощью, можно определить соотношения и диапазоны значений параметров системы, для которых система будет “хорошо” наблюдаема, “слабо” наблюдаема или не полностью наблюдаема.

Список литературы: ***1.*** *Лебедев Д. В., Ткаченко А. И.* Информационно-алгоритмические аспекты управления подвижными объектами.– Киев: Наук. думка, 2000.– 310 с. ***2.*** *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. М., «Машиностроение», 1976, 184 с. ***3.*** Справочник по теории автоматического управления / Под ред. *А. А. Красовского*.–М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.– 712 с. ***4.*** Организация взаимодействия спутниковых и автономных навигационных средств морских объектов / *В. И. Резниченко, В. И. Лапшина* / Под редакцией доктора технических наук *В. И. Резниченко*.– СПб., 2004.– 88 с. ***5.*** *Костров А. В.* Наблюдаемость и управляемость гироскопических устройств.– Л.: ЦНИИ “РУМБ”, 1980. ***6.*** *Костенко Ю. Т., Любчик Л. М.* Системы управления с динамическими моделями.– Х.: Основа, 1996.– 211 с. ***7.*** *Кортунов В. И., Проскура Г. А.* Наблюдаемость и обнаруживаемость инструментальных ошибок БИНС // Авиационно-космическая техника и технология.– 2006– № 3 (29).– С. 31-38. ***8.*** *Парусников Н. А. и др.* О стохастической мере оцениваемости // Коррекция в навигационных системах и системах ориентации искусственных спутников Земли.– Изд-во МГУ, 1986.– С. 4-9. ***9.*** *Парусников Н. А., Морозов В. М., Борзов В. И.* Задача коррекции в инерциальной навигации.– М.: Изд-во Моск. ун-та, 1982.– 176 с. ***10.*** *Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А.* Матрицы и вычисления.– М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984.– 320 с. ***11.*** *Бромберг П. В.* Теория инерциальных систем навигации.– М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979.–296 с.

Поступила в редколлегию 20.03.09