

УДК 519.15:004.38

С. Н. КОВАЛЕНКО, ст. преподаватель каф. кибернетики ХНТУСХ
им. П. Василенко,
С. В. КОВАЛЕНКО ст. преподаватель каф. САиУ НТУ «ХПИ»
А. В. ЛЕВКИН, канд. техн. наук, ХНТУСХ им. П. Василенко

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАЧ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В АПК

Запропоновано підхід щодо оцінки залежності часових витрат на реалізацію математичної моделі від розмірності задачі комбінаторної оптимізації з обмеженнями на елементи комбінаторних множин. Це дає можливість визначити межі застосовності методу повного перебору для знаходження глобального екстремуму таких задач. Визначення глобального екстремуму необхідно для подальшої оцінки ефективності методів пошукової оптимізації.

Предложен подход к оценке зависимости временных затрат на реализацию математической модели от размерности задачи комбинаторной оптимизации с ограничениями на элементы комбинаторных множеств. Это дает возможность определить границы применимости метода полного перебора для отыскания глобального экстремума таких задач. Определение глобального экстремума необходимо для дальнейшей оценки эффективности методов поисковой оптимизации.

The approach to the estimation dependence of time expenses on realization of mathematical model on dimension of combinatorial optimization problem with limitations on units of combinatorial sets is

offered. It gives the chance to define boundaries of applicability of exhaustive method for search of a global extremum of such tasks. The definition of a global extremum is necessary for a further estimation of efficiency of methods of retrieval optimization.

Введение. В агропромышленном комплексе (АПК) существует большое количество задач, которые могут быть решены с помощью комбинаторных методов оптимизации: задачи формирования комплексов сельскохозяйственных машин, построения севооборотов, задачи определения рентабельности сельскохозяйственных предприятий и т.п. Это связано с дискретной природой множеств, на которых осуществляется оптимизация. Например, – дискретные множества культур, полей, разрешенных и недопустимых севооборотов, множества сельскохозяйственной техники и технологических операций на выполнение сельскохозяйственных работ и т.д. Основной целью организации технологического процесса при этом является поиск сочетания искомых параметров, который обеспечивает экстремум по одному из критериев качества – критерию повышения биопотенциала растений, уменьшения энергозатрат или уменьшения влияния на экосистему.

Анализ исследований и публикаций. Общим вопросам решения комбинаторных задач условной оптимизации посвящены работы [1, 2], непосредственно комбинаторные задачи с ограничениями на элементы комбинаторных множеств АПК исследовались в публикациях [3 - 5]. В работе [5] исследовались вопросы учета фактора риска при планировании производства сельскохозяйственной продукции. Функцией цели в данной работе является прибыль, а случайные климатические факторы учитываются с помощью обобщенного критерия успешного выращивания сельскохозяйственных культур.

В работе [4] предложена математическая модель основной оптимизационной задачи АПК.

$$Q(\pi^*) = \underset{\pi \in \Pi \subset \Pi}{extr} Q[\pi, f^*, k(\pi, f^*)], \quad (1)$$

$$\pi^* = \arg \underset{\pi \in \Pi^* \subset \Pi}{extr} Q[\pi, f^*, k(\pi, f^*)]. \quad (2)$$

Решением задачи (1) – (2) будет кортеж $\langle \pi^*, Q^*, k^*, f^* \rangle$, в который входят рациональный элемент π^* комбинаторного множества $\Pi^* \subset \Pi$; значение критерия Q^* ; вектор значений частных критериев k^* ; вектор f^* значений климатических параметров, ранее заданных в модели (1) – (2).

В работе [4] проводится анализ особенностей математической модели (1) – (2), к которым в первую очередь относятся: комбинаторность, многомерность, нелинейность, многоэкстремальность. Здесь же для реализации математической модели предлагается метод поисковой

оптимизации, основанный на последовательном применении методов случайного поиска, сужающихся окрестностей и вектора спада.

Постановка проблемы. Для оценки приближения локального экстремума, полученного последовательным применением методов случайного поиска, сужающихся окрестностей и вектора спада необходимо определить глобальный экстремум методом полного перебора. Определим зависимость размерности задачи и временных затрат при поиске глобального экстремума функции цели.

Цель такого численного эксперимента, с одной стороны, имеет важное самостоятельное значение для получения условий применимости метода полного перебора к решению практических задач данного типа, а с другой – дает возможность осуществить поиск глобального экстремума для реальной (наибольшей) размерности решаемой задачи.

Зависимость размерности задачи и временных затрат. Основными этапами численной реализации метода полного перебора при решении данного типа задач являются: генерирование элементов полного множества комбинаторных соединений, проверка допустимости элементов по заданной системе ограничений, вычисление значений функции цели для каждого допустимого элемента комбинаторных соединений и выделение экстремального значения функции цели.

Временные затраты на реализацию каждого из указанных этапов зависят от числа k элементов множества комбинаторных соединений решаемой задачи.

В общем случае временные затраты определяются, следующим образом

$$T(k) = T_1(k) + T_2(k) + T_3(k),$$

где k – число элементов множества комбинаторных соединений решаемой задачи;

$T(k)$ – общие временные затраты на реализацию метода;

$T_1(k)$ – временные затраты на этап генерирования полного множества комбинаторных соединений;

$T_2(k)$ – временные затраты на анализ удовлетворения всех элементов множества комбинаторных соединений заданной системе ограничений;

$T_3(k)$ – временные затраты на этап вычисления значений функции цели для каждого допустимого элемента множества комбинаторных соединений и выделения экстремального значения функции цели.

С другой стороны, временные затраты T_1, T_2, T_3 прямо пропорциональны числу k элементов множества комбинаторных соединений рассматриваемой задачи

$$T_1(k) = kt_1, T_2(k) = kt_2, T_3(k) = kt_3,$$

где k – число элементов множества комбинаторных соединений;
 t_1 – временные затраты на генерирование одного элемента множества комбинаторных соединений;
 t_2 – временные затраты на анализ удовлетворения одного элемента множества комбинаторных соединений заданной системе ограничений;
 t_3 – временные затраты на вычисление значения функции цели для одного допустимого элемента множества комбинаторных соединений и его сравнение с другими, полученными ранее, значениями функции цели.

Таким образом,

$$T(k) = k(t_1 + t_2 + t_3). \quad (3)$$

Проведем анализ соотношения (3):

1. При отсутствии ограничений на элементы полного множества комбинаторных соединений, исключается этап установления принадлежности элементов области допустимых решений, поэтому временные затраты $T_2(k) = kt_2 = 0$.

2. При наличии большого числа довольно жестких ограничений, временные затраты $T_2(k) = kt_2$ возрастают, и связано это с анализом принадлежности элементов множеств области допустимых решений, а временные затраты $T_3(k) = kt_3$ уменьшаются за счет уменьшения количества вычисляемых значений функции цели.

3. Первые две особенности присущи всем базовым задачам и их математическим моделям. Отличие же математических моделей базовых задач, как правило, состоит в различном представлении функций цели. Тем не менее, временные затраты $T_3(k) = kt_3$ на вычисления значений функций цели в базовых задачах, примерно одинаковы и связаны с выполнением простых однотипных арифметических операций с числами. Например, умножение площади поля на урожайность и на стоимость реализации одной единицы продукции, затем сложение этих величин по всем полям и др.

Выводы. Из отмеченных в пунктах 1 – 3 особенностей и вида выражения (3) для оценки временных затрат на численную реализацию метода следует, что существенное сокращение временных затрат на решение задач этого типа лежит на пути направленного перебора элементов множества комбинаторных соединений. В этом случае сокращение числа анализируемых элементов множества комбинаторных соединений (уменьшение коэффициента k в выражении (3)), приводит к сокращению общих временных затрат $T(k) = k(t_1 + t_2 + t_3)$, естественно при условии применения эффективного поискового метода оптимизации. Последнее обстоятельство обеспечивается предложенной композицией методов комбинаторной оптимизации.

Список литературы: 1. Стоян Ю. Г., Соколовский В. З. Решение некоторых много-экстремальных задач методом сужающихся окрестностей. – К.: Наукова думка. – 1980. – 208 с. 2. Стоян Ю. Г., Пуцягин В. П. Оптимизация технических систем с источниками физических полей. – К.: Наукова думка. – 1988. – 192 с. 3. Коваленко С. Н. Задачи комбинаторной оптимизации агроэкологической севообороты – технологии – машины – экология / С. Н. Коваленко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2007. – № 4/5(28). – С. 20–24. 4. Коваленко С. Н. Модели задач комбинаторной оптимизации для принятия решений в АПК / В. П. Пуцягин, С. Н. Коваленко // Системи обробки інформації. – 2007. – Вип. 2 (60). – С. 71–75. 5. Раскин Л. Г., Карпенко В. В. Рациональное распределение посевной площади при возделывании сельскохозяйственных культур в условиях риска. // Вестник НТУ «ХПИ». Системный анализ, управление и информационные технологии. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2004. – № 36. – С. 27 – 32.

Поступила в редколлегию 02.03.09