

**В. Б. УСПЕНСКИЙ**, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»;  
**А. В. ГУДЗЕНКО**, асп. НТУ «ХПИ»

### АЛГОРИТМ СОГЛАСОВАНИЯ ОЦЕНОК КУРСА, ПОЛУЧЕННЫХ ОТ ТРЕХ НЕЗАВИСИМЫХ СИСТЕМ ГИРОСКОПОВ

Розглянуто задачу перетворення трьох незалежних вимірів деякого незмінного параметра, кожен з яких має відомий інтервал невизначеності, в набір узгоджених оцінок, точніших за вихідні виміри за критерієм гарантованої точності.

Рассмотрена задача преобразования трех независимых измерений некоторого неизменяемого параметра, каждый из которых имеет известный интервал неопределенности, в набор согласованных оценок, точнее, чем исходные измерения по критерию гарантированной точности.

It was analyzed the sum of transformation of the three independent instrumentations of some invariable parameter. Each of them has well-known interval of undistinctness in set of concerted estimations.

**Введение.** В настоящее время широкое применение находят измерительные системы с избыточным числом датчиков различной точности. Используя априорную информацию о точности таких датчиков и собственно независимые измерения, возможно получить согласованные оценки измеряемой величины, имеющие меньшую погрешность, чем исходные измерения.

В статье рассмотрен алгоритм уточнения разноточных измерений, полученных от трех независимых источников, построенный с использованием доверительных интервалов и метода вложенных отрезков. Алгоритм излагается на примере согласования оценок курса, полученных на этапе выставки трех бесплатформенных навигационных систем, построенных на основе оптических (лазерных или волоконно-оптических) гироскопов.

В этих условиях при гироскопировании – процедуре определения угла курса по измерениям угловой скорости вращения Земли, из-за систематических дрейфов гироскопов неизбежно возникает ошибка курсоопределения. Величина такой ошибки зависит, в частности, от величин реализованных в запуске дрейфов. В условиях неопределенности относительно истинного курса и реализованных дрейфов можно вычислить только гарантированную оценку точности курсоопределения в зависимости от величины доверительного интервала систематических дрейфов.

Данная работа является развитием методики согласования оценок курса, полученных независимо двумя системами в результате гироскопирования, для случая трех систем. Изложенные здесь результаты опираются на [1]. В основу согласования независимых оценок курса положены следующие соображения:

1. Гарантированная оценка точности курсоопределения для всех систем после согласования оценок в общем случае должна быть выше, чем для независимых оценок;
2. Максимальный «разброс» согласованных оценок в общем случае должен быть меньше, чем для независимых оценок;
3. Согласованные оценки для разных систем в общем случае должны различаться.

В статье описаны методика и алгоритм согласования независимых оценок курса от трех систем. Дан пример численной реализации. Рассмотрим задачу согласования оценок угла курса, независимо сформированных тремя системами в результате гироскопирования.

**Постановка задачи.** Пусть имеются три независимые оценки  $\psi_1^0 \leq \psi_2^0 \leq \psi_3^0$  истинного значения угла курса  $\psi^*$ , полученные по измерениям трех пар гироскопов с попарно параллельными осями чувствительности. При этом для гироскопов  $i$  пары ( $i=1,2,3$ ) интервалы неопределенности систематических дрейфов определяется величинами  $\Delta\omega_{x\max i}, \Delta\omega_{z\max i}$ .

В этом случае максимально возможные отклонения оценок  $\psi_1^0, \psi_2^0$  и  $\psi_3^0$  от истинного значения угла курса соответственно составляют величины [1]

$$\delta\psi_i^0 = \frac{\sqrt{\Delta\omega_{x\max i}^2 + \Delta\omega_{z\max i}^2}}{\Omega \cos \varphi}, \quad i = 1, 2, 3,$$

где  $\Omega$  – угловая скорость вращения Земли;

$\varphi$  – широта места выставки.

Следовательно, истинное значение курса одновременно удовлетворяет условиям  $\psi^* \in [\psi_i^0 - \delta\psi_i^0, \psi_i^0 + \delta\psi_i^0]$ ,  $i=1,2,3$ , что равносильно  $\psi^* \in \Psi = \Psi_1 \cap \Psi_2 \cap \Psi_3$  в котором  $\Psi_i$  отрезки  $[\psi_i^0 - \delta\psi_i^0, \psi_i^0 + \delta\psi_i^0]$ ,  $i=1,2,3$  соответственно.

Очевидно, что нижнюю и верхнюю границы интервала неопределенности истинного курса – отрезка  $\Psi = [\psi^-, \psi^+]$ , с учетом трех его оценок можно определить как:

$$\psi^- = \max \{ \psi_1^0 - \delta\psi_1^0, \psi_2^0 - \delta\psi_2^0, \psi_3^0 - \delta\psi_3^0 \},$$

$$\psi^+ = \min \{ \psi_1^0 + \delta\psi_1^0, \psi_2^0 + \delta\psi_2^0, \psi_3^0 + \delta\psi_3^0 \}.$$

Длина такого интервала неопределенности  $\Delta\psi = \psi^+ - \psi^-$ .

Как показано ранее [1], в случае согласования двух оценок их разброс в общем случае уменьшается, а гарантированная точность курсоопределения

увеличивается. Очевидно, что учет третьей независимой оценки в общем случае не увеличивает интервал неопределенности истинного курса, вычисленный для двух оценок.

**Интервалы неопределенности для трёх оценок.** Действительно, построим интервал неопределенности для двух оценок  $\psi_1^0$  и  $\psi_3^0$  (рис. 1) и добавим к нему третью оценку в различных вариантах (рис. 2, рис. 3). Для интервала неопределенности здесь и далее принято обозначение  $\Psi = [\mathfrak{Z}, \mathfrak{R}]$ .

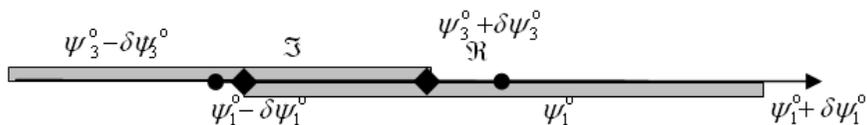


Рис. 1 – Интервал неопределенности с учетом двух независимых оценок

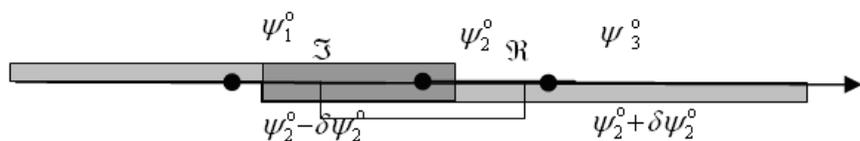


Рис. 2 – Интервал неопределенности с учетом трех оценок

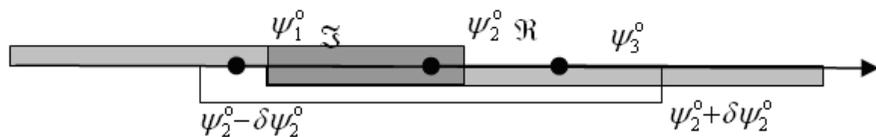


Рис. 3 – Интервал неопределенности с учетом трех оценок

В случае, изображенном на рис. 2, интервал неопределенности  $\Psi$ , принимая во внимание оценку  $\psi_2^0$ , уменьшился по отношению к случаю учета только двух оценок (рис. 1), на рис. 3 – остался прежним.

Таким образом, учет третьей независимой оценки приводит к уменьшению интервала неопределенности истинного курса или, по крайней мере, не увеличивает его.

В соответствии с разработанной ранее методикой, согласованные оценки выбираются на отрезке  $\Psi$ , соответствующем интервалу неопределенности истинного угла курса. Так для двух оценок, в случае, когда независимые оценки лежат вне  $\Psi$ , в качестве согласованных принимаются концы указанного отрезка. В противном случае они совпадают с независимыми. Напомним, что наилучшей оценкой курса с точки зрения гарантированной точности является середина отрезка  $\Psi$ .

При наличии трех независимых оценок предлагается следующая стратегия построения согласованных оценок.

Если максимальный “разброс” независимых оценок больше длины интервала неопределенности истинного курса, то крайние оценки отображаются в концы отрезка  $\Psi$ , а средняя оценка  $\psi_2^0$  – во внутреннюю точку отрезка  $\Psi$  с делением последнего пропорционально отрезкам  $[\psi_1^0, \psi_2^0]$  и  $[\psi_2^0, \psi_3^0]$  рис. 4, рис. 5.



Рис. 4 – Расположение независимых оценок относительно интервала неопределенности угла курса



Рис. 5 – Расположение согласованных оценок

В случае, когда максимальный “разброс” независимых оценок меньше длины интервала неопределенности, по крайней мере одна из крайних независимых оценок  $\psi_1^0$  либо  $\psi_3^0$  лежит в отрезке  $\Psi$ , причем по процедуре построения интервала неопределенности  $\psi_1^0$  обязательно левее середины отрезка  $\Psi$ ,  $\psi_3^0$  – правее середины. Пусть, к примеру,  $\psi_3^0 \in \Psi$ . В этих условиях осуществляется “стягивание” отрезков  $[\psi_1^0, \psi_2^0]$ ,  $[\psi_2^0, \psi_3^0]$  к точке  $\psi_3^0$  такое, что  $\psi_1^{0*} = \mathfrak{Z}$ . При этом  $\psi_3^{0*} = \psi_3^0$  (рис. 6, рис. 7).

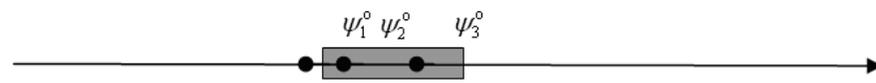


Рис. 6 – Расположение независимых оценок относительно интервала неопределенности угла курса

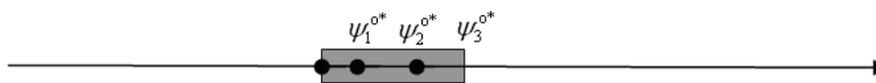


Рис. 7 – Расположение согласованных оценок

Если все три независимые оценки принадлежат отрезку  $\Psi$ , то в качестве согласованных принимаются независимые.

Предлагаемая стратегия построения согласованных оценок, естественно, не единственно возможная. Альтернативные стратегии будут отличаться от данной только тем либо иным выбором согласованных оценок внутри интервала неопределенности. Предложенный способ в общем случае уменьшает «разброс» между различными оценками пропорционально, т.е.

$$\frac{\Psi_2^{0*} - \Psi_1^{0*}}{\Psi_3^{0*} - \Psi_1^{0*}} = \frac{\Psi_2^0 - \Psi_1^0}{\Psi_3^0 - \Psi_1^0}.$$

При этом максимальный «разброс» после согласования и максимальная ошибка определения угла курса не превышают значения  $\Delta = \psi^+ - \psi^-$ .

**Всевозможные реализации дрейфов.** На рис. 8 приведен максимальный «разброс» согласованных оценок в зависимости от максимального «разброса» независимых оценок курса при всевозможных реализациях дрейфа гироскопов из множества  $\{-1; -0.75; -0.5; -0.25; 0; 0.25; 0.5; 0.75; 1\}$  град./час.

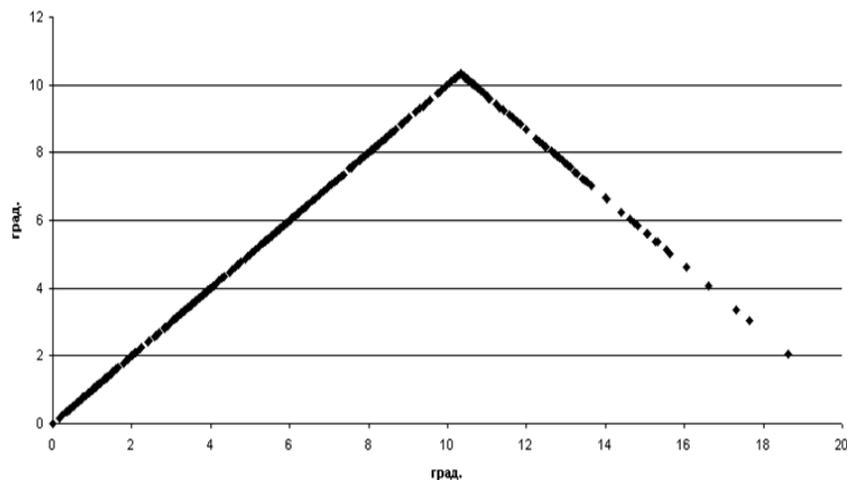


Рис. 8 – Максимальный разброс согласованных оценок в зависимости от максимального разброса независимых оценок курса

Из рассмотренного случая можно сделать следующие выводы:

При «разбросе» независимых оценок до 10 град., согласованные оценки имеют тот же «разброс». При превышении 10 град. – «разброс»

согласованных оценок меньше. Чем больше «разброс» независимых оценок – тем меньше «разброс» согласованных оценок.

Использование алгоритма согласования оценок ни при каких условиях не ухудшает общий результат.

Эффективность процедуры согласования оценок в смысле уменьшения их «разброса» тем выше, чем меньше используемые в алгоритме «оценки максимально возможного дрейфа» гироскопов. При этом достоверность согласованных оценок курса возможна только при условии: абсолютное значение реального дрейфа не превосходит «оценки максимально возможного дрейфа».

При нарушении условия  $\psi^- < \psi^+$ , которое свидетельствует, что в какой-то системе реализовался дрейф, превосходящий «оценку максимально возможного дрейфа» (ОМВД), параметры ОМВД для всех гироскопов и всех систем увеличиваются на  $\Delta = 0.5$  град./час и вычисления повторяются. Так происходит до тех пор, пока условие  $\psi^- < \psi^+$  не выполнится. Алгоритм конечен, т.е. выполнение указанного условия за конечное число итераций гарантировано. Для демонстрации эффективности такого алгоритма проведено моделирование в указанных ранее условиях (реализованные дрейфы гироскопов первой системы брались из диапазона  $-3$  град./час  $+3$  град./час). Результаты приведены на рис. 9.

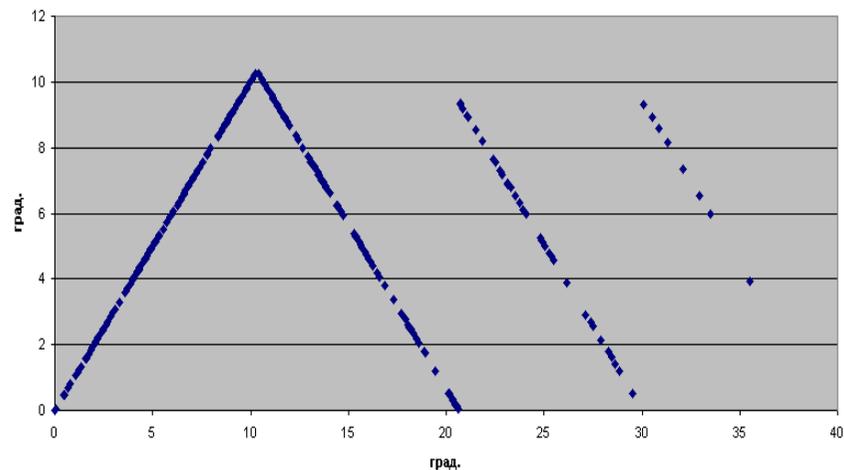


Рис. 9 – Зависимость максимального разброса оценок после коррекции от максимального разброса независимых оценок

Можно сделать вывод, что оценки не «ухудшатся» ни при каких реализациях дрейфов. С учетом проведенной доработки алгоритма в смысле адаптации параметров ОМВД, их исходные значения целесообразно задавать «заниженными», например на уровне 0.5 град./час. Максимальное значение «максимального разброса согласованных оценок» это не уменьшит, но интегрально, т.е. с учетом всевозможных реализаций дрейфов, максимальный разброс оценок будет меньше.

#### **Численный пример.**

Условия моделирования.

Пусть в запуске реализовались следующие систематические дрейфы гироскопов: для первой пары (0.4, 0.5), для второй (0.4, -0.2), для третьей (-0.8, -0.5) град./ч соответственно. В результате гироскопирования получены следующие оценки 45.8 град, 48.9 град и 56.3 град соответственно при истинном значении 50 град.

Таким образом, максимальный «разброс» оценок составил 10.5 град. Действительная ошибка для трех систем составила соответственно -4.2 град., -1.1 град. и 6.3 град.

В алгоритме формирования согласованных оценок принимались следующие параметры доверительных интервалов дрейфов для 3 пар: 1 град./ч, 0.5 град./ч и 1 град./ч соответственно с учетом  $\Delta\omega_{X_{\max i}} = \Delta\omega_{Z_{\max i}}$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

В результате вычислений получен интервал неопределенности для истинного курса – отрезок [46.9, 53.6] град. Его длина 6.7 град.

В соответствии с алгоритмом получены следующие согласованные оценки:  $\psi_1^{0*} = 46.9$  град.,  $\psi_2^{0*} = 48.9$  град.,  $\psi_3^{0*} = 53.6$  град. Максимальный «разброс» оценок уменьшился более чем на треть, и составил 6.7 град. Гарантированная точность курсопределения (вычисленная) 6.7 град.

**Выводы.** Таким образом, численный пример демонстрирует эффективность предлагаемой методики. При этом очевидно, что согласование оценок будет тем эффективнее, чем меньше доверительные интервалы дрейфов гироскопов, т.е. чем точнее информация о действительных погрешностях измерений. Предложенная методика может использоваться при обработке разноточных измерений с учетом известных доверительных интервалов.

**Список литературы:** 1. Гардер С. Е. Согласование независимых оценок курса, полученных в режиме гироскопирования / С. Е. Гардер, Ю. И. Зайцев, В. Б. Успенский // Вестник науки и техники. – Харьков : НТУ «ХПИ», ООО «ХДНТ», 2005. – № 2 – 3 (21 – 22). – С. 67–76.

*Надійшла до редколегії 11.11.2010*