

**С.И. ПРИХОДЬКО**, д-р техн. наук, зав. кафедрой, УкрГАЗТ, Харьков;  
**Н.А. ШТОМПЕЛЬ**, канд. техн. наук, ассистент, УкрГАЗТ, Харьков

## **ОЦЕНКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ МЕТОДА ЧАСТОТНОГО АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ**

У роботі проведено числове порівняння обчислювальної складності методів алгебраїчного декодування згорткових кодів у часовій та частотній областях, з якого випливає, що метод частотного декодування згорткових кодів на основі ШПФ Винограда доцільно використовувати для згорткових кодів з довжиною вхідного кодового обмеження  $r \geq 6$ .

The paper contains a numerical comparison of computational complexity methods of algebraic decoding convolutional codes in time and frequency domains from which it follows that the method of frequency decoding convolutional codes based on the Winograd's FFT advisable to use for convolutional codes with length of input code limitation  $r \geq 6$ .

В работе проведено числовое сравнение вычислительной сложности методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях, из которого получается, что метод частотного декодирования сверточных кодов на основе ШПФ Винограда целесообразно использовать для сверточных кодов с длиной входного кодового ограничения  $r \geq 6$ .

**Постановка задачи.** Основными показателями эффективности методов декодирования помехоустойчивых кодов, в частности сверточных кодов, являются обеспечиваемое отношение сигнал/шум, требуемая вероятность потерь и вычислительная сложность. При заданных значениях первых двух показателей эффективности в качестве критерия эффективности выступает вычислительная сложность. Под вычислительной сложностью метода декодирования понимается число арифметических операций, выполняемых над обрабатываемыми данными или промежуточными значениями, полученными из них, на каждом этапе декодирования. Арифметическими операциями являются сложение и умножение элементов из конечного поля  $GF(p^m)$ . Сложность операции умножения  $M(n)$  больше сложности операции сложения  $A(n)$  (в общем случае принимается, что  $M(n) = 2 \cdot A(n)$ ), поэтому целесообразно уменьшать количество умножений даже за счет некоторого увеличения числа сложений. Асимптотическая сложность операций умножения и сложения определяет размер задач, которые можно решить алгоритмом, реализующим заданный метод декодирования, и обозначается как  $O(n)$  [1].

В [2] предложен метод алгебраического декодирования сверточных кодов во временной области. Для уменьшения вычислительной сложности данного метода декодирования в [3, 4] обоснован переход в частотную область за счет использования преобразования Фурье на соответствующих этапах декодирования. Из [1] известно, что для сокращения вычислительной сложности вычисления преобразования Фурье необходимо применять «быстрые» алго-

ритмы, например быстрое преобразование Фурье (БПФ) Винограда. В [5] данный принцип использован для уменьшения вычислительной сложности процесса декодирования сверточных кодов в частотной области. Также в [5] получены аналитические выражения для оценки вычислительной сложности методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях.

Таблица 1 – Вычислительная сложность метода частотного алгебраического декодирования сверточных кодов на основе БПФ Винограда

Номер этапа	Название этапа декодирования	Вычислительная сложность	
		Умножения	Сложения
1	Преобразование бесконечной двоичной кодовой последовательности сверточного кода в символы поля $GF(p^m)$ и разделение ее на отдельные части	-	-
2	Вычисление прямого преобразования Фурье с помощью БПФ Винограда части кодовой последовательности сверточного кода	$n \log_2 n$	$n \log_2 n$
3	Вычисление многочлена локаторов ошибок (алгоритм Берлекэмп-Месси)	$4t^2$	$4t^2$
4	Рекуррентное продолжение синдрома	$t(n - 2t)$	$t(n - 2t)$
5	Исправление части кодовой последовательности сверточного кода в частотной области	-	$n$
6	Вычисление обратного преобразования Фурье с помощью БПФ Винограда	$n \log_2 n$	$n \log_2 n$
7	Извлечение части информационной последовательности и ее отображение в двоичную последовательность	-	-
Всего		$2 n \log_2 n + nt + 2t^2$	$2 n \log_2 n + nt + 2t^2 + n$

**Целью статьи** является проведение численного сравнения вычислительной сложности методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях.

**Основная часть.** Основные этапы метода алгебраического декодирования сверточных кодов в частотной области на основе БПФ Винограда, а также

аналитические выражения, описывающие их вычислительную сложность, представлены в табл. 1.

В табл. 1  $n$  – длина полного кодового ограничения сверточного кода,  $t$  – количество, исправляемых ошибок. В результате расчетов по выражениям из табл. 1 и [5] получены значения вычислительной сложности методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях в зависимости от длины кодового ограничения (табл. 2).

Таблица 2 – Вычислительная сложность методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях

Скорость, $R=1/m$	Входное кодовое ограничение, $r$	Полное кодовое ограничение, $n$	Полное кодовое ограничение (двоичное), $n$	Количество операций умножения			
				недвоичных		двоичных	
				во временной области, $M_B(r)$	в частотной области, $M_C(r)$	во временной области, $M_B(n)$	в частотной области, $M_C(n)$
1/2	2	3	6	16	15	32	30
1/3	4	7	21	68	61	204	183
1/4	8	15	60	280	210	1120	840
1/5	16	31	155	1136	684	5680	3420
1/6	32	63	378	4576	2273	27456	13638
1/7	64	127	889	18370	7887	128590	55209
1/8	128	255	2040	73600	28590	588800	228720

На рис. 1 и 2 результаты расчетов, приведенные в табл. 2, представлены соответственно в виде графиков  $M_B(r)$ ,  $M_C(r)$  и  $M_B(n)$ ,  $M_C(n)$ .

Из анализа графиков на рис. 1 и 2 следует, что метод частотного декодирования сверточных кодов имеет существенно меньшую вычислительную сложность, чем декодирование во временной области, при длине входного кодового ограничения  $r \geq 8$  (или, что эквивалентно, при длине полного кодового ограничения  $n \geq 60$ ).

В табл. 2 длина входного кодового ограничения фиксированная и удовлетворяет условию  $r \approx n/2$ , поэтому далее рассмотрена зависимость вычислительной сложности методов алгебраического декодирования во временной и частотной областях при фиксированной длине полного кодового ограничения и изменяемом входном кодовом ограничении. Результаты данных расчетов приведены в виде графиков  $M_B(r)$  и  $M_C(r)$  на рис. 3-5.

Из анализа графиков на рис. 3-5 следует, что метод алгебраического декодирования в частотной области имеет меньшую вычислительную сложность, чем во временной области, при следующих значениях длины входного кодового ограничения, а именно: при  $n = 60 - r \geq 6$ ; при  $n = 155 - r \geq 8$ ; при

$n = 378 - r \geq 11$ . Аналогично можно показать, что это также справедливо при  $n = 889 - r \geq 13$  и  $n = 2040 - r \geq 16$ .

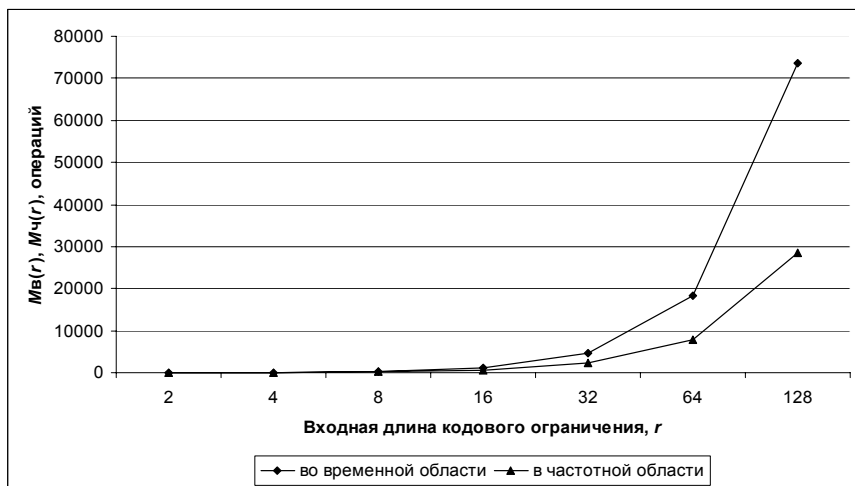


Рисунок 1 – Вычислительная сложность методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях (недвоичные операции)



Рисунок 2 – Вычислительная сложность методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях (двоичные операции)

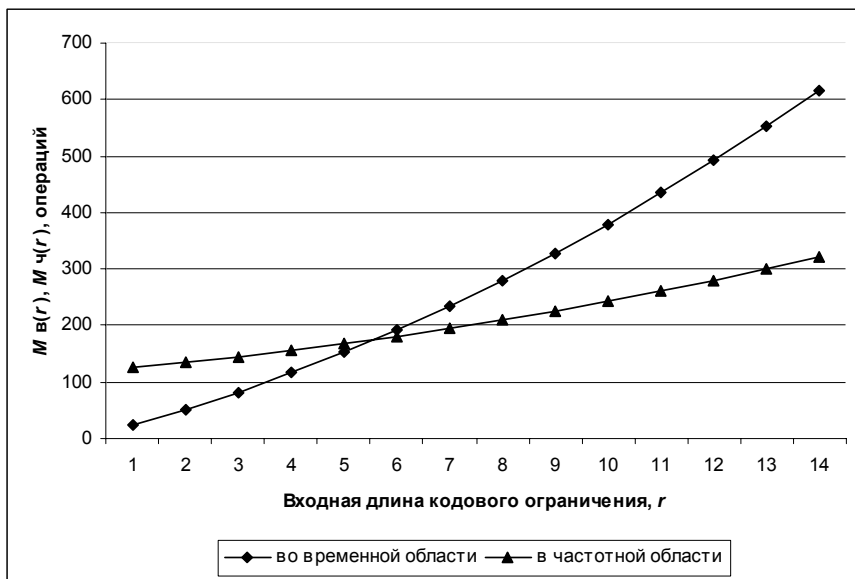


Рисунок 3 – Вычислительная сложность методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях ( $n = 63$ )

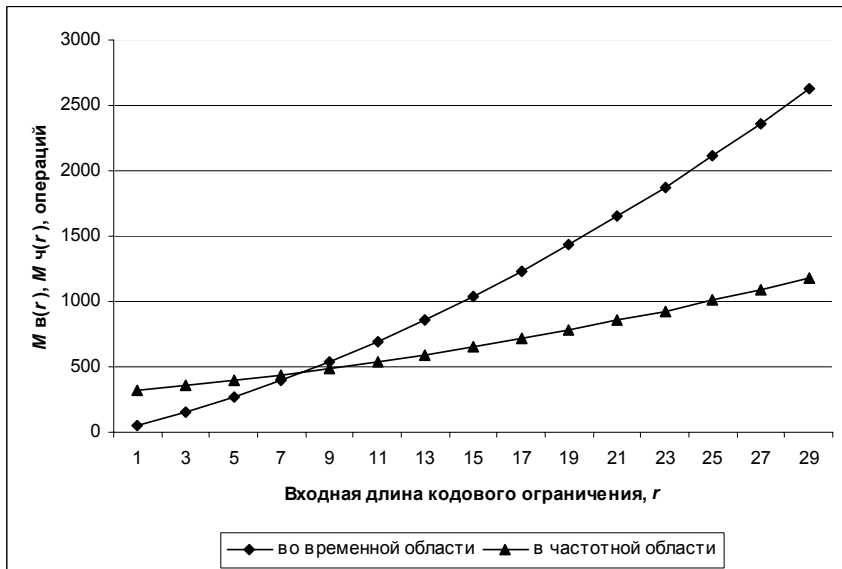


Рисунок 4 – Вычислительная сложность методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях ( $n = 127$ )

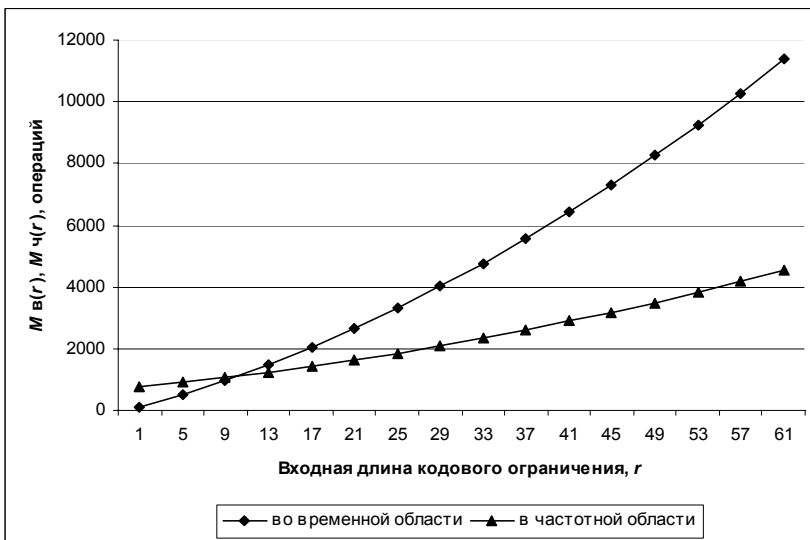


Рисунок 5 – Вычислительная сложность методов алгебраического декодирования сверточных кодов во временной и частотной областях ( $n = 378$ )

**Выводы.** Из изложенного следует, что метод частотного алгебраического декодирования сверточных кодов на основе БПФ Винограда целесообразно использовать для сверточных кодов с длиной входного кодирования  $r \geq 6$ , однако существенное уменьшение вычислительной сложности происходит при  $r \geq 11$ .

**Список литературы:** 1. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов / Р. Блейхут; пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 448 с. 2. Приходько С.И. Алгебраическое декодирование сверточных кодов / С.И. Приходько, С.А. Гусев, А.С. Постольный, А.С. Жученко // Информційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Х.: УкрДАЗТ, 2005. – № 6. – С. 29-37. 3. Штомпель М.А. Метод алгебраїчного декодування згорткових кодів у частотній області / М.А. Штомпель // Зб. наук. праць. – Харків: УкрДАЗТ, 2008. – Вип. 98. – С. 104-111. 4. Приходько С.И. Метод блокового частотного декодирования сверточных кодов / С.И. Приходько, Н.А. Штомпель, А.В. Бушримас // Системи обробки інформації. – 2008. – Вип. 7 (74). – С. 109-111. 5. Штомпель М.А. Обчислювальна складність методу частотного декодування згорткових кодів / М.А. Штомпель // Зб. наук. праць. – Харків: УкрДАЗТ, 2010. – Вип. 116. – С. 106-110.

Поступила в редколлегию 17.10.2011