УДК 681.324

П.Е.ПУСТОВОЙТОВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ ДАННЫХ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

Було досліджено загальні принципи функціонування вузла комп'ютерної мережі та побудовано модель із використанням апарату систем масового обслуговування. Було отримано формули розрахунку ймовірностей станів системи.

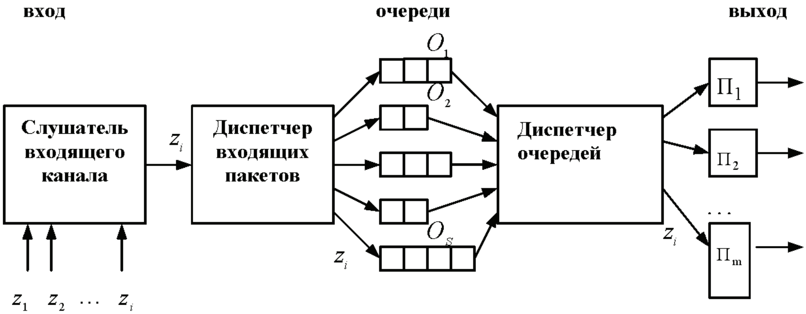
It was researched the functioning of network hub and the model was created, which uses the queuing system. It was got equations for system states probabilities.

Были исследованы общие принципы функционирования узла компьютерной сети и построена модель с использованием аппарата систем массового обслуживания. Были получены формулы расчета вероятностей состояний системы.

Вступление, постановка задачи. Компьютерные сети (КС) созданы для решения совокупности задач обработки потоков заявок на обслуживание. Программы Π_1, …, Π_p решения задач обслуживания хранятся в постоянной или оперативной памяти интеллектуального узла. Объем, структура и содержание задач из разных потоков – различны. Поэтому различны и программы, их обрабатывающие. Заявки, поступающие на вход сети, инициируются в порядке, определяемом процессами, происходящими в среде передачи компьютерной сети и в самом узле. Они генерируются в объектах источниках сети и поступают в узел-приемник периодически или в произвольные, случайные моменты времени. При этом за короткий отрезок времени может поступить несколько заявок z_a, …, z_w, для обслуживания которых должны быть выполнены соответствующие программы узла обслуживания Π_a, …, Π_w. При наличии одного процессора в узле обслуживания эти программы могут быть выполнены только последовательно, в связи с чем возникают очереди заявок на обслуживание. При наличии нескольких процессоров (например, в коммутаторах) очереди на обслуживание (заявка на передачу пакета в порт назначения может быть поставлена в очередь) формируются в связи с занятостью порта назначения [1].

Обработка заявок в КС организуется по схеме, показанной на рисунке. Заявки z_1, …, z_m поступают в устройство «Слушатель входящего канала» узла сети. При появлении заявки z_i узел переключается на выполнение программы приема и постановки заявок в очередь (модуль «Диспетчер входящих пакетов»).

«Диспетчер входящих пакетов» определяет тип поступившей заявки и ставит заявку в соответствующую очередь O_j на обслуживание. Очередь в физическом отношении состоит из совокупности ячеек оперативной памяти, в которых размещаются коды поступивших заявок. В общем случае каждая из очередей содержит заявки, ожидающие обслуживания. Пусть в каждый момент времени узел может выполнять только одну программу обслуживания $П_k$. Процесс выбора заявки из множества заявок, ожидающих обслуживания, называется диспетчированием.



Обработка заявок в узле КС

Процедура диспетчирования реализуется программой, называемой «Диспетчер очередей», которая анализирует состояние очередей O_1, …, O_S, выбирает заявку z_k, имеющую преимущественное право на обслуживание, и инициирует соответствующую прикладную программу $П_k$. Считается, что в момент окончания работы программы обслуженная заявка покидает систему. По окончании программы $П_k$ управление вновь передается «Диспетчеру очередей», который выбирает очередную заявку и инициирует соответствующую прикладную программу. Если очереди отсутствуют, «Диспетчер очередей» находится состоянии ожидания.

Отметим важные особенности процесса функционирования компьютерной сети. Потоки заявок, поступающих в систему, являются случайными. Точно так же случайными для каждой заявки являются продолжительность ожидания начала обслуживания и длительность собственно обслуживания. Таким образом, весь процесс функционирования КС носит стохастический характер, что позволяет рассматривать такие системы как системы массового обслуживания (СМО) [2].

Анализ СМО может быть выполнен аналитически лишь при некоторых достаточно жестких предположениях относительно характера входящего потока и законов распределения продолжительности обслуживания.

Если входящий поток простейший, продолжительность обслуживания экспоненциальна, анализ может быть проведен с использованием теории марковских процессов [2]. При этом технология анализа в особенности проста, если потоки заявок однородны и, поэтому, их суперпозицию можно рассматривать как единый однородный входящий поток [2].

Основные результаты. Пусть на вход n-канальной системы с отказами поступает простейший входной поток с интенсивностью λ, а закон распределения продолжительности обслуживания имеет вид

$$G(t) = 1 - e^{-\mu t},$$

где μ – интенсивность обслуживания, равная количественно среднему числу заявок, которое каждый канал системы в состоянии обслужить. В силу экспоненциальности случайной продолжительности обслуживания поток обслуженных заявок является стационарным и ординарным [3]. Поэтому

$$\mu = 1/T_o,$$

где T_o – среднее время обслуживания.

Для достаточно малого τ в силу ординарности потоков заявок и обслуживаний имеем

$$p_o(\tau) = e^{-\lambda\tau} \approx 1 - \lambda\tau; \quad p_1(\tau) = \lambda\tau e^{-\lambda\tau} \approx \lambda\tau; \quad p_k(\tau) = 0(\tau); \quad k \geq 2. \qquad (1)$$

$$p'_0(\tau) = e^{-\mu\tau} \approx 1 - \mu\tau; \quad p'_1(\tau) = \mu\tau e^{-\mu\tau} \approx \mu\tau; \quad p'_k(\tau) = 0(\tau); \quad k \geq 2. \qquad (2)$$

Здесь

$p_k(\tau)$ – вероятность поступления ровно k заявок в течение интервала времени продолжительности τ,

$p'_k(\tau)$ – вероятность, обслуживания ровно k заявок в течении интервала времени продолжительности τ.

С учетом этих соотношений рассчитаем вероятности переходов системы $w_{ij}(\tau)$:

$$\begin{aligned}
&w_{01}(\tau) = p_1(\tau) \cong \lambda\tau,\\
&w_{10}(\tau) = p_0(\tau)\cdot p'_1(\tau) \cong (1-\lambda\tau) \cong \mu\tau,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad (3)\\
&w_{k-1,k}(\tau) = p_1(\tau)\cdot(p'_0(\tau))^{k-1} \cong \lambda\tau(1-\mu\tau)^{k-1} \cong \lambda\tau,\\
&w_{k,k-1}(\tau) = p_0(\tau)\cdot C_k^1 \cdot p'_1(\tau)\cdot(p'_0(\tau))^{k-1} \cong (1-\lambda\tau)k\mu\tau(1-\mu\tau)^{k-1} \cong k\mu\tau.
\end{aligned}$$

Введем интенсивность перехода процесса из i-го состояния в j-е

$$w_{ij} = \lim_{\tau\to 0}\frac{w_{ij}(\tau)}{\tau}. \qquad (4)$$

Тогда

$$w_{01} = \lambda; \; w_{10} = \mu; \; w_{k\text{-}1,k} = \lambda; \; w_{k,k\text{-}1} = k\mu; \; w_{n-1} = \lambda; \; w_{n,n\text{-}1} = n\mu. \qquad (5)$$

Система дифференциальных уравнений Колмогорова А.Н. для вероятностей состояний имеет вид:

$$\begin{cases}
\dot{p}_0(t) = \mu p_1(t) - \lambda p_0(t),\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
\dot{p}_k(t) = \lambda p_{k-1}(t) + \mu p_{k+1}(t) - p_k(t)(\lambda + k\mu).
\end{cases} \qquad (6)$$

Систему уравнений (6) необходимо дополнить условием нормировки $\sum_{k=0}^{n} p_k(t) = 1$. Для решения системы (6) можно использовать преобразование Лапласа [4].

При этом получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} s\pi_0(s) - p_0(0) = \mu\pi_1(s) - \lambda\pi_0(s), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ s\pi_k(s) - p_k(0) = \lambda\pi_{k-1}(s) + \mu\pi_{k+1}(s) - \pi_k(s)(\lambda + k\mu), \\ s\sum_{k=0}^{n}\pi_k(s) = 1. \end{cases} \tag{7}$$

Решив систему уравнений (7) обычным образом и выполнив обратное преобразование Лапласа, получим соотношения для $p_k(t)$, $k = 0,1,2,\dots,n$.

Для оценки эффективности СМО интерес представляет асимптотическое поведение системы при $t \to \infty$. В этом случае, как можно показать [5], процесс в системе приобретает установившийся характер и поэтому $\lim_{t\to\infty} \dot{p}_k(t) = 0$. Тогда дифференциальные уравнения для вероятностей состояний системы упрощаются к виду:

$$\begin{cases} \lambda p_0 - \mu p_1 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \lambda p_{k-1} - (\lambda + k\mu)p_k + (k+1)\mu p_{k+1} = 0, \ k = 1,2,\dots,n-1. \end{cases} \tag{8}$$

Введем новую переменную $z_k = \lambda p_{k-1} - k\mu p_k$. Тогда полученная система уравнений (8) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} z_1 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ z_k - z_{k+1} = 0, \ k = 1,2,\dots,n, \end{cases} \tag{9}$$

откуда, как легко видеть,

$$z_1 = z_2 = \dots = z_n = 0 \cdot$$

Тогда

$$z_k = \lambda p_{k-1} - k\mu p_k = 0, \qquad k = 1,2,\dots,n\,. \tag{10}$$

Из уравнения (10) следует рекуррентное соотношение $p_k = \frac{\lambda}{k\mu} p_{k-1}$, используя которое, получим,

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0; \quad p_2 = \frac{\lambda}{2\mu} p_1 = \frac{\lambda^2}{2!\mu^2} p_0, \dots, p_k = \frac{\lambda^k}{k!\mu^k} p_0\,. \tag{11}$$

Таким образом, вероятности всех состояний выражены через p_0. Для расчета p_0 используем условие нормировки. При этом

$$\sum_{k=0}^{n} p_k = \sum_{k=0}^{n} \frac{\lambda^k}{k!\mu^k} p_0 = p_0 \sum_{k=0}^{n} \frac{\lambda^k}{k!\mu^k} = 1\,, \tag{12}$$

откуда

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{n} \frac{\lambda^k}{k!\mu^k}}\,, \quad p_k = \frac{\frac{\alpha^k}{k!}}{\sum_{l=0}^{n} \frac{\alpha^l}{l!}}\,, \quad k = 0,1,2,...,n\,, \quad \alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda T_o\,. \tag{13}$$

Эти соотношения называют формулами Эрланга. Заметим, что они верны для систем с отказами в случае произвольного закона распределения времени обслуживания.

Выводы. Таким образом, функционирование узла компьютерной сети было представлено как многоканальную систему массового обслуживания с ограниченной очередью. Были получены соотношения для вероятностей всех возможных состояний системы, что позволяет без труда определить основные характеристики системы массового обслуживания как средняя длина очереди, средняя продолжительность пребывания заявки в системе, вероятность отказа и т.п. Приведенная выше известная методика анализа системы обслуживания с отказами может быть применена для описания и оценки эффективности функционирования более сложных систем, являющихся моделями многовходовых компьютерных сетей.

Список литературы. 1. *Олифер В.Г.* Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. 4-е изд. / *В.Г. Олифер, Н.А. Олифер*. – СПб.: Питер, 2010. – 944 с. **2.** *Ивченко Г.И.* Теория массового обслуживания / *Г.И.Ивченко, В.А. Каштанов, И.Н. Коваленко*. – М.: Высшая школа, 1982. – 412 с. **3.** *Хинчин А.Я.* Работы по математической теории массового обслуживания / *А.Я. Хинчин*. – М.: Сов. Радио, 1963. – 284 с. **4.** *Диткин В.А.* Интегральные преобразования и операционное исчисление / *В.А. Диткин, А.П. Прудников*. – М.: ГИФМЛ, 1962. – 332 с. **5.** *Чжун Кай-Лай* Однородные цепи Маркова: пер. с англ. / *Кай-Лай Чжун*. – М.: МИР, 1964. – 420 с.

Поступила в редколлегию 03.10.2011