УДК 534.231/534-16 + 621.373

О.Н. ПЕТРИЩЕВ, В.В. ПИЛИНСКИЙ, А.С. ЧУПАХИН

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ, СОЗДАВАЕМОГО ВИБРИРУЮЩИМ ФЕРРОМАГНИТНЫМ ДИСКОМ

Показано, что источниками низкочастотных электромагнитных помех могут быть металлические элементы радиоэлектронной аппаратуры, которые совершают механические колебания (вибрируют) в присутствии постоянного магнитного поля. В данной работе на примере колеблющегося ферромагнитного диска, рассмотрены последовательности вычислительных процедур, которые позволяют определить амплитуду переменной намагниченности вибрирующего диска и уровни переменного магнитного поля в окружающем пространстве.

Ключевые слова: электромагнитная обстановка; источник помех; звуковой диапазон; механические вибрации; магнитное поле; ферромагнитный диск.

Введение. В результате многочисленных исследований электромагнитных помех в объеме помещений с радиоэлектронной аппаратурой [1-3] выявлено наличие низкочастотных электромагнитных полей звукового частотного диапазона. Установлено, что электромагнитные помехи килогерцового частотного диапазона сгенерированы источниками в составе комплекса радиоэлектронной аппаратуры. Источниками низкочастотных электромагнитных помех могут быть металлические элементы радиоэлектронной аппаратуры, которые совершают механические колебания (вибрируют) в присутствии постоянного магнитного поля.

Предположим, что эта ферромагнитный диск вибрирует в постоянном или низкочастотном переменном магнитном поле. Ферромагнитные материалы нашли широкое применение в самых различных областях современной техники [4]. Механические вибрации предварительно намагниченного ферромагнетика сопровождаются деформациями малых объемов диска, что вызывает повороты магнитных доменов (обратный магнитострикционный эффект). Повороты магнитных доменов сопровождаются изменением магнитного поля рассеяния, которое существует в окрестности вибрирующего диска. Очевидно, что частота смены знака магнитного поля рассеяния будет в точности равна частоте смены знака напряженно-деформированного состояния в объеме вибрирующего ферромагнитного диска, то есть частоте механических вибраций. Причины возникновения механических вибраций представлены в [5]. В работе [6] выполнены измерения виброскорости в офисном помещении.

Цель данной работы: синтез характеристик низкочастотного магнитного поля, обусловленного вибрацией ферромагнитных компонентов радиоэлектронной аппаратуры.

1. Расчет переменного магнитного поля в окрестности колеблющегося диска. Изменяющаяся во времени по закону $e^{i\omega t}$ намагниченность колеблющегося ферромагнитного диска формирует в окружающем пространстве переменное электромагнитное поле, описываемое уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot}\vec{\mathbf{H}}^e = i\omega\varepsilon_0\vec{\mathbf{E}}^e\,; \qquad (1)$$

$$\operatorname{rot}\vec{\mathbf{E}}^e = -i\omega\mu_0\vec{\mathbf{H}}^e\,, \qquad (2)$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м и $\mu_0 = 4\pi Ч10^{-7}$ Гн/м - диэлектрическая и магнитная постоянные; $\vec{\mathbf{H}}^e$ и $\vec{\mathbf{E}}^e$ - амплитудные значения изменяющихся во времени по закону $e^{i\omega t}$ векторов напряженности магнитной и электрической составляющей электромагнитного поля.

Из уравнений (1) и (2) следует, что

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{\mathbf{H}}^e - \omega^2\varepsilon_0\mu_0\vec{\mathbf{H}}^e = 0\,. \qquad (3)$$

На частотах звукового диапазона $\omega^2\varepsilon_0\mu_0 << 1$, и уравнение (3) принимает вид

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{\mathbf{H}}^e = 0\,. \qquad (4)$$

Решение уравнения (4) на поверхностях диска $z = \pm h$ должно обеспечивать выполнение граничных условий

$$H_\rho^e(\rho,\pm h) = 0\,\forall\,\rho \le R_0\,. \qquad (5)$$

$$\mu_0 H_\rho^e(\rho,\pm h) - B_z(\rho,\pm h) = 0\,\forall\,\rho \le R_0\,, \qquad (6)$$

где $B_z(r,z) = B_z^V(r,z) + m_{33}^e H_z(r,z)$ – магнитная индукция в объеме колеблющегося ферромагнитного диска; компонент $H_z(\rho,z)$ определен выражением:

$$H_z(\rho,z) = H_0 W_z(\lambda,\rho,R_0)\sum_{k=0}^{\infty} p_k \frac{(\lambda\zeta_k)^2}{(\lambda^4 - \zeta_k^4)}\sin(\alpha_k z)\,.$$

Решение уравнения (4) целесообразно выполнить в сферической системе координат (ϑ,ϕ,r), координатные линии которой показаны на рис. 1.

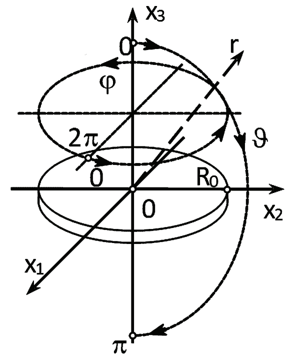

Рисунок 1 – Декартовая и сферическая системы координат

Для определения характеристик поля в полупространстве $x_3 \ge h$ будет использована сферическая система координат, начало которой совмещено с центром верхней поверхности ферромагнитного диска. Для переменного магнитного поля в полупространстве $x_3 \le -h$, начало сферической системы координат совмещено с центром нижней ($z = -h$) поверхности диска.

Магнитное поле в окрестности колеблющегося диска не зависит от азимутальной координаты φ, поэтому векторное уравнение (4) распадается на два скалярных уравнения:

$$\frac{\operatorname{ctg}\vartheta}{r}\left[\frac{1}{r}H_\vartheta^e + \frac{\partial H_\vartheta^e}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial H_r^e}{\partial \vartheta}\right] + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial H_\vartheta^e}{\partial \vartheta} + \frac{\partial^2 H_\vartheta^e}{\partial \vartheta \partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial^2 H_r^e}{\partial \vartheta^2}\right] = 0 . \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial H_\vartheta^e}{\partial r}\right) - r\frac{\partial^2 H_r^e}{\partial \vartheta \partial r} = 0 , \quad (8)$$

где $H_\vartheta^e(\vartheta, r)$ и $H_r^e(\vartheta, r)$ - амплитудные значения полярного и радиального компонентов вектора $\vec{\mathbf{H}}^e(\vartheta, r)$ напряженности осесимметричного переменного магнитного поля в окрестности колеблющегося ферромагнитного диска.

Из условия отсутствия магнитных зарядов, то есть условия $\operatorname{div}\vec{\mathbf{H}}^e = 0$, следует, что между компонентами вектора $\vec{\mathbf{H}}^e(\vartheta, r)$ существует линейная зависимость, то есть

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 H_r^e\right) = -\left[\operatorname{ctg}\vartheta\, H_\vartheta^e + \frac{\partial H_\vartheta^e}{\partial \vartheta}\right]. \quad (9)$$

С помощью соотношения (9) можно исключить из уравнения (7) компонент $H_\vartheta^e(\vartheta, r)$ и его производные по переменным r и ϑ. После этого уравнение (7) принимает вид

$$\frac{\partial^2 H_r^e}{\partial r^2} + \frac{4}{r}\frac{\partial H_r^e}{\partial r} + \frac{2}{r^2}H_r^e + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2 H_r^e}{\partial \vartheta^2} + \operatorname{ctg}\vartheta\frac{\partial H_r^e}{\partial \vartheta}\right) = 0 . \quad (10)$$

Следуя общепринятому методу разделения переменных [8], решение уравнения (10) можно представить в виде

$$H_r^e(\vartheta, r) = T(\vartheta) R(r), \quad (11)$$

где $T(\vartheta)$ и $R(r)$ - подлежащие определению функции.

Подставляя соотношение (11) в уравнение (10), получаем

$$T(\vartheta) FR(r) + \frac{R(r)}{r^2} FT(\vartheta) = 0 , \quad (12)$$

где $FR(r) = \dfrac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \dfrac{4}{r}\dfrac{\partial R}{\partial r} + \dfrac{2}{r^2}R$, $FT(\vartheta) = \dfrac{\partial^2 T}{\partial \vartheta^2} + \operatorname{ctg}\vartheta\dfrac{\partial T}{\partial \vartheta}$.

Рассмотрим функцию $FT(\vartheta)$.

Для функции $FT(\vartheta)$ перейдем к новой переменной $\xi = \cos\vartheta$, тогда:

$$FT(\xi) = -\left[\left(\xi^2 - 1\right)\frac{\partial^2 T(\xi)}{\partial \xi^2} + 2\xi\frac{\partial T(\xi)}{\partial \xi}\right]. \quad (13)$$

Добавим и вычтем в правой части выражения (13) комбинацию $\nu(\nu+1)T(\xi)$, где $\nu = 0,1,2,\ldots$ - элемент ряда натуральных чисел. Выражение (13) принимает вид

$$FT(\xi) = -\left[\left(\xi^2 - 1\right)\frac{\partial^2 T(\xi)}{\partial \xi^2} + 2\xi\frac{\partial T(\xi)}{\partial \xi} - \nu(\nu+1)T(\xi)\right] - \nu(\nu+1)T(\xi) . \quad (14)$$

В квадратной скобке выражения (14) записано уравнение Лежандра [9]. Если представить $T(\xi) = P_\nu(\xi)$, где $P_\nu(\xi)$ - функция Лежандра первого рода степени ν, то квадратная скобка в соотношении (14) обращается в нуль, а уравнение (12) имеет вид

$$\sum_\nu P_\nu(\xi)\left[\frac{\partial^2 R_\nu(r)}{\partial r^2} + \frac{4}{r}\frac{\partial R_\nu(r)}{\partial r} + \frac{2}{r^2}R_\nu(r) - \frac{\nu(\nu+1)}{r^2}R_\nu(r)\right] = 0 . \quad (15)$$

Известно [7], что функции Лежандра четных степеней ν не обращаются в нуль при $\xi = 0$. Функции Лежандра нечетных степеней ν, напротив, при $\vartheta = \pi/2$ $(\xi = 0)$ принимают нулевые значения. Для того, чтобы определиться с символом ν в уравнении (15) примем во внимание то, что компоненты вектора напряженности $\vec{\mathbf{H}}^e$ переменного магнитного поля в окрестности колеблющегося диска в цилиндрической системе координат выразим через компоненты $H_r^e(r, \vartheta)$ и $H_\vartheta^e(r, \vartheta)$:

$$H_z^e = H_r^e \cos\vartheta - H_\vartheta^e \sin\vartheta ,$$

$$H_\rho^e = H_r^e \sin\vartheta - H_\vartheta^e \cos\vartheta .$$

Для того, чтобы обеспечить выполнение граничного условия (5), то есть $H_\rho^e(\rho, h) = 0$, необходимо и достаточно положить в уравнении (15) значок $\nu = 1 + 2m$, где $m = 0,1,2,\ldots$.

Очевидно, что сумма знакопеременного ряда (15) равна нулю, когда

$$\frac{\partial^2 R_m(r)}{\partial r^2} + \frac{4}{r}\frac{\partial R_m(r)}{\partial r} + \frac{2}{r^2}R_m(r) - \frac{\nu(\nu+1)}{r^2}R_m(r) = 0, \quad (16)$$

где $\nu = 1 + 2m$.

Для удобства выполнения дальнейших вычислений, представим уравнение (16) в безразмерном, относительно аргумента искомой функции R_m, виде

$$x^2\frac{\partial^2 R_m(x)}{\partial x^2} + 4x\frac{\partial R_m(x)}{\partial x} + \left[2 - \nu(\nu+1)\right]R_m(x) = 0 , \quad (17)$$

где $x = r/R_0$ - безразмерная радиальная координата; R_0 - радиус колеблющегося диска.

Подстановкой $R_m(x) = x^{-3/2}\, U_m(x)$ уравнение (17) приводится к стандартному уравнению Эйлера [9] относительно функции $U_m(x)$. Уравнение Эйлера

$$x^2\frac{\partial^2 U_m(x)}{\partial x^2} + x\frac{\partial U_m(x)}{\partial x} - \left(2m + 3/2\right)^2 U_m(x) = 0$$

имеет своим общим решением функцию

$$U_m(x) = C_m x^{2m+3/2} + D_m x^{-(2m+3/2)}, \quad (18)$$

где C_m и D_m - подлежащие определению константы. Очевидно, что во внутренней области $0 \le x \le 1$, то есть внутри полусферы радиуса R_0, функция $U_m(x) = U_m^{(-)}(x) = C_m x^{2m+3/2}$. Во внешней области $x > 1$ функция $U_m(x) = U_m^{(+)}(x) = D_m x^{-(2m+3/2)}$. На поверхности полусферы $x = 1$ должно выполняться очевидное равенство $U_m^{(-)}(1) = U_m^{(+)}(1)$, откуда следует, что $C_m = D_m$.

Искомая функция $R_m(x)$ может быть найдена следующим образом

$$R_m(x) = \begin{cases} C_m x^{2m} \ \forall\, x \in [0,1], \\ C_m x^{-(2m+3)} \ \forall\, x > 1. \end{cases}$$

Таким образом, искомый радиальный компонент $H_r^e(r,\vartheta)$ задается выражением

$$H_r^e(r,\vartheta) = \begin{cases} \sum\limits_{m=0}^{\infty} C_m \left(\dfrac{r}{R_0}\right)^{2m} P_{1+2m}(\xi) \,\forall\, r \in [0, R_0], \\ \sum\limits_{m=0}^{\infty} C_m \left(\dfrac{r}{R_0}\right)^{-(2m+3)} P_{1+2m}(\xi) \,\forall\, r > R_0. \end{cases} \quad (19)$$

Рассмотрим уравнение (8). Очевидно, что его можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 \frac{\partial H_\vartheta^e}{\partial x}\right) = x \frac{\partial^2 H_r^e}{\partial x \partial \vartheta}. \quad (20)$$

Решение уравнения (20) осуществляется последовательным интегрированием правой части по переменной x.

Для внутренней области $0 \le x \le 1$ имеем

$${}^{(-)}H_\vartheta^e(r,\vartheta) = -\sin\vartheta \sum_{m=0}^{\infty} C_m \left[\frac{x^{2m}}{2m+1} - \frac{q_1^{(m)}}{x} + q_2^{(m)}\right] \frac{\partial P_{1+2m}(\xi)}{\partial \xi},$$

где $q_1^{(m)}$ и $q_2^{(m)}$ - константы интегрирования. Очевидно, что $q_1^{(m)} = 0$ и

$${}^{(-)}H_\vartheta^e(r,\vartheta) = -\sin\vartheta \sum_{m=0}^{\infty} C_m \left[\frac{1}{2m+1}\left(\frac{r}{R_0}\right)^{2m} + q_2^{(m)}\right] \frac{\partial P_{1+2m}(\xi)}{\partial \xi} \,\forall\, r \in [0, R_0]. \quad (21)$$

Для области $r > R_0$ формула для расчета полярного компонента вектора напряженности переменного магнитного поля имеет вид

$${}^{(+)}H_\vartheta^e(r,\vartheta) = -\sin\vartheta \sum_{m=0}^{\infty} C_m \left[-\frac{x^{-(2m+3)}}{2m+2} - \frac{q_3^{(m)}}{x} + q_4^{(m)}\right] \frac{\partial P_{1+2m}(\xi)}{\partial \xi},$$

где $q_3^{(m)}$ и $q_4^{(m)}$ - константы интегрирования. Очевидно, что $q_4^{(m)} = 0$ и

$${}^{(+)}H_\vartheta^e(r,\vartheta) = -\sin\vartheta \sum_{m=0}^{\infty} C_m \left[-\frac{1}{2m+2}\left(\frac{r}{R_0}\right)^{-(2m+3)} - \frac{q_3^{(m)}}{(r/R_0)}\right] \frac{\partial P_{1+2m}(\xi)}{\partial \xi} \,\forall\, r > R_0. \quad (22)$$

Постоянные интегрирования $q_2^{(m)}$ и $q_3^{(m)}$ находят из условий сопряжения решений на поверхности полусферы $x = 1$

$${}^{(-)}H_\vartheta^e(1,\vartheta) = {}^{(+)}H_\vartheta^e(1,\vartheta),$$

$$\frac{\partial}{\partial x} {}^{(-)}H_\vartheta^e(x,\vartheta)\Big|_{x=1} = \frac{\partial}{\partial x} {}^{(+)}H_\vartheta^e(x,\vartheta)\Big|_{x=1},$$

откуда следует, что $q_2^{(m)} = 0$ и $q_3^{(m)} = -\dfrac{4m+3}{(2m+1)(2m+2)}$. С учетом этого соотношения (21) и (22) принимают вид

$${}^{(-)}H_\vartheta^e(r,\vartheta) = -\sin\vartheta \sum_{m=0}^{\infty} \frac{C_m}{2m+1}\left(\frac{r}{R_0}\right)^{2m} \frac{\partial P_{1+2m}(\xi)}{\partial \xi} \forall r \in [0, R_0], \quad (23)$$

$${}^{(+)}H_\vartheta^e(r,\vartheta) = -\sin\vartheta \sum_{m=0}^{\infty} \frac{C_m}{2m+2}\left[-\left(\frac{r}{R_0}\right)^{-(2m+3)} + \left(\frac{4m+3}{2m+1}\right)\left(\frac{r}{R_0}\right)^{-1}\right] \frac{\partial P_{1+2m}(\xi)}{\partial \xi} \,\forall\, r > R_0. \quad (24)$$

Выражения (19) и (23) обеспечивают автоматическое выполнение граничного условия (5). Соответствующим подбором констант C_m можно обеспечить приближенное выполнение условий (6).

Входящий в состав условия (6) аксиальный компонент вектора магнитной индукции $B_z(\rho,h)$ запишем в виде

$$B_z(\rho,h) = B_z^V(\rho,h) + \mu_{33}^{\varepsilon} H_z(\rho,h) =$$
$$= B_0 \psi \left[J_0(\lambda\rho) I_1(\lambda R_0) - I_0(\lambda\rho) J_1(\lambda R_0)\right], \quad (25)$$

где $B_0 = U_0 H_z^0 \dfrac{h m_2 \lambda^2}{D(\lambda R_0)}$; $\psi = 1 + \sum\limits_{k=0}^{\infty} p_k \dfrac{(-1)^k (\lambda \zeta_k)^2}{(\lambda^4 - \zeta_k^4)}$.

Известно [7], что функции Бесселя $J_0(q_n x)$, где q_n - n-ый корень уравнения $J_0(z) = 0$ (n-ый нуль функции Бесселя нулевого порядка), образуют систему ортогональных функций на интервале $0 \le x \le 1$, то есть существует интеграл

$$\int_0^1 x J_0(q_k x) J_0(q_n x)\, dx = \begin{cases} 0 \,\forall\, k \ne n, \\ J_1^2(q_n)/2 \text{ при } k = n. \end{cases} \quad (26)$$

Соотношения (26) позволяют записать выражение (25) в виде

$$B_z(\rho,h) = 2\sum_{n=1}^{\infty} B_n J_0(q_n x), \quad (27)$$

где $B_n = B_0 \psi \dfrac{q_n}{J_1(q_n)}\left[\dfrac{I_1(\lambda R_0) J_0(\lambda R_0)}{(\lambda R_0)^2 - q_n^2} - \dfrac{I_0(\lambda R_0) J_1(\lambda R_0)}{(\lambda R_0)^2 + q_n^2}\right]$.

При этом граничные условия (6) принимают вид

$$2\sum_{n=1}^{\infty} B_n J_0(q_n x) = \mu_0 \sum_{m=0}^{\infty} C_m (-1)^m \frac{(2m)!}{4^m (m!)^2} x^{2m}, \quad (28)$$

где $\left[\sin\vartheta \dfrac{\partial P_{1+2m}(\xi)}{\partial \xi}\right]\Bigg|_{\xi=0} = (2m+1)(-1)^m \dfrac{(2m)!}{4^m (m!)^2}$.

Умножим левую и правую части равенства (28) на произведение $x J_0(q_n x)$ и проинтегрируем полученные результаты по переменной x в пределах от нуля до единицы. После выполнения этих действий можно записать, что

$$\sum_{m=0}^{\infty} C_m \beta_{mn} = \frac{B_n}{\mu_0}, \quad (29)$$

где $\beta_{mn} = (-1)^m \dfrac{(2m)!}{4^m (m!)^2 J_1^2(q_n)} \int\limits_0^1 x^{2m+1} J_0(q_n x)\, dx$.

Уравнение (29) позволяет приближенно определить первые $M + 1$ коэффициентов C_m. Действительно, равенство (29) можно приближенно записать в следующем виде

$$\begin{gathered} C_0\beta_{01} + C_1\beta_{11} + C_2\beta_{21} + ... + C_M\beta_{M1} = B_1/\mu_0 , \\ C_0\beta_{02} + C_1\beta_{12} + C_2\beta_{22} + ... + C_M\beta_{M2} = B_2/\mu_0 , \\ C_0\beta_{03} + C_1\beta_{13} + C_2\beta_{23} + ... + C_M\beta_{M3} = B_3/\mu_0 , \quad (30) \\ \dots \\ C_0\beta_{0n} + C_1\beta_{1n} + C_2\beta_{2n} + ... + C_M\beta_{Mn} = B_n/\mu_0 , \\ C_0\beta_{0M} + C_1\beta_{1M} + C_2\beta_{2M} + ... + C_M\beta_{MM} = B_M/\mu_0 \end{gathered}$$

где $M = n + 1$.

Система линейных алгебраических уравнений (30) разрешена относительно искомых констант C_0, C_1, C_2, …, C_M единственным образом и обеспечивает получение данных об электромагнитной обстановки создаваемой ферромагнитным диском постоянного магнитного поля.

Выводы. На примере ферромагнитного диска, совершающего осесимметричные колебания поперечного изгиба, рассмотрены последовательности вычислительных процедур, которые позволяют определить амплитуду переменной намагниченности колеблющегося диска и уровни переменного магнитного поля в окружающем его пространстве.

Список литературы: **1.** *Маслов М. Ю.* Численный анализ электромагнитной обстановки в офисном помещении / *М. Ю. Маслов* // Vestnik SONIIR 2004. − № 1 − С. 162-168. **2.** *Антипова, С.Е.* Методы прогнозирования электромагнитной обстановки на рабочих местах предприятий электроэнергетики и связи / *С.Е. Антипова, В.А. Романов* // Радиотехника. 2001. − № 9. – С. 81−85. **3.** *Пилинский В.В.* Особенности обеспечения электромагнитной совместимости современного киноконцертного комплекса. Часть 2 – Формирование электромагнитной обстановки силовыми цепями киноконцертного оборудования / *В.В. Пилинский, М.В. Родионова, А.С. Чупахин* // Техническая электродинамика. Тематический выпуск «Силовая электроника и энергоэффективность» – 2009. – № 4. – С. 3-9. **4.** *R. Cantieni T.* Biro Office floor vibrations: modal parameter identification and vibration monitoring Available at: http://seismicsystems.net/ downloads/ 2005_Cantieni_Biro_Modal Parameter_Identification_and_ Vibration_Monitoring_Mainau.pdf (accessed 29 March 2016) **5.** *Руссов В. А.* Диагностика дефектов вращающегося оборудования по вибрационным сигналам / *В. А. Русов*. – Пермь, 2012. – 252 с. **6.** Материаловедение. Технология конструкционных материалов : учеб. пособие / под ред. *В. П. Горелова*. – Новосибирск : НГАВТ, 2010. – 360 с. **7.** Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. *М. Абрамовица, И. Стиган.* – М.: Наука, 1979. – 832 с. **8.** *Кошляков Н. С.* Уравнения в частных производных математической физики / *Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов*. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с. **9.** *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / *Э.Камке*. – М.: Наука, 1976. – 576 с.

Bibliography (transliterated): **1.** Maslov M. Y. Chislennyj analiz jelektromagnitnoj obstanovki v ofisnom pomeshhenii. M. Y. Maslov. Herald SONIIR 2004. No 1. p. 162-168. **2.** Antipova S.E, Romanov V.A., Metody prognozirovanija jelektromagnitnoj obstanovki na rabochih mestah predprijatij jelektrojenergetiki i svjazi. Radiotehnika. 2001. No 9. pp. 81−85. **3.** Pilinsky V. V., Osobennosti obespechenija jelektromagnitnoj sovmestimosti sovremennogo kinokoncertnogo kompleksa. Chast' 2 – Formirovanie jelektromagnitnoj obstanovki silovymi cepjami kinokoncertnogo oborudovanija. V. V. Pilinsky, M. V. Rodionova, A. S. Chupakhin. Tehnicheskaja jelektrodinamika. Tematicheskij vypusk «Silovaja jelektronika i jenergojeffektivnost'». Vol. 4. pp. 3-9, 2009. **4.** R. Cantieni, T. Biro Office floor vibrations: modal parameter identification and vibration monitoring Available at: http://seismicsystems.net/ downloads/2005_Cantieni_Biro_ Modal_ Parameter_Identification_and_ Vibration_Monitoring_ Mainau.pdf (accessed 29 March 2016) **5.** Russov V. A. Diagnostika defektov vraschayuschegosya oborudovaniya po vibratsionnyim signalam. V. A. Rusov. Perm, 2012. 252 p. **6.** Materialovedenie. Tehnologiya konstruktsionnyih materialov : ucheb. posobie. pod red. V. P. Gorelova. Novosibirsk : NGAVT, 2010. 360 p. **7.** Spravochnik po spetsialnyim funktsiyam s formulami, grafikami i matematicheskimi tablitsami. Pod red. M. Abramovitsa i I. Stigan. M.: Nauka, 1979. 832 p. **8.** Koshlyakov N. S., Gliner E. B., Smirnov M. M. Uravneniya v chastnyih proizvodnyih matematicheskoy fiziki. Moscow: Vyisshaya shkola, 1970. 710 p. **9.** Kamke E. Spravochnik po obyiknovennyim differentsialnyim uravneniyam. Moscow: Nauka, 1976. 576 p.

Поступила (received) 30.03.2016

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Петрищев Олег Николаевич – доктор технических наук, профессор Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт»; тел.: (066) 766-31-33; e-mail: petrischev@ukr.net.

Petrischev Oleg Nikolaevich − Doctor of Technical Sciences, Professor, National Technical University of Ukraine "KPI", Kiev, tel.: (066) 766-31-33; e-mail: petrischev@ukr.net.

Пилинский Владимир Владимирович − кандидат технических наук, профессор Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт»; тел.: (095) 276-92-70; e-mail: pww@ukr.net.

Pilinsky Vladimir Vladimirovich − Candidate of Technical Sciences, Professor, National Technical University of Ukraine "KPI", tel.: (095) 276-92-70; e-mail: pww@ukr.net.

Чупахин Александр Сергеевич − аспирант, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»; тел.: (050) 698-67-77; e-mail: chupe@ukr.net.

Chupakhin Alexander Sergeevich − Postgraduate, National Technical University of Ukraine "KPI", tel.: (050) 698-67-77; e-mail: chupe@ukr.net.