УДК 621.833.6

В.А.ТКАЧЕНКО*, проф., к.т.н., НАКУ им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»*

О ЖЕСТКОСТИ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

The associations on a rigidity of planetary mechanisms of the simples and closed schemes are deduced and analyzed. Is shown, that the rigidity of the planetary mechanism depends on design data $x\lambda$. The recommendations for a drop of a rigidity of satellite blocks are reduced with the purpose of a diminution of nonuniformity of a load among satellites.

Деформативность (податливость) и жесткость любой проектируемой механической системы являются характеристиками ее поведения как в статических так и в динамических условиях. Оптимальность конструкции определяется оптимальностью величин податливости или жесткости ее деталей и конструкции в целом.

Любой многосателлитный планетарный механизм является прежде всего статически неопределимой системой и определение реальных сил как в зацеплениях так и во всех других кинематических парах невозможно без привлечения уравнений деформации, то есть без учета жесткости всех элементов и деталей. В динамическом смысле деформативность деталей определяет поведение всего механизма (его собственные крутильные колебания, дополнительные динамические усилия в кинематических парах, изменяет реальный закон движения звеньев и т.п.).

Обычно принимают, что максимальная сила в зацеплении $z_1 - z_2$ многосателлитного планетарного механизма

$$P_{max}^{n} = P_{cp}^{n} \cdot \Omega = C_{ci}\delta, \qquad (1)$$

где $\Omega -$ коэффициент неравномерности распределения нагрузки среди сателлитов,

$C_{ci} -$ жесткость одного сателлитного узла (коэффициент линейной жесткости), приведенная к линии зацепления $z_1 - z_2$,

δ – эквивалентное смещение зуба z_1 вдоль линии зацепления, являющееся суммой эквивалентных упругих деформаций всех деталей сателлитного узла. Чаще всего

$$\delta = \delta_{зац_{12}} + \delta'_{зац_{34}} + \delta_{об_1} + \delta_{об_2} + \delta'_{об_3} + \delta'_{об_4} + \delta'_{кр} + \delta'_{из} + \delta'_{подш} + \delta'_{ш} + \delta'_{п} \quad (2)$$

Штрихами обозначены приведенные к линии зацепления $z_1 - z_2$ деформации $\delta'_{зац_{34}}$ зацепления колес $z_3 - z_4$, деформация кручения вала сателлита $\delta'_{кр}$, деформация изгиба вала сателлита $\delta'_{из}$, деформация подшипников сателлита $\delta'_{подш}$, деформация перемычек водила $\delta'_{п}$ и деформация шпонок, шлицев или других элементов крепления венцов сателлитов к валу $\delta'_{ш}$.

Исследованию жесткости зубчатого зацепления ($\delta_{зац_{12}}$ и $\delta_{зац_{34}}$) посвящено много трудов, фундаментальными из которых являются труды проф. Айрапетова Э.Л. и проф. Кудрявцева В.Н. По Айрапетову Э.Л. [1] жесткость зубьев зависит от фазы зацепления и коэффициента перекрытия ε

$$C_{зац} = \frac{bE}{11{,}2}\left[1 - 0{,}4\left(1 - \frac{2x}{\varepsilon}\right)^2\right], \quad (3)$$

где $x = 0$ соответствует моменту входа в зацепление, $x = \varepsilon - 1$ и $x = 1$ - началу и концу однопарного зацепления, а $x = \varepsilon$ - выходу из зацепления,

- b - ширина зубчатого колеса.

Переменность величины $C_{зац}$, ее периодические изменения - причина возникновения гармонических колебаний и неодинаковости жесткостей сателлитных блоков ($C_1 \neq C_2 \neq C_i \neq \ldots \neq C_к$).

Проф. Кудрявцев В.Н. [2] дополнительно отмечает зависимость коэффициента жесткости зацепления от угла наклона β зубьев (снижение $C_{зац}$ с ростом угла наклона) и для $\overline{AI}$-механизмов при $\beta = 0$ рекомендует принимать $\frac{C_{зац}}{b} \approx 15000$ Н/мм^2 для однопарного зацепления и $\frac{C_{зац}}{b} = 26000$

Н/мм^2 в зоне двухпарного зацепления.

Деформации остальных элементов по зависимости (2) могут быть определены по [1, 2, 3] с учетом приведения их к линии зацепления $z_1 - z_2$.

Обычно для многосателлитного механизма принимают, что жесткости всех сателлитных узлов одинаковы, то есть $C_i = C_1 = C_2 = ... = C_k$. Тогда общая крутильная жесткость всего сателлитного блока $C_б$, состоящего из k сателлитных узлов, соединенных параллельными одинаковыми жесткостями C_i (после подстановки жесткостей всех элементов в уравнение деформации (2))

$$\frac{1}{C_б^{\varphi}} = \left(\frac{i_{1H}^4}{i_{1H}^4 - 1}\right)^2 \frac{\Omega}{k \cdot r_1^2 \cos^2\alpha_{\omega_{12}}} \cdot \left[\frac{1}{C_{12}} + \frac{x\lambda^{2}}{C_{34}} \cdot \frac{\cos^2\alpha_{\omega_{12}}}{\cos^2\alpha_{\omega_{34}}} + \right. \tag{4}$$

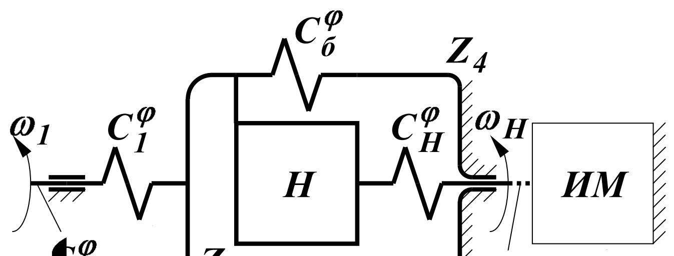
$$\left. + \frac{|x\lambda \pm 1|}{C_{и_{23}}} \cdot \cos\alpha_{\omega_{12}} + \frac{r_2^2}{C_{в_{23}}^{\varphi}} \cdot \cos^2\alpha_{\omega_{12}} + \frac{1}{C_п} \cdot \frac{r_н r_1}{r_п^2} \cdot \cos^2\alpha_{\omega_{12}}\right],$$

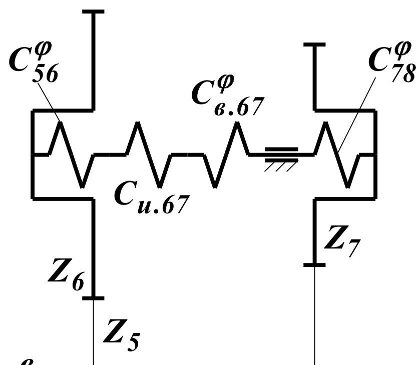
где $x\lambda = \frac{d_2}{d_3}$ – конструктивный параметр планетарного механизма,

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_{защ_{12}}} + \frac{1}{C_{об_1}} + \frac{1}{C_{об_2}}, \quad \frac{1}{C_{34}} = \frac{1}{C_{защ_{34}}} + \frac{1}{C_{об_3}} + \frac{1}{C_{об_4}},$$

$$\frac{1}{C_{и_{23}}} = \frac{1}{C_и} + \frac{1}{C_{подш}}, \quad \frac{1}{C_{в_{23}}^{\varphi}} = \frac{1}{C_в^{\varphi}} + \frac{1}{C_и^{\varphi}}$$

В целом, упругая динамическая модель планетарного механизма при $\omega_4 = 0$ (не имеющего цепей замыкания) может быть представлена на рис.1а и включает, кроме крутильной жесткости сателлитного блока $C_б^{\varphi}$, крутильную жесткость центральных валов (C_1^{φ} и C_H^{φ}), к которым относят также жесткости других упругих элементов: центральных шлицевых муфт, шпоночных, шлице-





а)

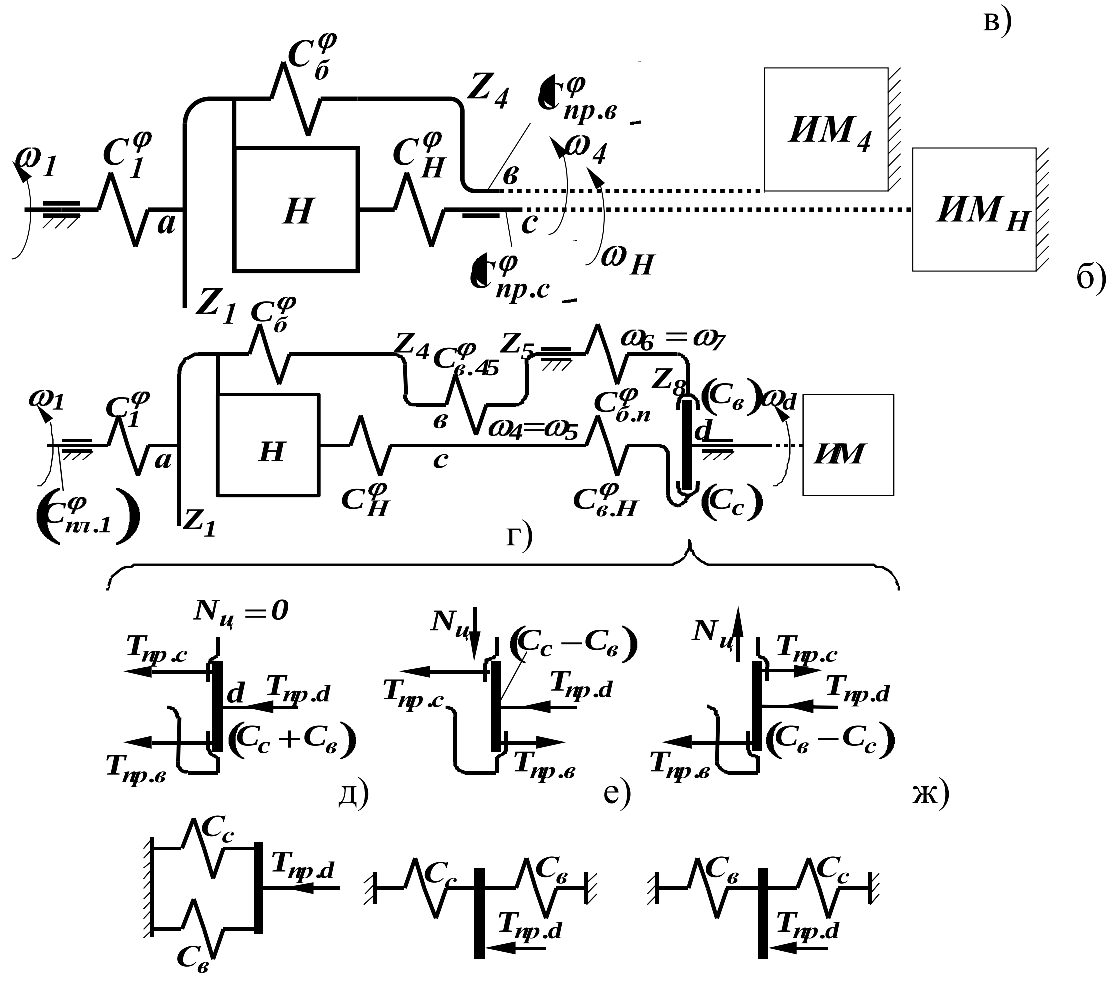


Рис.1

вых и других соединений, элементов водила, не вошедших в расчет жесткости его перемычек и не влияющих на величину P^{n}_{max} или Ω.

Общая крутильная жесткость всего планетарного механизма (при

$\omega_4 = 0$), приведенная к центральному звену z_1, может быть выражена

$$\frac{1}{C^{\varphi}_{пл.1}} = \frac{1}{C^{\varphi}_1} + \frac{\left(i^4_{1H}\right)^2}{C^{\varphi}_H} + \frac{1}{C^{\varphi}_б}, \tag{5}$$

а приведенная к валу водила H

$$\frac{1}{C^{\varphi}_{пл.H}} = \frac{1}{C^{\varphi}_1 \left(i^4_{1H}\right)^2} + \frac{1}{C^{\varphi}_H} + \frac{1}{C^{\varphi}_б \left(i^4_{1H}\right)^2} \tag{6}$$

Анализируя полученные зависимости (4), (5) и (6), можно сделать главные выводы: проектирование сателлитных узлов с целью снижения неравномерности нагрузки среди сателлитов (Ω) следует вести, стремясь сделать их более податливыми (менее жесткими), применять податливые подшипники, валы, ободья колес, зацепления, возможно большее число сателлитов k и параметр $x\lambda$. Особенностью является поведение водила. Получению более равномерной нагрузки среди сателлитов способствует снижение жесткости его щек и перемычек $C_п$. Однако, при этом увеличивается перекос осей сателлитов и резко возрастает неравномерность нагружения зубьев по длине. Поэтому в большинстве случаев водило в целом следует делать более жестким (или принимать меры, обеспечивающие равномерность нагружения зубьев по длине при податливом водиле).

В дифференциальных механизмах при $\omega_4 \neq 0$ (см. динамическую модель на рис.1б) образуются как бы две параллельные ветви деформаций (ab и ac) со своими жесткостями. Условно можно принять, что в ветви ab действуют все элементы сателлитного блока, а жесткость ветвей ac определяют элементы водила C^{φ}_H. При необходимости жесткость на валу колеса z_4 (по линии ab) может быть определена из равенства потенциальных энергий

$$\frac{C_{пр.b}\varphi_4^2}{2} = \frac{C^{\varphi}_б \varphi_1^2}{2} \tag{7}$$

Так как $\frac{\varphi_1}{\varphi_4} = \frac{\omega_1}{\omega_4}$, то $C_{пр.b} = C_б^{\varphi}\left(\frac{\omega_1}{\omega_4}\right)^2 = C_б^{\varphi} i_{14}^{-2}$, где ω_4 – абсолютная угловая скорость колеса z_4, а i_{14} – передаточное отношение абсолютных угловых скоростей.

В замкнутых планетарных механизмах предварительно определяется приведенная жесткость всего блока переборов, состоящего и $k_П$ переборных узлов (см. динамическую модель на рис.1в). Поэлементный учет всех жесткостей ничем не отличается от рассмотренного для сателлитного узла, но приведение удобнее выполнить на вал перебора $z_6 - z_7$ в виде

$$\frac{1}{C_{б.п}} = \frac{\Omega_п}{k_п} \cdot \left[\frac{1}{C_{56}^{\varphi}} + \frac{1}{C_{78}^{\varphi}} + \frac{1}{C_{в_{57}}^{\varphi}} + \frac{1}{C_{и67} r_6^2 \cos^2 \alpha_{\omega\,56}}\right], \tag{8}$$

где $C_{56}^{\varphi} = C_{56} r_6^2 \cos^2 \alpha_{\omega_{56}} \approx K_з r_6^2 b_6$, $C_{78}^{\varphi} = C_{78} r_7^2 \cos^2 \alpha_{\omega_{78}} \approx K_з r_7^2 b_7$ и $K_з = 15000$ Н/мм^2.

Общая упругая динамическая модель замкнутого планетарного механизма может быть представлена (рис.1г) состоящей из нескольких приведенных жесткостей сателлитного блока $C_б^{\varphi}$, блока переборов $C_{б.п}^{\varphi}$, водила $C_Н^{\varphi}$ и крутильных жесткостей центральных валов и их упругих соединений в виде C_1^{φ}, $C_{в_{45}}^{\varphi}$, $C_{в.н}^{\varphi}$ и др.

Направление внешнего силового потока от a к d (и далее к исполнительному механизму ИМ) создает две параллельные ветви жесткостей в пределах замкнутого контура. Жесткость ветви b, приведенная к валу d, может быть определена как

$$\frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_б^{\varphi} i_{1d}^{-2}} + \frac{1}{C_{в_{45}}^{\varphi} i_{4d}^{-2}} + \frac{1}{C_{б.п}^{\varphi} i_{6d}^{-2}}, \tag{9}$$

где $i_{4d} = \frac{\omega_4}{\omega_d}$ и $i_{6d} = \frac{\omega_6}{\omega_d}$ - абсолютные передаточные отношения.

Жесткость ветви c, приведенная к выходному звену d,

$$\frac{1}{C_c} = \frac{1}{C_H^{\varphi}} + \frac{1}{C_{в.H}^{\varphi}} \qquad (10)$$

Обе жесткости C_b и C_c создают одну и туже деформацию звена приведения $\varphi_{пр} = \varphi_d$, что отвечает действию некоторых приведенных моментов $T_{пр.b} = C_b \cdot \varphi_{пр}$ и $T_{пр.c} = C_c \cdot \varphi_{пр}$, алгебраическая сумма которых составляет приведенный момент на валу d

$$T_{пр.d} = \left|T_{пр.b} \pm T_{пр.c}\right| = \left|C_b \varphi_{пр} \pm C_c \varphi_{пр}\right| = C_{пр.d} \cdot \varphi_{пр}, \qquad (11)$$

где $C_{пр.d} = \left|C_b \pm C_c\right| -$ суммарная жесткость всего замкнутого контура, приведенная к звену d.

С учетом C_1^{φ} получим общую жесткость всего замкнутого планетарного механизма, приведенную к звену z_1, в виде

$$\frac{1}{C_{пл.1}^{\varphi}} = \frac{(i_{1d})^2}{C_{пр.d}} + \frac{1}{C_1^{\varphi}} = \frac{(i_{1d})^2}{\left|C_c \pm C_b\right|} + \frac{1}{C_1^{\varphi}} \qquad (12)$$

Знак минус отвечает наличию циркулирующей мощности $N_ц$ в замкнутом контуре.

При отсутствии циркулирующей мощности $N_ц = 0$ динамическая модель представляется (рис.1д) параллельным соединением приведенных жесткостей C_c и C_b с разветвлением момента $T_{пр.d}$ на две его части так, что

$T_{пр.d} = \left|T_{пр.c}\right| + \left|T_{пр.b}\right|$.

Динамические модели, отвечающие наличию циркулирующей мощности $N_ц \neq 0$, представлены на рис.1е и 1ж в виде встречно-параллельного соединения приведенных жесткостей C_b и C_c, предварительно закрученных (деформированных) некоторым моментом T в одном или противоположном направлении. Приведенный момент $T_{пр.d}$ приложен между жесткостями C_b и C_c и воздействует на ветви b и c по разному: деформацию одной из них (например, c) увеличивает моментом $T_{\text{пр.c}} = |T| + |T_{\text{пр.d}}|$, деформацию другой (например, b) уменьшает (момент $T_{\text{пр.b}} = |T| - |T_{\text{пр.d}}|$). Меньший из моментов $T_{\text{пр.c}}$ или $T_{\text{пр.b}}$ является аналогом циркулирующей мощности (знак этого момента совпадает со знаком внешнего момента $T_d = T_{\text{пр.d}}$).

Во всех случаях, включая $N_{\text{ц}} = 0$, внешний момент T_d распределяется между двумя ветвями пропорционально жесткостям $\frac{T_{\text{пр.b}}}{C_b} = \frac{T_{\text{пр.c}}}{C_c}$, что отвечает параллельному их включению.

К выводам, изложенным выше, можно добавить:

-наибольшее влияние на приведенную жесткость оказывают те упругие элементы, которые расположены дальше всего от ведущего звена и имеют большие передаточные отношения,

-чем меньше передаточное отношение механизма и его составляющих, тем больше приведенная жесткость всего механизма,

-снижение неравномерности нагрузки среди сателлитов (Ω) и переборов $(\Omega_{\text{п}})$ можно достичь снижением жесткости сателлитных узлов и переборов, а также увеличением конструктивных параметров $x\lambda$ и $x\lambda_{\text{п}}$.

Список литературы: 1. *Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д.* Статика планетарных механизмов. М. «Наука», 1976, 263с. 2. *Кудрявцев В.Н.* Планетарные передачи. Справочник. Л. Машиностроение, 1977, 535с. 3. *Полетучий А.М., Шебанов И.Г., Алферов* В.В. Жесткость и инерционность зубчатых планетарных механизмов систем управления летательных аппаратов, Харьков, ХАИ, 1992, 76с.