

В.А. ТКАЧЕНКО, проф., к.т.н. НАКУ им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ

The goal functions of optimization of planetary mechanisms on speed (minimum reduced moment of inertia) in an association from design data $x\lambda$ (ratio of diameters of rings of the satellite), convenient for a selection of numbers teeth are offered. The analytical associations are reduced, the graphs and are given to the recommendation for projection optimum on speed of planetary mechanisms most spreader.

Инерционность и быстродействие – два противоположных требования оптимизации, предъявляемые к любым механическим системам. Оцениваются эти требования одним динамическим показателем конструкции - приведенным моментом инерции, воздействием на который можно либо получить систему требуемой инерционности (в том числе и максимальной), либо систему с максимальным быстродействием (минимальный приведенный момент инерции). Первый случай характерен для механических систем, имеющих установившийся этап работы. При оптимальном проектировании можно исключить постановку маховика как средства увеличения приведенного момента инерции. Во втором случае, особенно, когда механизмы работают в старт-стопном режиме, требуется минимально возможный приведенный момент инерции. При этом создаются малые дополнительные нагрузки, малый момент трогания с места, звенья механизма имеют малые величины крутильных колебаний.

При определении приведенного момента инерции любого планетарного механизма принимаются допущения [1.2]: зубчатые колеса заменяются дисками делительного диаметра той же ширины, -момент инерции водила принимается пропорциональным моменту инерции диска диаметром, равным удвоенному межосевому расстоянию колёс Z_1 - Z_2 и

шириной b_1 зубчатого колеса Z_1 с коэффициентом пропорциональности Π_H [2]; ширина колес, находящихся в одном зацеплении, одинакова. Исключения составляют механизмы, где одновенцовый сателлит входит в контакт сразу с двумя колесами, образуя либо только внешние, либо только внутренние зацепления. В этом случае ширину сателлита принимают вдвое большей.

При принятых допущениях для простых планетарных механизмов, механизмов со свободными звеньями, а также механизмов с рядным развитием сателлитов можно записать следующее соотношение

$$I_{\text{пр}} \frac{\omega_{\text{вщ}}^2}{2} = \sum_i I_{oi} \frac{\omega_i^2}{2} + k \sum_j \left(I_{sj} \frac{\omega_j^2}{2} + M_j \frac{V_{sj}^2}{2} \right) + I_H \frac{\omega_H^2}{2}, \quad (1)$$

где $\omega_{\text{вщ}}$ — частота вращения ведущего звена механизма,

V_{sj} — скорость центра масс сателлита, совершающего плоское движение,

i, j — номера подвижных центральных звеньев и номера зубчатых колес сателлитов.

Из уравнения (1)

$$I_{\text{пр}} = \frac{\pi \rho}{32} \left[\sum_i b_i d_i^4 \frac{\omega_i^2}{\omega_{\text{вщ}}^2} + k \sum_j \left(b_j d_j^4 \frac{\omega_j^2}{\omega_{\text{вщ}}^2} + 8 b_j d_j^2 \frac{V_{sj}^2}{\omega_{\text{вщ}}^2} \right) + n_H \left(1 \pm \frac{z_2}{z_1} \right)^4 b_1 d_1^4 \frac{\omega_H^2}{\omega_{\text{вщ}}^2} \right] \quad (2)$$

Для бипланетарных механизмов, поступая аналогично, получим (при $\omega_4 = 0$)

$$I_{\text{пр}} = \frac{\pi \rho}{32} \left\{ \sum_i b_i d_i^4 \frac{\omega_i^2}{\omega_{\text{вщ}}^2} + k_o \sum_j \left(b_j d_j^4 \frac{\omega_j^2}{\omega_{\text{вщ}}^2} + 8 b_j d_j^2 \frac{V_{sj}^2}{\omega_{\text{вщ}}^2} \right) + k_o \left[n_h b_5 d_5^4 \left(1 \pm \frac{z_6}{z_5} \right)^4 \frac{\omega_h^2}{\omega_{\text{вщ}}^2} + 8 n_h b_5 d_5^2 \left(1 \pm \frac{z_6}{z_5} \right)^2 \frac{V_{sh}^2}{\omega_{\text{вщ}}^2} \right] + \right.$$

$$+ k_o \sum_{\ell} \left\{ b_{\ell} d_{\ell}^4 \frac{\omega_{\ell}^4}{\omega_{\text{ВЩ}}^2} k_c + 8 b_{\ell} d_{\ell}^2 \sum_{m=1}^{k_c} \frac{V_{slm}^2}{\omega_{\text{ВЩ}}^2} \right\} + n_H \left(1 \pm \frac{z_2}{z_1} \right)^4 b_1 d_1^4 \frac{\omega_H^2}{\omega_{\text{ВЩ}}^2} \quad (3)$$

Дальнейшая конкретизация зависимостей (2), (3) и получение целевых функций оптимизации зависит от конкретной схемы механизма и условий его работы: когда лимитирующими являются контактная или изгибная прочности или условия ненагруженного режима (кинематические механизмы). Преобразования проводятся с использованием генеральных уравнений для чисел зубьев [2] и уравнений равнопрочности зацеплений (для первых двух условий работы). В таблице 1 даны виды целевых функций для трех схем планетарных механизмов.

Для всех схем (кроме \overline{AI}) целевые функции оптимизации содержат конструктивный параметр $x\lambda = \frac{d_2}{d_3}$ (отношение диаметров венцов сателлита).

Выбор параметра $x\lambda$ из условий оптимизации позволяет заранее (в начальной стадии проектирования) подобрать числа зубьев механизма нужного быстродействия или инерционности.

На рисунках 1 и 2 приведены графики изменения функций оптимизации при различных i_{1H}^4 , k и $x\lambda$ механизмов схем AI и \overline{AI} (при $x\lambda = 1$) в условиях контактной (рис.1) или изгибной равнопрочности зацеплений по ступеням.

Таблица 1

Аналоги приведенного момента инерции (целевые функции оптимизации) некоторых планетарных механизмов

условия работы	схема	функция оптимизации
1	2	3

контактная равнопрочность	AI	$\bar{I}_{\Sigma_{\text{кп}}} = \frac{I_{\text{пр}}}{D_{\text{к}}} = \frac{1}{k^2} \cdot \frac{i_{\text{IH}}^4}{i_{\text{IH}}^4 - 1 - x\lambda^2} \left\{ 1 + k \frac{i_{\text{IH}}^4 - 1 - x\lambda^2}{i_{\text{IH}}^4 + x\lambda^2} \left[\lambda^2 + 2 + \frac{3x\lambda}{\Pi_{\text{к}}} \frac{i_{\text{IH}}^4}{i_{\text{IH}}^4 - 1} \right] + n_{\text{H}} \frac{i_{\text{IH}}^4}{i_{\text{IH}}^4 + x\lambda^2} \right\}$
	AI	$\bar{I}_{\Sigma_{\text{кп}}} = \frac{1}{k^2} \frac{i_{\text{IH}}^4}{i_{\text{IH}}^4 - 2} \left\{ 1 + \frac{3}{16} k \frac{i_{\text{IH}}^4}{i_{\text{IH}}^4 - 2} + \frac{1}{16} n_{\text{H}} \frac{i_{\text{IH}}^4}{i_{\text{IH}}^4} \right\}$
	AII	$\bar{I}_{\Sigma_{\text{кп}}} = \frac{1}{k^2} \frac{i_{14}^5 (\lambda - 1 + 2)}{i_{14}^5 (\lambda - 1 - 2x\lambda)} \left\{ 1 + k \frac{i_{14}^5 (\lambda - 1 - 2x\lambda)}{(\lambda + 1)} \times \left[\frac{3}{16} + \frac{1}{\Pi_{\text{к}}} \frac{2(\lambda^2 + 1)}{4 i_{14}^5 (\lambda - 1)^2} \right] + \frac{1}{\Pi_{\text{к}}} \frac{i_{14}^5 (\lambda - 1)^2}{4 (\lambda - 1)} + n_{\text{H}} \frac{i_{14}^5 (\lambda - 1 + 2)}{16 (\lambda + 1)} \right\}$
изгибная равнопрочность	AI	$\bar{I}_{\Sigma_{\text{ип}}} = \frac{1}{k^2} \left\{ 1 + k \frac{i_{\text{IH}}^4 - 1 - x\lambda^2}{i_{\text{IH}}^4 + x\lambda^2} \left[\lambda^2 + 2 + \frac{3}{\Pi_{\text{и}} x} \right] + n_{\text{H}} \frac{i_{\text{IH}}^4}{i_{\text{IH}}^4 + x\lambda^2} \right\}$
	AI	$\bar{I}_{\Sigma_{\text{ип}}} = \frac{I_{\text{пр}}}{D_{\text{и}}} = \frac{1}{k^2} \left\{ 1 + \frac{3}{16} k \frac{i_{\text{IH}}^4}{i_{\text{IH}}^4 - 2} + \frac{1}{16} n_{\text{H}} \frac{i_{\text{IH}}^4}{i_{\text{IH}}^4} \right\}$

Окончание таблицы 1

1	2	3
	$\overline{\text{АП}}$	$\bar{I}_{\Sigma \text{ип}} = \frac{1}{k^2} \left\{ 1 + 3k \frac{i_{14}^5 \lambda - 1 - 2x\lambda^2}{16 \lambda + 1} + \frac{i_{14}^6}{\Pi_{\text{и}}} \cdot \frac{\lambda - 1^3}{8x \lambda^2} + \frac{k [i_{14}^5 \lambda - 1 - 2x\lambda]^2 \lambda^2 (\lambda^2 + 1)}{\Pi_{\text{и}} 8x \lambda^2 (\lambda - 1) (\lambda + 1)^2} + n_{\text{H}} \frac{i_{14}^5 \lambda - 1 + 2^2}{16 \lambda + 1} \right\}$
кинематический механизм	$\overline{\text{АІ}}$	$\bar{I}_{\Sigma \text{км}} = 1 + k \frac{i_{\text{H}}^4 - 1 - x\lambda^2}{1 + x\lambda^4} \left[\lambda^2 + 2 + \frac{3}{\lambda^2} \right] + n_{\text{H}} \frac{i_{\text{H}}^4}{1 + x\lambda^4}$
	$\overline{\text{АІ}}$	$\bar{I}_{\Sigma \text{км}} = \frac{I_{\text{пр}}}{\frac{\pi \rho}{32} b_1 d_1^4} = 1 + \frac{3}{16} k \frac{i_{\text{H}}^4 - 2^2}{1} + n_{\text{H}} \frac{i_{\text{H}}^4}{16}$
	$\overline{\text{АП}}$	$\bar{I}_{\Sigma \text{км}} = 1 + \frac{3}{16} k \frac{i_{14}^5 \lambda - 1 - 2x\lambda^2}{1 + x\lambda^2} + \frac{i_{14}^6}{8 \lambda^3} \frac{\lambda - 1^4 (\lambda + 1)}{i_{14}^5 \lambda - 1 - 2x\lambda} + k \frac{i_{14}^5 \lambda - 1 - 2x\lambda^2 \lambda^2 (\lambda^2 + 1)}{8 \lambda^3 (1 + x\lambda)} + n_{\text{H}} \frac{i_{14}^5 \lambda - 1 + 2^2}{16 (1 + x\lambda^2)}$
		$D_{\text{к}} = \frac{\pi \rho}{32 b_1} \left[\frac{0,7 T_1 K_{\text{HV}} K_{\text{H}\beta} \Omega_{\text{k}} E_{\text{пр.І}}}{\cos^2 \alpha \cdot \text{tg} \alpha_{\omega \text{І}} \sigma_{\text{H}}^2} \right]^2$ $D_{\text{и}} = \frac{\pi \rho}{32 b_1} \left[2 T_1 \Omega_{\text{І}} K_{\text{FV}} K_{\text{F}\beta} \left(\frac{Y_{\text{F}}}{\sigma_{\text{F}}} \right)_{\text{І}} \right]^2$ $\Pi_{\text{к}} = \frac{\sigma_{\text{H}}^2 \text{tg} \alpha_{\omega \text{II}} K_{\text{HV}} K_{\text{H}\beta} E_{\text{пр.І}}}{\sigma_{\text{H}}^2 \text{tg} \alpha_{\omega \text{І}} K_{\text{HV}} K_{\text{H}\beta} E_{\text{пр.ІІ}}}$ $\Pi_{\text{и}} = \frac{K_{\text{FV}} K_{\text{F}\beta} \left(\frac{\sigma_{\text{F}}}{Y_{\text{F}}} \right)_{\text{І}} \left(\frac{Y_{\text{F}}}{\sigma_{\text{F}}} \right)_{\text{ІІ}}}{K_{\text{FV}} K_{\text{F}\beta} \left(\frac{\sigma_{\text{F}}}{Y_{\text{F}}} \right)_{\text{ІІ}} \left(\frac{Y_{\text{F}}}{\sigma_{\text{F}}} \right)_{\text{І}}}$

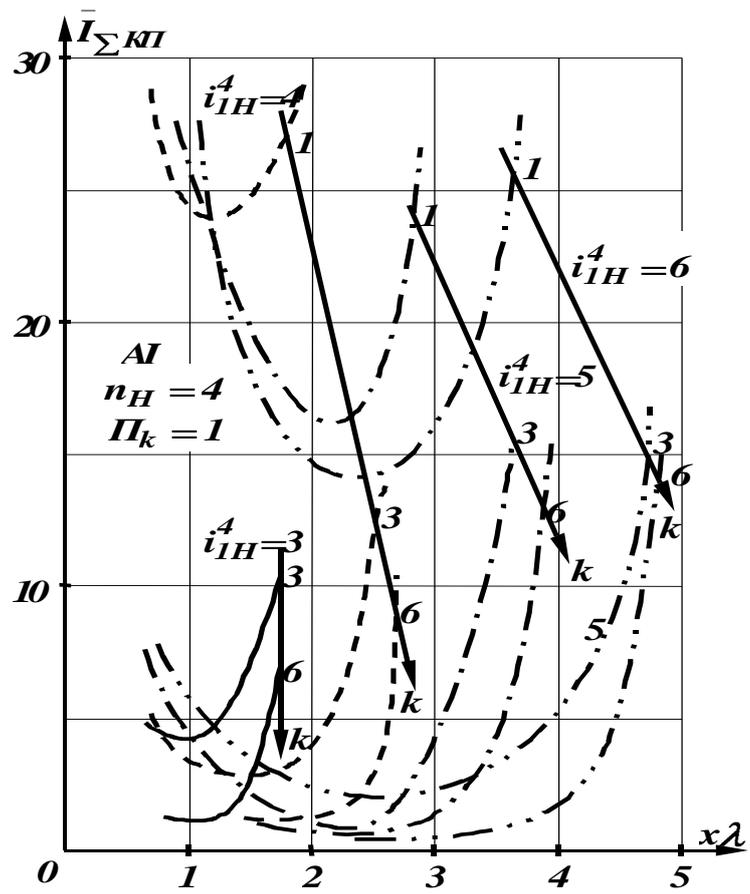


Рис.1

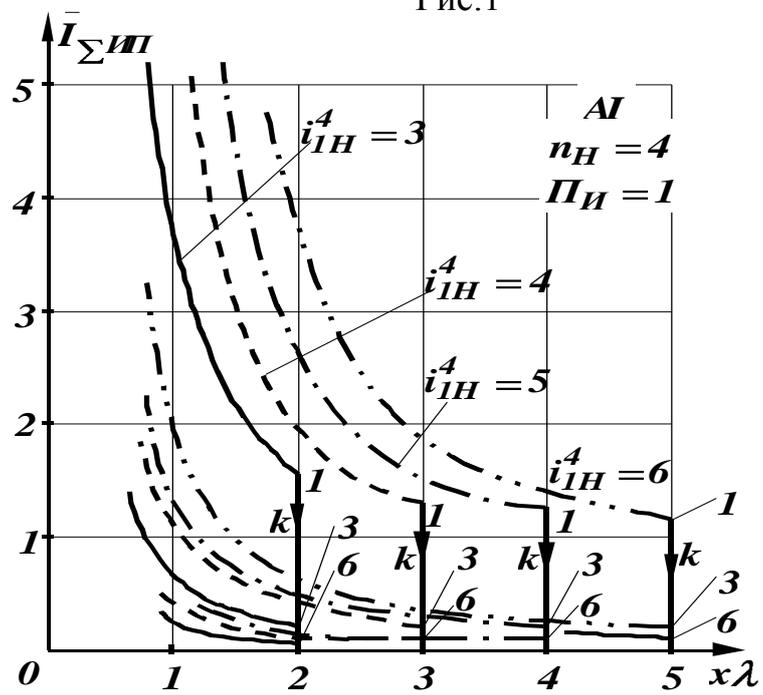


Рис.2

Анализируя целевые функции оптимизации и их графики, можно сделать главные выводы:

- в большинстве случаев с ростом передаточного отношения приведенный момент инерции увеличивается, что снижает быстродействие. Исключение составляет АІ-механизм в условиях контактной равнопрочности, у которого с ростом передаточного отношения повышается быстродействие;

- механизм \overline{AI} резко проигрывает в быстродействии АІ-механизму, исключая случаи $i_{IH}^4 < 3,5$;

- при повышении быстродействия надо стремиться к увеличению конструктивного параметра $x\lambda$ для механизмов АІ и параметра y для механизма с парными сателлитами типа $2A - \overline{AI}$ рад. Для АІ механизма в условиях контактной прочности можно рекомендовать оптимальные значения параметра $x\lambda_{opt}$ из таблицы 2.

Таблица 2

Значения $x\lambda_{opt}$ для АІ-механизма при контактной равнопрочности и $I_{пр. min}$

i_{IH}^4 k	3	4	5	6
1	0,8	1,25	2,2	2,5
3	1,0	1,5	2,3	2,6
6	1,2	1,75	2,4	2,7

- с ростом числа сателлитов k величина приведенного момента инерции уменьшается в несколько раз;

- при конструировании необходимо уделять большое внимание водилу, снижая его момент инерции (и величину n_H в функциях оптимизации)

- окружное расположение сателлитов в механизмах с парными сателлитами дает резкое увеличение приведенного момента инерции и снижение быстродействия

- для рядно-планетарных механизмов типа $n \times \overline{AI}$ следует в отличие от

проектирования из условия минимизации массы [1] стремиться к малому передаточному отношению на первой ступени, то есть

$i_{1opt} < i_{2opt} < i_{3opt} < \dots < i_{nopt}$ и к разному числу сателлитов в проектируемых механизмах, то есть $k_1 < k_2 < k_3 < \dots < k_n$.

Оптимальные значения i_{1opt} для $2 \times \overline{AI}$ -механизмов можно рекомендовать по табл.3.

Таблица 3

Значения i_{1opt} для 2 x \overline{AI} -механизмов при $I_{пр. min}$

число сателлитов в	контактная равнопрочность			изгибная равнопрочность		
	общее i_{Σ}					
	20	30	50	20	30	50
$k_1 = k_2 = 1$	2,8...3,1	2,4...2,7	2,3...2,8	3...4	4...5	4,5...5,5
$k_1 = k_2 = 3$	2,5...4	2,5...4	4...5	4...5	4,5...5,5	5...6
$k_1 = 3$ $k_2 = 4$	2,5...4,5	4...5	---	4,5...5,5	5...5,5	---
$k_1 = 3$ $k_2 = 5$	2,5...5	---	---	4,5...5,5	---	---

Поведение аналогов $\overline{I}_{\Sigma км}$ кинематических механизмов в условиях минимизации приведенного момента инерции сходно с поведением подобных функций в условиях минимизации массы [1]. Также с ростом числа сателлитов k и передаточного отношения i_{IH}^4 , быстродействие системы снижается, растёт масса всего механизма. Рядно-планетарный механизм при одинаковых передаточных отношениях всех его составляющих \overline{AI} -механизмов имеет минимальный приведенный момент инерции, то есть максимальное быстродействие при минимальной массе. Механизмы $n \times AI$ имеют при $x\lambda > 1$ меньший приведенный момент инерции и массу при $i_{opt} = \sqrt[n]{i_{\Sigma}}$, чем $n \times \overline{AI}$ -механизмы.

Список литературы: 1. *Ткаченко В.А.* Оптимизация планетарного ряда по массе. Вестник НТУ-ХПИ №13, 2001, с.141-147. 2. *Ткаченко В.А., Абрамов В.Т., Коровкин М.Д.* Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам, ХАИ, 1983, 112с.