

П. Л. НОСКО д. т. н., **А. А МУХОВАТЫЙ**., **Н. В. ШИШОВА**,

Украина, г. Луганск, ВНУ им. В. Даля.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ С ZT – ЧЕРВЯКОМ ВОГНУТОГО ПРОФИЛЯ НА КРИТЕРИИ ИХ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

In the article the outcomes of the analysis of parameters червячных of transfers with ZT - worm of a concave structure of coils on losses in a linkage and criterions of an output capability are stated.

Червячные передачи имеют широкое распространение в современном машиностроении, оказывая существенное влияние на технико – экономические показатели машин оборудования и приборов. В связи с этим исследования, направленные на создание более совершенных, с рациональными параметрами червячных передач, актуальны и отвечают требованиям научно – технического прогресса. Определение рациональных геометрических параметров червячных передач является важной проблемой, связанной с научными заданиями по многокритериальной оптимизации машиностроительных конструкций, выполняемыми в Восточноукраинском национальном университете.

Решению данной проблемы посвящены исследования, изложенные в работах [1,2,3,5]. Однако, в этих работах не использованы современные методы планирования экспериментов, что затрудняет при выборе рациональных параметров червячного зацепления принимать однозначные решения. Последнее в полной мере относится к червячным передачам с ZT – червяком вогнутого профиля витков, анализу влияния параметров которого на критерии работоспособности червячных передач посвящена данная статья.

Для оценки нагрузочной способности червячных передач с вогнутым профилем витков червяка будем использовать критерии Ниманна, Ниманна – Девиса и Блока [1,2], а так же критерий потерь на трение в зацеплении (коэффициент полезного действия зацепления) [3]. Будем предполагать, что червяк шлифуется шлифовальным кругом с выпуклым рабочим профилем, очерченным дугой окружности.

При анализе будем использовать данные математического эксперимента. В качестве плана математического эксперимента при этом воспользуемся матрицей центрального композиционного ротатабельного униформ

планирования второго порядка [4]. Ядром опытов такого плана является полный факторный эксперимент.

При обработке математического эксперимента построим полиномиальную модель для определения критериев работоспособности (уравнение регрессии) в виде [4]

$$Y = b_0 + \sum_{u=1}^k b_u Z_u + \sum_{u=1}^k \sum_{e=1}^k b_{ue} Z_u Z_e + \sum_{u=1}^k b_{uu} Z_u^2, \quad (1)$$

где Y - критерий работоспособности; b_0, b_u, b_{ue}, b_{uu} - коэффициенты уравнения регрессии, подлежащие определению; k - число фактов плана эксперимента; Z_u, Z_e - кодированные значения факторов.

Указанные выше критерии работоспособности червячной передачи имеют значения [2,3]:

- критерий Ниманна, характеризующий контактную прочность

$$M_1 = C_1 \sum \frac{1}{|X_{np}|} m_2 dl, \quad (2)$$

- критерий Ниманна – Девиса, учитывающий влияние геометрии рабочих поверхностей на условия смазки

$$M_4 = C_4 \sum \left[\frac{1}{|X_{np}|} \frac{V_{\Sigma}^{2,5}}{V_{\Sigma}^2 + 1,238(V^{12})^2} \right]^{0,667} m_2 dl, \quad (3)$$

- критерий Блока, характеризующий тепловыделение в зоне контакта

$$M_5 = C_5 \sum \frac{1}{|X_{np}|} V^{12} \approx^{0,667} m_2 dl, \quad (4)$$

- коэффициент полезного действия зацепления

$$\eta = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\eta_{\phi j}}}, \quad (5)$$

где C_1, C_4, C_5 - постоянные величины; $|X_{np}|$ - модуль приведенной кривизны рабочих поверхностей; V^{12} - относительная скорость в зацеплении; V_{Σ} - суммарная скорость движения точек контакта; m_2 - момент орта нормали к поверхности зубьев колеса относительно оси колеса; dl - элемент длины мгновенной контактной линии; $\eta_{\phi j}$ - фазовый коэффициент полезного действия (КПД) зацепления, соответствующий фиксированному значению угла поворота червячного колеса; n - число фаз зацепления при зацеплении одного зуба червячного колеса с червяком.

При определении критериев M_1, M_4, M_5 будем использовать методики, изложенные в работах [2,5], а при определении КПД зацепления результаты [3]. Для этого в системе координат, связанной с червяком (ось O_1Z_1 направлена по оси червяка), уравнение поверхности витков червяка запишем в обобщенном виде [3,5]

$$\begin{aligned} X_{11} &= f_1(\lambda) - R \cos \mu, \\ Y_{11} &= f_1(\lambda) - R \sin \mu, \\ Z_{11} &= f_2(\lambda) + P\mu, \end{aligned} \quad (6)$$

где λ, μ - независимые параметры; f_1, f_2 - произвольные функции, описывающие профиль витков червяка в осевом сечении (в дальнейшем в обозначениях f_1, f_2 параметр λ будем опускать); R - радиус начального цилиндра червяка; P - винтовой параметр.

Используя [6], получаем значения функций f_1, f_2 для шлифовального круга с выпуклым профилем, очерченным дугой окружности, в виде

$$\begin{aligned} f_1 &= R - X_1^*, \\ f_2 &= -Z_1^*, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$X_1^* = X_u \cos \Psi + Y_u \sin \Psi \cos \gamma_u + A_u \cos \Psi, \quad (8)$$

$$Z_1^* = Y_u \sin \gamma_u + Z_u \cos \gamma_u - P\Psi,$$

Ψ - угол поворота червяка при обработке его шлифовальным кругом; γ_u - угол скрещивания осей червяка и шлифовального круга; A_u - расстояние между осями червяка и шлифовального круга.

Угол Ψ находим из соотношения

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{X_u + A_u}{Y_u \cos \gamma_u - Z_u \sin \gamma_u}, \quad (9)$$

а X_u, Y_u, Z_u равны

$$\begin{aligned} X_u &= \rho \sin \theta_1 - d_0 \cos \nu, \\ Y_u &= \rho \sin \theta_1 + d_0 \sin \nu, \\ Z_u &= -\rho \cos \theta_1 - b_0'. \end{aligned} \quad (10)$$

В этих соотношениях ρ - радиус окружности профиля шлифовального круга; ν - угол, определяющий положения центра окружности с радиусом ρ относительно системы координат, связанной с шлифовальным кругом; b_0' - координата центра окружности с радиусом ρ в системе координат, связанной с шлифовальным кругом; d_0 - расстояние от оси шлифовального круга до центра профилирующей окружности с радиусом ρ ; θ_1 - текущий угол профиля шлифовального круга.

Связь между θ_1 и ν имеет вид

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{P \cos \gamma_u + d_0 \cos \nu - A_u \sin \gamma_u}{b_0' \cos \nu \sin \gamma_u + d_0 \cos \gamma_u + P \sin \gamma_u \sin \nu}. \quad (11)$$

Геометрию поверхности зубьев червячного колеса, его геометрические размеры можно определять в соответствии с существующими рекомендациями [5,6].

С учетом приведенных соотношений рассмотрим, в качестве примера, червячную передачу с средним передаточным числом $U = 31,5$, межосевым

расстоянием $a_w = 80 \text{ мм}$ и получим уравнения регрессии (1) для определения критериев M_1, M_4, M_5 и η . Матрица планирования математического эксперимента дана в табл. 1. В качестве факторов при определении коэффициентов уравнений регрессии (1) приняты: X - коэффициент смещения, q - число модулей в делительном диаметре червяка, u - передаточное число, α - угол профиля шлифовального круга. Пределы изменения факторов приняты равными:

$0,6 \leq X \leq 1$ $\leftarrow 2 \leq Z_1 \leq 2$ (полный факторный эксперимент (ПЭФ)
 $0,7 \leq X \leq 0,9$ ($-1 \leq Z_1 \leq 1$));

$6 \leq q \leq 10$ $\leftarrow 2 \leq Z_2 \leq 2$ (ПЭФ $7 \leq q \leq 10$ $\leftarrow 1 \leq Z_2 \leq 1$);

$29 \leq u \leq 33$ $\leftarrow 2 \leq Z_3 \leq 2$ (ПЭФ $30 \leq u \leq 32$ $\leftarrow 1 \leq Z_3 \leq 1$);

$17 \leq \alpha \leq 25$ $\leftarrow 2 \leq Z_4 \leq 2$ (ПЭФ $19 \leq u \leq 23$ $\leftarrow 1 \leq Z_4 \leq 1$).

Число витков червяка $Z_1 = 1$, коэффициент высоты головки витка $h_a = 1$, ножки $h_f = 1,15$, диаметр шлифовального круга $D_{кр} = 80m$ (m - осевой модуль зацепления), $\rho = 5,1m$, угол γ_u равен углу подъема витков червяка на его делительном цилиндре.

Таблица 1. Матрица планирования математического эксперимента
(червяк ZT, профиль вогнутый).

Межосевое расстояние $a_w = 80 \text{ мм}$; число витков червяка $Z_1=1$. $u = 31,5$

N_1	X	q	u	α	$\frac{a_w}{m}$	m	Z_2
1	0,9000	9,0000	32,0000	23,0000	21,4000	3,7383	32,0000
2	0,7000	9,0000	32,0000	23,0000	21,2000	3,7736	32,0000
3	0,9000	7,0000	32,0000	23,0000	20,4000	3,9216	32,0000
4	0,7000	7,0000	32,0000	23,0000	20,2000	3,9604	32,0000
5	0,9000	9,0000	30,0000	23,0000	20,4000	3,9216	30,0000
6	0,7000	9,0000	30,0000	23,0000	20,2000	3,9604	30,0000
7	0,9000	7,0000	30,0000	23,0000	19,4000	4,1237	30,0000
8	0,7000	7,0000	30,0000	23,0000	19,2000	4,1667	30,0000
9	0,9000	9,0000	32,0000	19,0000	21,4000	3,7383	32,0000
10	0,7000	9,0000	32,0000	19,0000	21,2000	3,7736	32,0000
11	0,9000	7,0000	32,0000	19,0000	20,4000	3,9216	32,0000
12	0,7000	7,0000	32,0000	19,0000	20,2000	3,9604	32,0000
13	0,9000	9,0000	30,0000	19,0000	20,4000	3,9216	30,0000
14	0,7000	9,0000	30,0000	19,0000	20,2000	3,9604	30,0000
15	0,9000	7,0000	30,0000	19,0000	19,4000	4,1237	30,0000
16	0,7000	7,0000	30,0000	19,0000	19,2000	4,1667	30,0000
17	1,000	8,0000	31,0000	21,0000	20,5000	3,9024	31,0000
18	0,6000	8,0000	31,0000	21,0000	20,1000	3,9801	31,0000
19	0,8000	10,0000	31,0000	21,0000	21,3000	3,7559	31,0000
20	0,8000	6,0000	31,0000	21,0000	19,3000	4,1451	31,0000
21	0,8000	8,0000	33,0000	21,0000	21,3000	3,7559	33,0000
22	0,8000	8,0000	29,0000	21,0000	19,3000	4,1451	29,0000
23	0,8000	8,0000	31,0000	25,0000	20,3000	3,9409	31,0000
24	0,8000	8,0000	31,0000	17,0000	20,3000	3,9409	31,0000
25	0,8000	8,0000	31,0000	21,0000	20,3000	3,9409	31,0000
26	0,8000	8,0000	31,0000	21,0000	20,3000	3,9409	31,0000
27	0,8000	8,0000	31,0000	21,0000	20,3000	3,9409	31,0000
28	0,8000	8,0000	31,0000	21,0000	20,3000	3,9409	31,0000
29	0,8000	8,0000	31,0000	21,0000	20,3000	3,9409	31,0000
30	0,8000	8,0000	31,0000	21,0000	20,3000	3,9409	31,0000
31	0,8000	8,0000	31,0000	21,0000	20,3000	3,9409	31,0000

Примечание: N_1 - номер опыта; m - осевой модуль в мм., Z_2 - расчетное число зубьев колеса.

Полученные коэффициенты уравнений регрессии (1) для определения M_1, M_4, M_5, η даны в табл. 2. В табл. 3 даны значения «опытных» и расчетных (анализ) с использованием (1) критериев. Наблюдается удовлетворительное совпадение «опытных» и расчетных значений критериев (коэффициенты вариации r_o не превышают 3,83%).

Таблица. 2. Коэффициенты уравнений регрессии.

(Червяк ZT – профиль вогнутый, $u = 31,5$).

$Y = b_0 + b_1Z_1 + b_2Z_2 + b_3Z_3 + b_4Z_4 +$ $+ b_{12}Z_1Z_2 + b_{13}Z_1Z_3 + b_{14}Z_1Z_4 + b_{23}Z_2Z_3 + b_{24}Z_2Z_4 + b_{34}Z_3Z_4 +$ $+ b_{11}Z_1Z_1 + b_{22}Z_2Z_2 + b_{33}Z_3Z_3 + b_{44}Z_4Z_4$				
Коэффициент	M_1	M_4	M_5	КПД
b_0	105,60	22,43	73,87	0,8799
b_1	-1,80	-1,13	-1,42	0,0126
b_2	4,44	1,32	-3,09	-0,0138
b_3	-1,25	-0,17	0,27	-0,0058
b_4	2,29	0,59	2,22	0,0039
b_{12}	-0,48	0,02	-0,08	0,0048
b_{13}	0,32	0,08	0,18	-0,0030
b_{14}	0,98	0,0036	0,81	-0,0078
b_{23}	0,46	0,14	0,23	-0,0051
b_{24}	-0,40	-0,02	-0,73	0,0029
b_{34}	-0,59	-0,18	-0,37	0,0027
b_{11}	-0,90	-0,19	-0,62	-0,0103
b_{22}	-2,81	-0,22	-1,45	-0,0040
b_{33}	-0,88	0,01	-0,65	-0,0008
b_{44}	0,07	0,12	0,03	-0,0061

Таблица 3. Значения «опытных» и расчетных критериев.

№ опы- та	M_1		M_4		M_5		КПД	
	Опыт	Ана- лиз	Опыт	Ана- лиз	Опыт	Ана- лиз	Опыт	Ана- лиз
1	104,16	105,03	22,36	22,81	68,62	69,18	0,8366	0,8501
2	110,91	106,98	24,84	24,85	73,39	70,21	0,8425	0,8369
3	99,34	96,99	19,88	19,86	78,57	76,53	0,8658	0,8725
4	100,42	97,01	22,22	22,00	79,92	77,21	0,8704	0,8787
5	105,73	107,13	22,86	23,08	67,55	68,56	0,8707	0,8726
6	112,96	110,39	25,50	25,47	72,38	70,32	0,8444	0,8473
7	102,56	100,97	20,73	20,71	78,38	76,85	0,8684	0,8745
8	103,30	102,30	23,33	23,21	79,30	78,26	0,8731	0,8685
9	99,58	100,48	21,75	22,04	64,66	65,32	0,8442	0,8467
10	105,36	106,38	24,01	24,10	68,82	69,59	0,8007	0,8023
11	88,81	90,81	18,90	19,00	68,44	69,74	0,8760	0,8807
12	96,29	94,79	21,20	21,16	75,05	73,67	0,8595	0,8556
13	97,36	100,20	21,27	21,55	61,24	63,19	0,8806	0,8799
14	105,17	107,41	23,76	23,96	66,52	68,19	0,8322	0,8234
15	88,58	92,40	18,93	19,10	65,80	68,55	0,8899	0,8934
16	99,13	97,69	22,00	21,61	74,52	73,21	0,8624	0,8561
17	102,63	98,35	19,99	19,37	71,41	68,52	0,8803	0,8638
18	100,63	105,59	23,55	23,92	70,19	74,21	0,8025	0,8134
19	104,92	103,20	24,83	24,19	63,12	61,85	0,8375	0,8364
20	83,04	85,44	18,50	18,89	71,81	74,22	0,8962	0,8916
21	96,70	99,56	22,34	22,13	69,39	71,80	0,8764	0,8650
22	106,76	104,57	22,88	22,85	72,00	70,72	0,8823	0,8881
23	104,51	110,46	24,15	24,13	73,55	78,44	0,8755	0,8635
24	106,57	101,30	22,00	21,77	73,29	69,53	0,8413	0,8477
25-31	105,60	105,60	22,43	22,43	73,87	73,87	0,8799	0,8799
$r_0, \%$	3,44		1,53		3,83		1,04	
Коэффициенты парной корреляции r								
$M_1 - M_4$	$M_1 - M_5$	$M_1 - \text{КПД}$	$M_4 - M_5$	$M_4 - \text{КПД}$	$M_5 - \text{КПД}$			
0,8130	0,1969	-0,3312	-0,0235	-0,5310	0,2444			

Для рассматриваемого случая при вероятности верного ответа $P = 0,95$ критическое значение коэффициента парной корреляции [4] равно $r_{табл} = 0,35$. Значения коэффициентов парной корреляции для критериев M_1, M_4, M_5, η даны в табл. 3. Из анализа этих данных следует, что корреляционная линейная связь $|r| > r_{табл} = 0,35$ существует между M_4 и η между M_1 и η , M_5 и η такой связи нет. При этом с ростом η критерии M_1 и M_4 должны уменьшаться $r < 0$, а M_5 - увеличиваться $r > 0$.

Будем оптимизировать параметры передачи, используя значения КПД зацепления, поскольку M_1 и M_4 при увеличении КПД уменьшается в пределах 5...10%, что несущественно влияет на нагрузочную способность червячной пары из условия заедания зубьев колеса (изменение значения критерия в два раза приводит к изменению нагрузочной способности передачи на 20...30% [2]).

Из анализа данных табл. 2 следует, что наиболее предпочтительными по КПД являются передачи 13, 15, 17, 20, 25. Эти передачи имеют КПД зацепления на 5...6% выше, чем червячная передача с параметрами ОСТ 2Н 21-4-84 и эвольвентным червяком (табл. 4).

В качестве силовых червячных передач можно рекомендовать передачи 17 и 25.

Примечания: 1. КПД зацепления определен при $n=1500$ об/мин червяка, $T_2 = 250$ Нм (крутящий момент на валу червячного колеса); $HV=100$ (твердость зубьев червячного колеса); $R_{a1} = 0,32$ (шероховатость поверхностей витков червяка); $\nu_1 = 50$ сСт, $E_{np} = 1,1 \cdot 10^5$ МПа, материал колеса Бр010Ф1. 2. Критерии M_1, M_4, M_5 определены при угловой скорости червяка $\omega = 1 \frac{1}{c}$.

Эти передачи имеют червяк с достаточной прочностью и жесткостью, КПД зацепления на 5% выше, чем передача ОСТ, критерий M_1 в 1,4, критерий M_4 в 1,43...1,47, критерий M_5 в 1,42...1,48 раза больше в сравнении с передачей ОСТ. Передачи 13, 15, 20 можно использовать в качестве кинематических, поскольку они имеют более низкие значения критериев M_1, M_4 и M_5 , а передачи 15, 20, имеют червяки с делительным диаметром меньше допустимой (равной 30...36 мм) величины из условия его прочности и жесткости.

Таблица 4. Оптимальные параметры червячных передач.

№ пере- дачи	$\frac{1}{Z_1}$	u	q	m , мм	X	α , град.	M_1	M_4	M_5	η
13	1	30	9	3,9216	0,9	19	97	21	61	0,8806
15	1	30	7	4,1237	0,9	19	88	19	66	0,8899
17	1	31	8	3,9024	1	21	103	20	71	0,8803
20	1	31	6	4,1451	0,8	21	83	18	71	0,8962
25	1	31	8	3,9409	0,8	21	105	22	74	0,8799
ОСТ	1	31	9	4	0	20	74	15	50	0,8293

Из изложенного следует, что область оптимальных параметров червячных передач по значениям КПД зацепления и M_5 лежит в пределах значений $q=6...8$, по значению M_1 и M_2 - при $q=9...10$. При этом КПД зацепления и критерии M_1, M_4, M_5 мало изменяются при коэффициенте смещения в пределах $X=0,8...1$. Угол профиля шлифовального круга в пределах $\alpha = 17^\circ ... 25^\circ$ и передаточное число в пределах $u = 29...33$ не

оказывают существенного влияния на КПД зацепления и критерии работоспособности. Полученные результаты можно использовать при исследовании червячных передач при других передаточных числах и межосевых расстояниях.

Список литературы: 1. *Винтер, Вилькесман.* Расчет червячных передач с цилиндрическим червяком и различной формой зубьев. // Тр. американского общества инженеров – механиков. Конструирование и технология машиностроения. М.: Мир, 1981, 103, N1. – с. 36 – 45. 2. *Бернацкий И. П., Вьюшкин Н. И., Герасимов В. К., Комков В. Н.* Рациональный выбор параметров зацепления червячных цилиндрических передач. // В кн. Зубчатые и червячные передачи. Л.:Машиностроение, 1974. – с. 193 – 210. 3. *Шишов В. П., Шишова Н. В.* Оптимизация параметров червячных передач по потерям в зацеплении. // Вісник Харківського державного політехнічного Университету. Випуск 50. – Харків, ХДПУ, 1999. – с 73 – 79. 4. *Налимов В. В., Чернов Н. А.* Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. // Наука, М.: 1965. – 328 с. 5. *Подройко В. И.* Синтез червячных передач по экстремальным качественным показателям несущей способности и с локализованным контактом. // Дис...канд. техн. наук. Ворошиловград, 1986. – 301 с. 6. *Литвин Ф. Л.* Теория зубчатых зацеплений. // М.: Наука, 1968. – 584 с.