

В.А. ТКАЧЕНКО, проф. к.т.н., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ

The conditions of a choice of the optimum scheme of the differential mechanism with use of factor of a balance of potencies are considered. The fundamentals of a choice of the optimum schemes are formulated.

Дифференциальные механизмы, то есть планетарные механизмы со степенью подвижности $W = 2$, получили широкое применение в современном машинно- и приборостроении. Они позволяют механическое суммирование нескольких независимых движений от параллельно работающих ветвей, раздачу движения на несколько потребителей, требующих вращения своих входных звеньев в одну или в разные стороны, осуществляют автоматическую регулировку силовых потоков, моментов, мощностей, позволяют создать системы с наложенным регулировочным движением, системы с бесступенчатым регулированием и др. Основу замкнутых планетарных механизмов также составляют дифференциальные механизмы различных схем.

Оптимальное проектирование отдельно взятого дифференциального механизма (подбор оптимальных чисел зубьев, расчет на прочность, точность, оптимизация массы и момента инерции, силовой расчет и т.п.) ничем не отличается от проектирования оптимального планетарного механизма по имеющемуся передаточному отношению [1, 2, 3, 4]. Однако, выбор схемы дифференциального механизма имеет свои особенности и невозможен без учета энергетического его состояния (баланса мощностей).

Любой дифференциальный механизм при $W = 2$ имеет три соосных центральных выходных звена (а, b и с). В отличие от планетарного, где одно из этих звеньев неподвижно (является опорой вращательного движения), в дифференциальном механизме все три звена подвижны (безопорный дифференциал). Эти три звена дают три разных включения дифференциального механизма при одном ведущем и двух ведомых и три включения при одном ведомом звене и двух ведущих.

Не все из этих включений могут выполнять поставленную задачу оптимально без отрицательных явлений (ненужная генерация мощности или

режим торможения сродни циркулирующей мощности в замкнутых планетарных механизмах, низкий КПД, излишняя редукция или мультипликация угловой скорости и т.п.)

Для определенности дальнейших рассуждений и выводов будем обозначать через a - звено, ведущее или ведомое и через b и c - одноименные звенья (два ведомых или два ведущих).

Первыми из необходимых зависимостей для проектирования дифференциальных механизмов являются два уравнения кинематики

$$i_{ab}^c + i_{ac}^b = 1 \quad (\text{также } i_{ca}^b + i_{cb}^a = 1 \text{ и } i_{ba}^c + i_{bc}^a = 1) \quad (1)$$

и

$$\omega_a = \omega_a i_{ab}^c + \omega_c i_{ac}^b \quad (\text{также } \omega_c = \omega_a i_{ca}^b + \omega_b i_{cb}^a \text{ и } \omega_b = \omega_a i_{ba}^c + \omega_c i_{bc}^a) \quad (2)$$

В общем случае понятие передаточного отношения дифференциального механизма лишено смысла. Оно возможно только при выполнении жесткой связи между угловыми скоростями двух ведущих или двух ведомых звеньев в виде двух его разных значений: от ведущего звена (a) к одному из ведомых и от ведущего к другому ведомому (c) или, наоборот, от одного из двух ведущих к ведомому и от второго ведущего к ведомому. Например, если обеспечивается $\omega_c = -\omega_b$, то из уравнений [2] и [1] получим

$$\omega_a = \omega_c (i_{ac}^b - i_{ab}^c) = \omega_c (2i_{ac}^b - 1) \quad (3)$$

Отсюда

$$i_{\text{диф}} = i_{ac} = \frac{\omega_a}{\omega_c} = 2i_{ac}^b - 1 \quad (4)$$

и

$$i_{\text{диф}} = i_{ab} = \frac{\omega_a}{\omega_b} = -\frac{\omega_a}{\omega_c} = 1 - 2i_{ac}^b = 2i_{ab}^c - 1, \quad (5)$$

где i_{ac}^b, i_{ab}^c - передаточные отношения базового планетарного механизма (при опорном звене b или c), по которым ведется оптимальное проектирование принятой схемы.

Следующая необходимая зависимость для выбора схемы дифференциального механизма – уравнение равновесия моментов центральных звеньев

$$\sum_{a,b,c} T_i = T_a + T_b + T_c = 0 \quad (6)$$

Отсюда одно из свойств безопорного дифференциала: сумма моментов двух одноименных звеньев (b и c) численно равна моменту на звене a (ведущем или ведомом), то есть $T_b + T_c = |T_a|$.

Уравнение (6) позволяет определить силы на сателлите и совместно с кинематическими характеристиками установить направления потоков сил и моментов сил. Эти потоки определяют роль звеньев и отвечают вполне определенному режиму, зависящему от направления угловых скоростей

(роль ведущего или ведомого звеньев). Главный вывод таких рассмотрений: не все схемы включения центральных звеньев работоспособны.

Их работоспособность, отвечающая оптимальному выбору схемы, требует обязательного использования закона сохранения энергии или уравнения баланса мощностей, т.е.

$$\sum_{a,b,c} N_i = N_a + N_b + N_c + N_{\text{потерь}} = 0 \quad (7)$$

При $N_{\text{потерь}} = 0$ (что вполне допустимо при выборе схемы)

$$N_a = -N_b - N_c$$

или

$$T_a \omega_a = -T_b \omega_b - T_c \omega_c = T_a i_{ab}^c \omega_b + T_a i_{ac}^b \omega_c$$

Сокращение на T_a дает уравнение баланса мощностей в виде кинематического уравнения (2).

Если звенья b и c одновременно или ведущие или ведомые и, следовательно, отсутствуют встречные потоки (потоки генерации или циркуляции), то

$$\frac{N_c}{N_b} > 0, \text{ то есть } \frac{i_{ac}^b \omega_c}{i_{ab}^c \omega_b} = \frac{i_{ac}^b \omega_c}{(1 - i_{ac}^b) \omega_b} > 0 \quad (8)$$

Отсюда $\frac{\omega_c}{\omega_b} > 0$ возможно при $0 < i_{ac}^b < 1$ и $\frac{\omega_c}{\omega_b} < 0$ - при $i_{ac}^b < 0$ или при $i_{ac}^b > 1$.

Назовем отношения двух мощностей на входах двух ведущих звеньев или на выходах двух ведомых звеньев коэффициентом баланса мощностей

$$\varphi_{c,b} = \frac{N_c}{N_b} = \frac{T_c \omega_c}{T_b \omega_b} = -\frac{1}{i_{cb}^a} \cdot \frac{\omega_c}{\omega_b} > 0 \quad (9)$$

Положительность коэффициента баланса $\varphi_{c,b}$ для оптимального выбора схемы дифференциального механизма очевидна. При отрицательном его значении одна из ветвей переходит в другой режим работы (из ведущего в ведомый и наоборот). В случае схемы с двумя ведущими звеньями возникает так называемый генераторный режим, когда один из двигателей не выдает энергию в цепь, а получает ее через механическую цепь от другого двигателя. Мощность последнего расходуется не только на вращение ведомого звена, но и на вращение двигателя с измененным режимом работы (режим генератора). В схеме включения с двумя ведомыми звеньями при $\varphi_{c,b} < 0$ одно из звеньев превращается в ведущее и раздача движения и энергии становятся невозможными.

В таблице приведены все возможные оптимальные схемы включения дифференциальных механизмов (на базе простых планетарных механизмов с парными сателлитами), дающие $\varphi_{c,b} > 0$ при двух ведущих звеньях (схемы HD... и AD...) и двух ведомых звеньях (схемы PD... и CD...). В

обозначениях схем последний знак указывает на вид звена а, не входящего в пару одноименных (двух ведущих или двух ведомых).

Из условия $\varphi_{c,b} > 0$ следует, что при вращении одноименных звеньев в одну сторону ($\omega_c/\omega_b > 0$) дифференциальный механизм должен иметь отрицательное внутреннее передаточное отношение $i_{cb}^a < 0$ между одноименными звеньями, а при вращении звеньев b и c в разные стороны, когда $\frac{\omega_c}{\omega_b} < 0$, это передаточное отношение должно быть положительно

($i_{cb}^a > 0$). Иными словами, задачу суммирования и вычитания движений в одной схеме включения звеньев выполнить нельзя без создания генераторного режима.

Равные потоки мощностей ($\varphi_{c,b} = 1$) можно получить только при соблюдении по (9) равенства $\frac{\omega_c}{\omega_b} = -i_{cb}^a$, то есть фиксированного отношения

скоростей. Отсюда следует также, что при $\omega_c = \omega_b$ получить равные потоки мощностей можно только применяя симметричную схему дифференциала, когда $i_{cb}^a = -1$. При разных потоках мощностей равенство угловых скоростей

возможно, если дифференциал будет симметричным с $i_{cb}^a = -\frac{N_b}{N_c}$. В

обозначении таких схем в таблице присутствует индекс с или р. Особенность работы дифференциального механизма при $\omega_c = \omega_b$ прежде всего в том, что все его звенья, включая звено а, движутся с равными угловыми скоростями как единое целое. Такой режим работы называется режимом повышенной надежности [5].

Таблица

Оптимальные схемы включения дифференциальных механизмов на базе

простых и планетарных при $x\lambda = \frac{\Gamma_{W2}}{\Gamma_{W3}}$.

$\frac{\omega_c}{\omega_b} > 0$	$\omega_c = \omega_b$ $\varphi_{c,b} = 1$	$\frac{\omega_c}{\omega_b} < 0$
---------------------------------	--	---------------------------------

HD.AI.H HD. \overline{AI} .H PD.AI.H PD. \overline{AI} .H	HD _c .AI.H PD _p .AI.H	CD.AA.H, AD.AA.H CD.II.H, AD.II.H CD.AI.1, AD.AI.1 CD.AI.4, AD.AI.4 CD. \overline{AI} .1, AD. \overline{AI} .1 CD. \overline{AI} .4, AD. \overline{AI} .4 CD. \overline{AI} .1, AD. \overline{AI} .1 CD. \overline{AI} .5, AD. \overline{AI} .5
при $x\lambda > 1$ HD.AA.4 HD.II.4 HD. \overline{AI} .4 HD. \overline{AI} .4 PD.AA.4 PD.II.4 PD. \overline{AI} .4 PD. \overline{AI} .4	при $x\lambda > 1$ HD _c .AA.4 HD _c .II.4 HD _c . \overline{AI} A.4 PD _p .AA.4 PD _p .II.4 PD _p . \overline{AI} A.4	при $x\lambda > 1$ CD.AA.1, AD.AA.1 CD.II.1, AD.II.1 CD. \overline{AI} .5, AD. \overline{AI} .5 CD. \overline{AI} A.1, AD. \overline{AI} A.1
	при $x\lambda < 1$ HD _c . \overline{AI} II.5 HD _c . \overline{AI} A.1 PD _p . \overline{AI} II.5 PD _p . \overline{AI} A.1	
при $x\lambda < 1$ HD. \overline{AI} II.5 HD. \overline{AI} A.1 PD. \overline{AI} II.5 PD. \overline{AI} A.1		

Отметим особенность поведения трехзвенного дифференциального механизма при разных по знаку, но равных по величине угловых скоростях двух одноименных звеньев, то есть когда $\omega_c = -\omega_b$ (например, соосные винты, двухроторный двигатель и т.п.). Из уравнения (9) следует, что в этом случае $\varphi_{c,b} = \frac{1}{i_{cb}^a} = \frac{1}{1-i_{ca}^b}$. Получить $\varphi_{c,b} = 1$ невозможно, так как это требует $i_{ca}^b = 0$ и $i_{cb}^a = 1$. Иными словами, получить равное распределение мощностей при $\omega_c = -\omega_b$ для трехзвенного дифференциала нельзя.

Решение этой задачи ($\varphi_{c,b} = 1$ при $\omega_c = -\omega_b$) возможно только при включении в ветви с одноименными звеньями согласующих зубчатых механизмов определенных схем или превращением трехзвенного дифференциала в замкнутый планетарный механизм [6].

В числе простых решений находится постановка согласующего механизма в одной из одноименных ветвей дифференциала. Примем для определенности, что согласующий механизм установлен в ветви b и имеет выходное звено с обозначением g, которое вращается с нужной угловой скоростью $\omega_g = -\omega_c$. Тогда $\omega_b = i_{bg} \omega_g$ и уравнение (9) преобразуется к виду

$$\varphi_{c,b} = \varphi_{c,g} = -\frac{1}{i_{cb}^a} \cdot \frac{\omega_c}{\omega_b} = -\frac{1}{i_{cb}^a i_{bg}} \cdot \frac{\omega_c}{\omega_g} \quad (10)$$

Согласующий механизм в ряде случаев целесообразен и при разных по величине угловых скоростей и потоках мощностей. Его передаточное отношение должно подчиняться зависимости (10).

Из (10) следует, что при $\varphi_{c,b} = 1$ и $\omega_c = -\omega_g$ передаточное отношение $i_{gb} = \frac{1}{i_{gb}}$ согласующего механизма равно передаточному отношению в

дифференциальном механизме между одноименными звеньями, то есть

$$i_{gb} = i_{cb}^a \quad (11)$$

Эти передаточные отношения могут быть одновременно как положительными так и отрицательными, что расширяет возможности использования и применения различных дифференциальных механизмов, имеющих как $\frac{\omega_b}{\omega_c} > 0$ так и $\frac{\omega_b}{\omega_c} < 0$.

Обычно по конструктивным и технологическим причинам удобно применить согласующий механизм той же схемы, с теми же числами зубьев, что и дифференциальный.

Анализ всего изложенного позволяет сформулировать несколько правил оптимального проектирования дифференциальных механизмов с учетом коэффициента баланса:

Правило 1. В рабочем диапазоне изменения угловых скоростей должны сохраняться направления вращения одноименных звеньев дифференциала. В противном случае будут возникать режимы генерации или торможения, режимы низкого КПД и т.п.

Как следствие, осуществить регулирование скоростей с изменением направления вращения без отрицательных явлений генерации или торможения нельзя.

Правило 2. Одноименные звенья дифференциала должны быть одновременно либо ведущими, либо ведомыми и давать коэффициент баланса $\varphi_{c,b} > 0$.

Правило 3. Выбирать схемы включения центральных звеньев дифференциала в зависимости от направленности вращения одноименных звеньев с наблюдением условия (8).

Правило 4. При однонаправленных вращениях одноименных звеньев схема включения дифференциала должна давать отрицательное внутреннее передаточное отношение $i_{cb}^a < 0$.

Правило 5. При разнонаправленных вращениях одноименных звеньев схема включения должна обеспечить положительное передаточное отношение $i_{cb}^a < 0$.

Правило 6. Для любой дифференциальной схемы ($i_{cb}^a = \text{const}$) баланс мощностей определяет постоянное отношение угловых скоростей одноименных звеньев по уравнению (9).

Правило 7. По возможности следует стремиться к применению дифференциальных механизмов в режиме однонаправленных скоростей одноименных звеньев. Такой режим способствует повышению надежности, снижению относительных скоростей звеньев, повышению КПД.

Правило 8. Согласующие механизмы в одноименных ветвях дифференциала способствуют установлению оптимального режима работы последнего.

Правило 9. Режим работы дифференциала с равными потоками мощностей при равных но разнонаправленных угловых скоростях одноименных звеньев невозможен. Получить разные по направлению угловые скорости с равными потоками мощностей можно, либо применяя согласующие механизмы хотя бы в одной из параллельных ветвей, либо переходя к замкнутым схемам планетарных механизмов.

Правило 10. Передаточное отношение замыкающего механизма между одноименными звеньями дифференциала для получения $\omega_b = -\omega_c$ должно быть равно -1 , а при постановке замыкающего механизма между ведущим и ведомым звеньями его передаточное отношение равно передаточному отношению дифференциального механизма между этими же звеньями.

Правило 11. По возможности следует стремиться применять дифференциальные механизмы при большем передаточном отношении.

Правило 12. Использовать при оптимальном проектировании отдельно взятой схемы дифференциального механизма все характеристики, критерии и методики оптимального проектирования планетарного механизма такой же схемы при равных внутренних передаточных отношениях i_{cb}^a [1].

Список литературы: 1. *Ткаченко В.А., Абрамов В.Т., Коровкин М.Д.* Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам, ХАИ, 1983, 112 с. 2. *Ткаченко В.А., Шебанов И.Г.* Вопросы синтеза простых дифференциальных зубчатых редукторов для привода воздушных и гребных винтов, Вестник НТУ – “ХПИ” № 10, 2002, с. 46-53. 3. *Ткаченко В.А.* Оптимизация планетарных механизмов по быстродействию, Вестник НТУ – “ХПИ” №10, 2002, с. 54-62. 4. *Ткаченко В.А., Сапрыкин В.М., Шебанов И.Г.* Синтез диференціалів різного призначення, Вісник технологічного університету Поділля, ч. 1, 2002, с. 26-31. 5. *Ткаченко В.А., Сапрыкин В.Н.* Кинетостатика механизмов при многократном их резервировании с помощью дифференциалов, Вестник НТУ – “ХПИ” № 12, 2001, с. 141-150. 6. *Кириченко В.И.* Редукторы ТВД и вертолетных двигателей, ХАИ, 1978, с. 82.