

*П.М. АНДРЕНКО, В.В. КЛІТНОЙ, В.М. МАКУХІН*

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЧАСТОТИ ОБЕРТАННЯ ВАЛА НА ВИТРАТУ РІДИНИ В КІЛЬЦЕВІЙ ЩІЛИНІ**

Отримана математична залежність для визначення витрати рідини в кільцевій щілині яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, який обертається. Проведені аналітичні дослідження впливу частоти обертання вала, перепаду тиску на щілині, геометричних розмірів на витрату рідини в ній.

При математичному описі гідродинамічних процесів у гідравлічних елементах та пристроях виникає необхідність визначення витрати рідини у кільцевій щілині яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, який обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ . Вирішення цієї задачі лежить в площині розв'язання рівнянь, що описують рух в'язкої нестисливої рідини між близько розташованими поверхнями, одна з яких рухається.

Такі задачі розглядалися багатьма авторами [1, 2], при цьому обґрунтовано приймали, що рух робочої рідини (РР) через малі щілини, гідравлічних апаратів та пристроїв, ламінарний [3], а її об'ємні властивості стали. Приймали, що РР однорідна та ізотропна [4]. Так як, зазвичай, в гідравлічних апаратах висота щілини значно менша від її довжини (рис. 1 а), початковою ділянкою, на якій відбувається формування профілів швидкостей, нехтували. Вважали, що товщина стінок трубу, яка визначена з умови міцності, достатньо велика, це дозволяє вважати, що її діаметр не залежить від внутрішнього тиску, а пружні властивості враховувати приведеним об'ємним модулем пружності РР. Приймали, що кавітація відсутня, немає розриву РР. Вважали також, що в гідроагрегаті відсутній гідравлічний удар і швидкість звуку в РР –  $a$ , з урахуванням пружних властивостей трубопроводу, є величиною сталою та значно більша від швидкості руху РР. Вважали РР ньютонівською, а її течію – ізотермічною.

Рівняння руху РР у кільцевій щілині, яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, описується рівнянням Нав'є-Стокса для нестационарної течії в'язкої рідини в круглій трубі, в циліндричній системі координат, яка в проекції на вісь  $z$  [2]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} = \\ & = P_z - \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial z} + \mu_t \left[ \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

де  $u_z$ ,  $u_r$  і  $u_\theta$  – швидкості РР по координатним осям;  $x$ ,  $y$  і  $z$  – осі координат;  $t$  – час;  $\nu_t$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості РР;  $r$  – радіус;  $\rho$  – густина РР;  $\theta$  – координатний кут;  $P_z$  – масова сила, яка припадає на одиницю маси рідини і має розмірність прискорення.

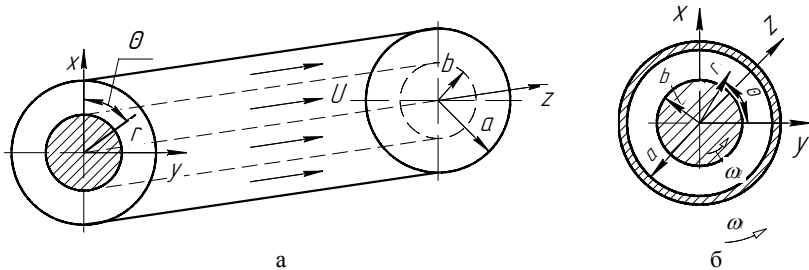


Рис. 1. Схема течії РР: а - між двома циліндричними трубами; б - між двома циліндрами, що обертаються

Рівняння нерозривності [2]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho r u_z) \right] = 0. \quad (2)$$

Вважали, що течія РР вісесиметрична і одномірна, так як  $u_z \gg u_r$ , знехтуємо рухом у радіальному  $u_r \approx 0$  та круговому  $u_\theta = 0$  напрямку, в порівнянні з рухом уздовж осі трубопроводу.

Розглядали течію РР у кільцевій щілині, яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, який обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ , для гідравлічного захисту занурювальних електродвигунів.

Проведемо оцінку масової сили у рівнянні (1) у порівнянні з членом  $\frac{\partial u_z}{\partial t}$ , який виражає локальне прискорення. Для чого скористаємося

методикою, наведеною у роботі [5]. Масова сила, яка припадає на одиницю маси рідини, визначалась силою ваги РР (прискоренням вільного падіння).

Порядок ( $\Pi$ ) масової сили, яка припадає на одиницю маси рідини, становить прискорення вільного падіння, порядок члена  $\frac{\partial u_z}{\partial t} - \Pi(\partial u_z / \partial t) = u_z a / l$ ,

де через  $l$  позначена характерна довжину уздовж осі трубопроводу (довжина пробігу хвиль збурення).

$$\Pi[(g): \partial u_z / \partial t] = (g) l / u_z a, \quad (3)$$

Розрахунки за формулою (3) показали, що  $\Pi[(g): \partial u_z / \partial t]$  становить 0,108. Таким чином масовою силою в рівнянні (1) можна знехтувати.

Похибка при нехтуванні масовою силою не перевершить 0,1%. Аналогічне припущення приймає і більшість дослідників, [2, 5 - 8].

За методикою наведеною у роботі [5], проведемо оцінку члена рівняння

(1)  $u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}$ , який виражає конвективне прискорення, у порівнянні з

локальним  $-\frac{\partial u_z}{\partial t}$ . Проведемо оцінку порядку цих членів

$$\Pi(u_z \partial u_z / \partial z : \partial u_z / \partial t) = u_z^2 / l : u_z a / l = u_z / a .$$

Ураховуючи, що у кільцевій щілині, яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, завжди виконується умова  $u_z \ll a$ , тоді  $\Pi(u_z \partial u_z / \partial z : \partial u_z / \partial t) = 0,09749$ , отже, членом рівняння Нав'є-Стокса, що виражає конвективне прискорення, можна знехтувати. При цьому похибка в розрахунках, від нехтування членом рівняння Нав'є-Стокса, яке виражає конвективне прискорення, при розгляді процесів, що відбуваються у кільцевій щілині яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, становитиме 0,79.

Оцінку членів, які враховують у рівнянні (1) дію в'язкості РР, проведемо за методикою наведеною у роботі [3]. Оцінимо порядок членів  $\Pi(\partial^2 u_z / \partial z^2) = u / l^2$ , та  $\Pi(\partial^2 u_z / \partial r^2) = u_z / r^2$ . Підставляючи чисельні дані отримали:

$$\Pi(\partial^2 u_z / \partial z^2) = 2670; \quad \Pi(\partial^2 u_z / \partial r^2) = 33127,7.$$

Таким чином членом  $\partial^2 u_z / \partial z^2$  у рівнянні (1) можна знехтувати. Похибка в розрахунках при цьому становитиме для процесів, що відбуваються в кільцевій щілині яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал – 2,8 %. Приймали густину РР сталю, рівною середньому її значенню при роботі гідроагрегата. Враховуючи вищенаведене, рівняння Нав'є-Стокса та нерозривності запишуться у вигляді, аналогічному, як у роботі [2]

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] = -\frac{\Delta p}{\mu l}; \quad \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

де  $\Delta p$  – перепад тиску на щілині;  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості РР.

Ламінарний рух РР між співвісними циліндрами, що обертаються, при припущенні що лінії течії мають вигляд кола ( $u_r = 0$ ), а течія відбувається в площині ( $u_x = 0$ ) та є усталеною ( $\partial u / \partial t = 0$ ), див. рис. 1 б, визначається з рівнянь Нав'є-Стокса та нерозривності [2]

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v_t \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\omega}{\partial \theta} &= \frac{u_\omega^2}{r}; \\ \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + v_t \left( \frac{\partial^2 u_\omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\omega}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\omega}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_\omega}{\partial x^2} - \frac{u_\omega}{r^2} \right) &= \frac{u_\omega}{r} \frac{\partial u_\omega}{\partial \theta}; \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0; \quad \frac{\partial u_\omega}{\partial \theta} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де  $u_\omega$  – швидкість РР, яка викликана обертанням вала.

З системи рівнянь (5), визначалось дотичне напруження

$$\tau = -\mu \frac{2a^2 b^2}{r^2} \frac{\omega}{a^2 - b^2}, \quad (6)$$

де  $a$  і  $b$  – відповідно радіус труби і вала.

Прирівнюючи дотичне напруження (6), дотичному напруженню, визначеному згідно відомої формули Ньютона, отримали залежність для визначення розподілу швидкості РР викликаною обертанням вала

$$u_\omega = \frac{2a^2 b^2 \omega}{a^2 - b^2} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{r} \right). \quad (7)$$

З залежності (7) отримали середню швидкість РР, яка викликана обертанням вала

$$u_{\omega \text{ ср}} = \frac{4a^2 b^2 \omega}{(a+b)(a^2 - b^2)} \left[ \frac{a-b}{a} - (\ln a - \ln b) \right]. \quad (8)$$

Середню швидкість РР, для її течії у кільцевій щілині яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал і яка викликана перепадом тиску знаходили з розв'язуючи рівняння (4), по аналогії з [2]

$$u_{z \text{ ср}} = \frac{\Delta p}{8\mu l} \left[ a^2 + b^2 - \frac{(a^2 - b^2)}{\ln \frac{a}{b}} \right]. \quad (9)$$

Швидкості  $u_z$  і  $u_\omega$  направлені під кутом  $90^\circ$ , отже сумарна швидкість РР в кільцевій щілині

$$u_\Sigma = \sqrt{u_{z \text{ ср}}^2 + u_{\omega \text{ ср}}^2}. \quad (10)$$

Помноживши сумарну швидкість РР у кільцевій щілині на  $\pi(a^2 - b^2)$  – площу щілини, отримали залежність для визначення витрати в ній

$$Q = \pi(a^2 - b^2) \sqrt{\frac{\Delta p^2}{64\mu^2 l^2} \left[ a^2 + b^2 - \frac{(a^2 - b^2)}{\ln \frac{a}{b}} \right]^2 + \frac{4a^4 b^4 \omega^2 \left[ \frac{a-b}{a} - (\ln a - \ln b) \right]^2}{(a-b)^2 (a^2 - b^2)^2}}. \quad (11)$$

Зауважимо, що витрата у кільцевій щілині яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, який обертається, залежать від багатьох факторів, а саме від геометричних розмірів щілини (радіального проміжку, довжини), перепаду тиску, коефіцієнта кінематичної в'язкості РР, співвісного розміщення вала в трубі та інших. Відмітимо, що несиметричне розташування вала в трубі може бути враховано коефіцієнтом значення якого згідно роботи [9] знаходиться в межах від 1 до 2,5.

В пакеті прикладних програм знаходили витрату РР у кільцевій щілині, яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, який обертається, для гідравлічного захисту занурювальних електродвигунів, при наступних параметрах: радіус труби  $a = 14,2$  мм; радіус вала  $b = 14$  мм, який у дослідженнях змінювали в діапазоні від 14, 0 мм до 14,15 мм; довжина щілини  $l = 450$  мм; частота обертання вала  $\omega = 3000 \frac{\text{об}}{\text{с}}$ ; перепад тиску на щілині  $\Delta p = 0,2$  МПа, який у дослідженнях змінювали в діапазоні від 0,1 МПа до 0,6 МПа. Установлено, що суттєвий вплив на величину витрати мають частота обертання вала (рис. 3 а) та ширина щілини (рис.4). Перепад тиску на щілині, у межах у яких він розглядався, на витрату крізь неї має незначний вплив.

подавали на вхід ступінчатий вплив, у вигляді перепаду тиску, отримували графіки перехідних процесів у кільцевій щілині (рис. 4). Установлено, у незалежності від перепаду тиску на щілині, частоті обертання вала та його радіусу, перехідний процес має ступінчатий характер, тобто вхідний сигнал передається через щілину миттєво.

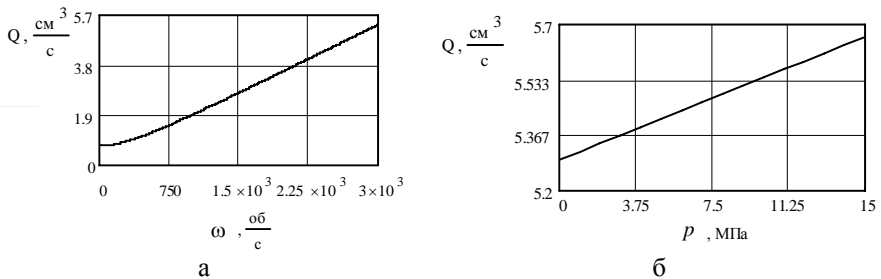


Рис. 3. Зміна витрати рідини у кільцевій щілині, яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, який обертається, в залежності: а – частоти обертання вала; б – перепаду тиску на щілині

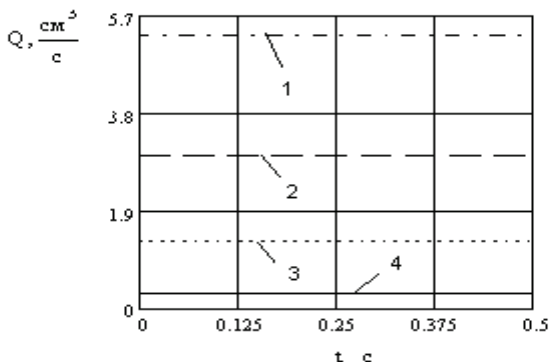


Рис. 4. Графіки переходних процесів у кільцевій щілині, яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, який обертається, в залежності від радіусу вала: 1 – 14 мм; 2 – 14,05 мм; 3 – 14,1 мм; 4 – 14,15 мм

**Висновки.** Отримана математична залежність для визначення витрати рідини в кільцевій щілині яка утворена циліндричною трубою всередині якої розміщено вал, який обертається, і яка уточнює існуючу математичну модель гідравлічного захисту занурювальних електродвигунів. Проведені аналітичні дослідження впливу частоти обертання вала, геометричних розмірів та перепаду тиску на щілині, для гідравлічного захисту занурювальних електродвигунів, на витрату рідини в ній, дозволили встановити, що вхідний сигнал передається через щілину миттєво, а найбільший вплив на неї має ширину щілини та частота обертання валу. Отримані результати дозволять обґрунтовано проводити вибір конструктивних параметрів щілини.

Список літератури: 1. Бодяков Г. И. Нестационарное течение вязкой несжимаемой жидкости между двумя цилиндрами // Инж.- физ. Журнал. – 1965. – т. 8. – №1. – С. 41 – 47. 2. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика: Учебник. – М.: Машиностроение, 1987. – 440 с. 3. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро - и пневмосистем. – 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1987.- 464 с. 4. Лурье З. Я., Лищенко И. Г. Скорость течения вязкой жидкости в постоянном зорезе узла поршень- цилиндр объемной гидромашины // Вестник ХГПУ. – Харьков: ХГПУ. – 1999. – Вып. 85. – С. 66 -73. 5. Лямаев Б.Ф., Небольский Г.П., Нелобов В.А. Стационарные и переходные процессы в сложных гидросистемах. Методы расчета на ЭВМ. Под ред. Б. Ф. Лямаева. – Л.: Машиностроение, 1978. – 192 с. ил., табл. – Библиогр.: с. 185 – 189. 6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973.– 847 с.: ил., табл. 7. Гликман Б.Ф. Математические модели пневмогидравлических систем. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-техн. лит., 1986. – 368 с.: ил., табл. – Библиогр.: с. 353 – 363. 8. Темнов В.К. Волновые процессы в гидросистемах: Учеб. пособие – Челябинск: ЧПИ, 1981. – 81с. 9. Никитин Г. А., Ипатов А. М. Утечки через уплотнения малой длины // Гидропривод и гидропневмоавтоматика. Вып. 6. - К.: Техника, 1970. С. 81–86.

*Поступила до редколегії 12.03.08*

Г. А. КРУТИКОВ

## УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ СВОБОДНОПРОГРАММИРУЕМОГО ПНЕВМОПРИВОДА С ДИСКРЕТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Представлена универсальная пневматическая схема пневмопривода. Разработана математическая модель пневмопривода с дискретным управлением, позволяющая осуществлять машинный эксперимент с помощью ЭВМ и выбирать наиболее оптимальные параметры привода и алгоритмы их управления.

The universal pneumatic circuit of a pneumodrive is submitted. The mathematical model of a pneumodrive with the discrete management is developed, allowing to carry out machine experiment with the help of the computer and to choose the optimal parameters of a drive and algorithms of their management.

В работе [1] была предложена стратегия адаптивного управления многопозиционным пневмоприводом, основанная на трехэтапном режиме торможения с постоянной коррекцией координат торможения.

Для анализа процесса позиционирования, с помощью изложенного метода, разработана универсальная математическая модель и программа расчета на ЭВМ, которые позволяют в безразмерной и размерной формах рассчитывать переходные процессы позиционирования при идентичных условиях функционирования для разных схем приводов.

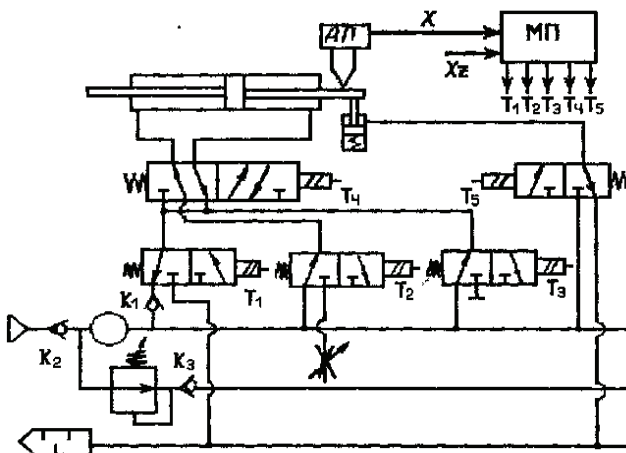


Рис. 1. Универсальная схема свободнопрограммируемого пневмопривода  
Наиболее универсальная схема дискретного управления [2]  
представлена на рис. 1. Эта схема, как показано в работе [3], наряду с

хорошими динамическими характеристиками, является, кроме того, энергосберегающей схемой. Обладая большой универсальностью, схема позволяет создавать разные коммутационные ситуации во всех фазах движения пневмопривода.

Математическая модель данного привода должна обладать большой гибкостью, позволяющей достаточно легко переходить от одного алгоритма управления к другому. Модель строится на основании уравнений термодинамики тела переменной массы с использованием безразмерной формы записи.

$$\begin{aligned}
 \frac{dM}{d\tau} &= F(1) = z_0 S_0 \varphi(I_0); \\
 \frac{d\sigma_T}{d\tau} &= \frac{K}{W} [F(1) + S_z \varphi(I_T)]; \\
 \frac{d\sigma_1}{d\tau} &= \frac{K}{\xi_{01} + \xi} \left[ s_1 z_1 \varphi(I_1) - \sigma_1 \frac{d\xi}{d\tau} \right]; \\
 \frac{d\Theta_1}{d\tau} &= \frac{\Theta_1}{\sigma_1} \frac{d\sigma_1}{d\tau} + \frac{\Theta_1}{\xi_{01} + \xi} \frac{d\xi}{d\tau} + S_a z_1 \frac{\varphi(I_1)}{\xi_{01} + \xi}; \\
 \frac{d\sigma_2}{d\tau} &= -\frac{K}{\xi_{02} + 1 - \xi} \left[ \frac{S_2 Z_2 \varphi(I_2)}{\Pi_{21}^f} - \sigma_2 \frac{d\xi}{d\tau} \right]; \\
 \frac{d\Theta_2}{d\tau} &= \frac{\Theta_2}{\sigma_2} \frac{d\sigma_2}{d\tau} - \frac{\Theta_2}{\xi_{02} + 1 - \xi} \frac{d\xi}{d\tau} + S_2 z_b \frac{\varphi(I_2)}{\xi_{02} + 1 - \xi}; \\
 \frac{d\xi}{d\tau} &= \bar{V}; \\
 \frac{d\bar{V}}{d\tau} &= B \left( \sigma_1 - \sigma_2 \Pi_{21}^f - \chi \right),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ ,  $\xi$ ,  $\frac{d\xi}{d\tau}$ ,  $\tau$  – соответственно безразмерные давления и температуры в левой и правой полостях цилиндра, перемещение и скорость поршня, безразмерное время [4].  $\sigma_T$  – безразмерное давление в емкости,  $\bar{M} = \frac{M}{M_p}$  – безразмерное массовое количество воздуха, поданного из сети в

емкость,  $M_p = \frac{F_1 L}{p_M} R T_M$  – базовая единица массы газа, равная массе,

необходимой для заполнения рабочего объема цилиндра  $FL$  воздухом с магистральным давлением  $p_M$ ,  $F_1$  – площадь поршня,  $L$  – полный ход поршня,  $R$  – газовая постоянная,  $T_M$  – температура воздуха в питающей магистрали.

Критериями динамического подобия являются  $B$  и  $\chi$ . Базовая единица времени –  $t_6$ .



$$B = \frac{P_M F_1}{Lm} t_0^2; t_0 = \frac{F_1 L}{f_1^3 a_M}; \chi = \frac{P}{P_M F_1}, \quad (2)$$

где  $B$  – критерий инерционной разгрузки, численно равный отношению максимальной (индикаторной) силе, развиваемой поршнем к силе инерции при базовом ускорении  $\frac{L}{t_0^2}$ . Базовая единица времени численно равна времени заполнения рабочего объема цилиндра  $F_1 L$  несжимаемой средой, движущейся со скоростью звука  $a_M = \sqrt{KRT_M}$  через отверстие, равное эффективной площади впускного тракта  $f_1^3$ .

Сложность использования безразмерных уравнений для анализа схем пневмоприводов, у которых в процессе срабатывания меняется структура коммутационных связей, заключается, прежде всего, в изменении эффективных площадей  $f_1^3$  и  $f_2^3$  впускного и выпускного трактов. Это приводит к изменению базовой единицы времени  $t_0$  и основного критерия подобия  $B$ , что существенно затрудняет сравнение разных схем пневмоприводов. Поэтому, в обобщенной математической модели базовую единицу времени целесообразно относить к некоторой базовой структуре, состоящей из пневмоцилиндра и одного распределителя, а снижение пропускной способности других схем, обусловленное наращиванием пневмоаппаратов, учитывается коэффициентом (коррективом)  $z$ . Математическая модель (1) универсальна и позволяет автоматизировать процесс вычисления на ЭВМ переходного процесса приводов с различными структурами, в зависимости от программы управления клапанами  $T_1 \div T_4$ . Причем,  $T_1 \div T_4$  рассматриваются как булевы переменные, описывающие состояние переменных (1 – ток на электромагнит подан, 0 – ток отсутствует).

Для моделирования разных структур и алгоритмов их управления вводятся логическо-алгебраические функции  $S_z, S_1, S_2, S_a, S_b, Z_1, Z_2$ . Именно с помощью этих функций моделируется все многообразие структур приводов и коммутационных связей в них. Безразмерные давления в объектах коммуникации для левой и правой полостей цилиндра обозначим соответственно  $\sigma_L$  и  $\sigma_P$ .

Коррективы  $Z_0, Z, Z_1$  и  $Z_2$  имитируют, как указано выше, процесс дискретного изменения пропускной способности магистралей, в зависимости от состояния обратных клапанов и распределителей: изменение пропускной способности за счет наращивания одного подобного распределителя дает

$Z \cong \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71$ , добавление обратного клапана с аналогичным распределителю условным проходом приводит к появлению звена  $Z \cong 0,77$ .

Функции  $S_z, S_1, S_2, S_a, S_b$  позволяют производить дискретное изменение структуры правых частей первых шести дифференциальных уравнений системы (1), в связи с переходом от опорожнения к заполнению и наоборот.

Применительно к рассматриваемой на рис. 1 схеме пневмопривода идентифицирующие её параметры имеют вид:

$$\begin{aligned}
 I_0 &= \sigma_T; I_T = \left(\bar{T}_2\bar{T}_3 + T_3\bar{T}_1\right) \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_T}\right)^{\text{sign}(\sigma_T - \sigma_1)} + \left(\bar{T}_3\bar{T}_1 + T_3T_1\right) \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_T}\right)^{\text{sign}(\sigma_T - \sigma_2)} + \\
 &+ T_2 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_K}\bar{T}_3 + \frac{\sigma_2}{\sigma_K}T_3\right); I_1 = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_L}\right)^{\text{sign}(\sigma_L - \sigma_1)}; I_2 = \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_p}\right)^{\text{sign}(\sigma_p - \sigma_2)}; \\
 \sigma_L &= \bar{T}_3\bar{T}_2\sigma_T + \bar{T}_3T_2\sigma_K + T_1T_3\sigma_a; \sigma_p = \bar{T}_3\bar{T}_1\sigma_T + T_3\bar{T}_2\sigma_T + \bar{T}_3T_1\sigma_a + T_3T_2\sigma_K; \\
 I_0 &= 0,77; Z_1 = 0,71 \cdot \bar{T}_3 + 0,48 \cdot T_3\bar{T}_1 \frac{1 + \text{sign}(\sigma_1 - \sigma_T)}{2} + 0,48 \cdot T_3T_2; \\
 Z_2 &= 0,71 \cdot T_3 + 0,48 \cdot \bar{T}_3T_1 \frac{1 + \text{sign}(\sigma_L - \sigma_T)}{2} + 0,71 \cdot \bar{T}_3T_1; s_0 = \frac{1 + \text{sign}(1 - \sigma_T)}{2}; \\
 S_z &= -0,71 \cdot \bar{T}_2\sigma_T - 0,71 \cdot \sigma_K T_2 + 0,48 \cdot \bar{T}_1 \left(T_3 \frac{1 + \text{sign}(\sigma_1 - \sigma_T)}{2} \sqrt{\theta_1\sigma_1} + \right. \\
 &\quad \left. + \bar{T}_3 \frac{1 + \text{sign}(\sigma_2 - \sigma_T)}{2} \sqrt{\theta_2\sigma_2}\right); \\
 S_1 &= \frac{1 + \text{sign}(\sigma_L - \sigma_1)}{2} \sigma_T - \frac{1 + \text{sign}(\sigma_2 - \sigma_T)}{2} \sqrt{\theta_2\sigma_2}; \\
 S_2 &= -\frac{1 + \text{sign}(\sigma_p - \sigma_2)}{2} \sigma_T + \frac{1 + \text{sign}(\sigma_2 - \sigma_p)}{2} \sqrt{\theta_2\sigma_2}; \\
 S_a &= -\frac{1 + \text{sign}(\sigma_L - \sigma_1)}{2} \theta_1^2 + \frac{1 + \text{sign}(\sigma_1 - \sigma_L)}{2} \sqrt{\theta_1\sigma_1}; \\
 S_b &= -\frac{1 + \text{sign}(\sigma_p - \sigma_2)}{2} \theta_2^2 + \frac{1 + \text{sign}(\sigma_2 - \sigma_p)}{2} \theta_2 \sqrt{\theta_2}.
 \end{aligned}$$

Расходная функция  $\varphi(I)$  записывается в виде нестандартной функции одной переменной –  $I$  (отношение давлений на концах сопротивления), с учетом, как надкритического, так и докритического течения:

$$\varphi(I) = \frac{1 + \text{sign}(I - 0,528)}{2} \sqrt{\frac{2}{k-1}} \left(I^{1,43} - I^{1,71}\right) + 0,579 \frac{1 - \text{sign}(I - 0,528)}{2}. \quad (3)$$

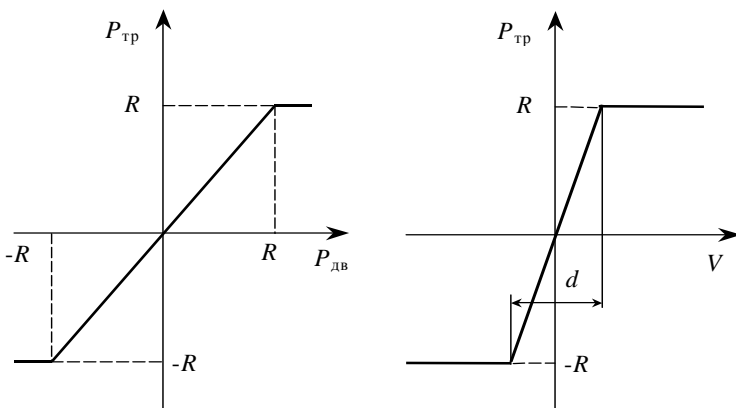


Рис. 2. Зависимость силы трения от движущей силы и скорости

Для пневматических транспортных приводов в качестве силы статического сопротивления, определяющей безразмерный критерий статической нагрузки  $\chi$ , чаще всего, приходится учитывать силу сухого трения. Кроме того, эта сила является одним из основных факторов, влияющих на статическую точность позиционирования. Особенностью этой силы является то, что при знакопеременном характере движения, сила сухого трения имеет разрывный характер и её трудно моделировать при использовании шаговых методов численного интегрирования. Поэтому, для описания этого существенно-нелинейного фактора была использована аппроксимация функции  $P_{тр}(V)$  линейной функцией с некоторым угловым коэффициентом (рис. 2) и в математическую модель она вводилась в виде достаточно сложного логического оператора:

$$P_{тр} = \begin{cases} R \operatorname{sign} V \text{ при } |P_{дв}| > R \text{ и } \left| V + \frac{d}{2} \operatorname{sign} P_{дв} \right| > \frac{d}{2}. \\ 2R \frac{V}{d} + R \operatorname{sign} P_{дв} \text{ при } |P_{дв}| > R \text{ и } \left| V + \frac{d}{2} \operatorname{sign} P_{дв} \right| \leq \frac{d}{2}. \\ R \operatorname{sign} V \text{ при } |P_{дв}| \leq R \text{ и } \left| V + \frac{d}{2} \frac{P_{дв}}{R} \right| > \frac{d}{2}. \\ 2R \frac{V}{d} + P_{дв} \text{ при } |P_{дв}| \leq R \text{ и } \left| V + \frac{d}{2} \frac{P_{дв}}{R} \right| \leq \frac{d}{2}. \end{cases}, \quad (4)$$

где  $P_{тр}$  – текущее значение силы сухого трения;  $R$  – сила трения страгивания;  $V$  – скорость движения;  $P_{дв} = P_1 F_1 - P_2 F_2$  – движущая сила;  $d$  – число, определяющее угол наклона  $P_{тр}(V)$ . Если, кроме трения, другая статическая нагрузка отсутствует, то

$$\chi = \frac{P_{\text{тр}}}{P_M F_1} \quad (5)$$

Алгоритм управления пневмораспределителями  $T_1 \div T_4$ , состояние которых инициирует работу математической модели (1), представлен в [1].

На рис. 3 представлены результаты расчета переходного процесса в пневмоприводе, где используется алгоритм трехэтапного движения с отработкой на последнем этапе наклонной линией переключения.

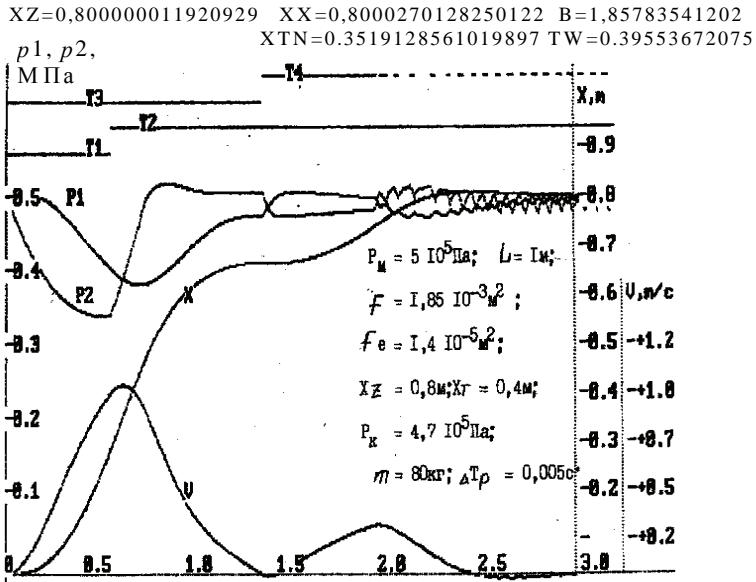


Рис. 3. Результаты численного интегрирования на ЭВМ для пневмопривода, работающего по схеме №4 при  $K_1 = 0,1975$  с и  $K_p = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{Н}$

Представленная универсальная математическая модель может быть очень полезна при проектировании свободнопрограммируемых пневмоприводов с микропроцессорным управлением.

Список литературы: 1. Крутиков Г. А., Хмелевская О. Г. Повышение быстродействия и точности позиционирования многопозиционного пневмопривода за счет адаптивного микропроцессорного управления. // Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып. 49. С. 95 – 102. 2. Крутиков Г. А., Седач В. В. Пневматический привод. Авторское свидетельство №1596142. – «Бюллетень изобретений». – 1990. №36. 3. Крутиков Г. А., Пелюхия Р. Н. Дискретно управляемый пневмопривод для точного позиционирования с минимальными энергозатратами. // Гидравлические машины. 1992. – Вып. 26. С. 148 – 158. 4. Крутиков Г. А., Кудрявцев А. И., Пекарь Л. А. К вопросу выбора способа торможения пневмоприводов с большими присоединенными массами // Пневматика и гидравлика. М., 1987. – Вып. 13. С. 98 – 109.

Поступила в редколлегию 14.06.07