## Г. А. КРУТИКОВ

## УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ СВОБОДНОПРОГРАММИРУЕМОГО ПНЕВМОПРИВОДА С ДИСКРЕТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Представлена универсальная пневматическая схема пневмопривода. Разработана математическая модель пневмопривода с дискретным управлением, позволяющая осуществлять машинный эксперимент с помощью ЭВМ и выбирать наиболее оптимальные параметры привода и алгоритмы их управления.

The universal pneumatic circuit of a pneumodrive is submitted. The mathematical model of a pneumodrive with the discrete management is developed, allowing to carry out machine experiment with the help of the computer and to choose the optimal parameters of a drive and algorithms of their management.

В работе [1] была предложена стратегия адаптивного управления многопозиционным пневмоприводом, основанная на трехэтапном режиме торможения с постоянной коррекцией координат торможения.

Для анализа процесса позиционирования, с помощью изложенного метода, разработана универсальная математическая модель и программа расчета на ЭВМ, которые позволяют в безразмерной и размерной формах рассчитывать переходные процессы позиционирования при идентичных условиях функционирования для разных схем приводов.



Рис. 1. Универсальная схема свободнопрограммируемого пневмопривода Наиболее универсальная схема дискретного управления [2] представлена на рис. 1. Эта схема, как показано в работе [3], наряду с хорошими динамическими характеристиками, является, кроме того, энергосберигающей схемой. Обладая большой универсальностью, схема позволяет создавать разные коммутационные ситуации во всех фазах движения пневмопривода.

Математическая модель данного привода должна обладать большой гибкостью, позволяющей достаточно легко переходить от одного алгоритма управления к другому. Модель строится на основании уравнений термодинамики тела переменной массы с использованием безразмерной формы записи.

$$\begin{aligned} \frac{dM}{d\tau} &= F(1) = z_0 S_0 \varphi(I_0); \\ \frac{d\sigma_T}{d\tau} &= \frac{K}{W} \Big[ F(1) + S_z \varphi(I_T) \Big]; \\ \frac{d\sigma_1}{d\tau} &= \frac{K}{\xi_{01} + \xi} \Big[ s_1 z_1 \varphi(I_1) - \sigma_1 \frac{d\xi}{d\tau} \Big]; \\ \frac{d\Theta_1}{d\tau} &= \frac{\Theta_1}{\sigma_1} \frac{d\sigma_1}{d\tau} + \frac{\Theta_1}{\xi_{01} + \xi} \frac{d\xi}{d\tau} + S_a z_1 \frac{\varphi(I_1)}{\xi_{01} + \xi}; \\ \frac{d\sigma_2}{d\tau} &= -\frac{K}{\xi_{02} + 1 - \xi} \Bigg[ \frac{S_2 Z_2 \varphi(I_2)}{\Pi_{21}^f} - \sigma_2 \frac{d\xi}{d\tau} \Bigg]; \\ \frac{d\Theta_2}{d\tau} &= \frac{\Theta_2}{\sigma_2} \frac{d\sigma_2}{d\tau} - \frac{\Theta_2}{\xi_{02} + 1 - \xi} \frac{d\xi}{d\tau} + S_2 z_b \frac{\varphi(I_2)}{\xi_{02} + 1 - \xi}; \\ \frac{d\xi}{d\tau} &= \overline{V}; \\ \frac{d\overline{V}}{d\tau} &= B \Big( \sigma_1 - \sigma_2 \Pi_{21}^f - \chi \Big), \end{aligned}$$

где  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ ,  $\xi$ ,  $\frac{d\xi}{d\tau}$ ,  $\tau$  – соответственно безразмерные давления и температуры в левой и правой полостях цилиндра, перемещение и скорость поршня, безразмерное время [4].  $\sigma_T$  – безразмерное давление в емкости,  $\overline{M} = \frac{M}{M_p}$  – безразмерное массовое количество воздуха, поданного из сети в

емкость,  $M_p = \frac{F_1 L}{p_M} RTM$  – базовая единица массы газа, равная массе,

необходимой для заполнения рабочего объема цилиндра FL воздухом с магистральным давлением  $p_{\rm M}$ ,  $F_1$  – площадь поршня, L – полный ход поршня, R – газовая постоянная,  $T_{\rm M}$  – температура воздуха в питающей магистрали.

Критериями динамического подобия являются B и  $\chi$ . Базовая единица времени –  $t_{6}$ .

$$B = \frac{p_M F_1}{Lm} t_{\delta}^2; \ t_{\delta} = \frac{F_1 L}{f_1^{\,9} a_{\rm M}}; \ \chi = \frac{P}{p_M F_1}, \tag{2}$$

где *B* – критерий инерционной разгрузки, численно равный отношению максимальной (индикаторной) силе, развиваемой поршнем к силе инерции при базовом ускорении  $\frac{L}{t_o^2}$ . Базовая единица времени численно равна времени заполнения рабочего объема цилиндра *F*<sub>1</sub>*L* несжимаемой средой, движущейся со скоростью звука  $a_{\rm M} = \sqrt{KRT_{\rm M}}$  через отверстие, равное эффективной площади впускного тракта  $f_1^2$ .

Сложность использования безразмерных уравнений для анализа схем пневмоприводов, у которых в процессе срабатывания меняется структура коммутационных связей, заключается, прежде всего. в изменении эффективных площадей  $f_1^{\,\mathfrak{I}}$  и  $f_2^{\,\mathfrak{I}}$  впускного и выпускного трактов. Это приводит к изменению базовой единицы времени t<sub>б</sub> и основного критерия подобия В. что существенно затрудняет сравнение разных схем пневмоприводов. Поэтому, в обобщенной математической модели базовую единицу времени целесообразно относить к некоторой базовой структуре, состоящей из пневмоцилиндра и одного распределителя, а снижение пропускной способности других схем, обусловленное наращиванием пневмоаппаратов, учитывается коэффициентом (коррективом) 7. Математическая модель (1) универсальна и позволяет автоматизировать процесс вычисления на ЭВМ переходного процесса приводов с различными структурами, в зависимости от программы управления клапанами  $T_1 \div T_4$ . Причем,  $T_1 \div T_4$  рассматриваются как булевые переменные, описывающие состояние переменных (1 -ток на электромагнит подан, 0 -ток отсутствует).

Для моделирования разных структур и алгоритмов их управления вводятся логическо-алгебраические функции  $S_z$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_a$ ,  $S_b$ ,  $Z_1$ ,  $Z_2$ . Именно с помощью этих функций моделируется все многообразие структур приводов и коммутационных связей в них. Безразмерные давления в объектах коммуникации для левой и правой полостей цилиндра обозначим соответственно  $\sigma_L$  и  $\sigma_p$ .

Коррективы  $Z_0$ , Z,  $Z_1$  и  $Z_2$  иммитируют, как указано выше, процесс дискретного изменения пропускной способности магистралей, в зависимости от состояния обратных клапанов и распределителей: изменение пропускной способности за счет наращивания одного подобного распределителя дает

 $Z \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71$ , добавление обратного клапана с аналогичным

распределителю условным проходом приводит к появлению звена  $Z \cong 0,77$ .

Функции  $S_z$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_a$ ,  $S_b$  позволяют производить дискретное изменение структуры правых частей первых шести дифференциальных уравнений системы (1), в связи с переходом от опорожнения к заполнению и наоборот.

Применительно к рассматриваемой на рис. 1 схеме пневмопривода идентифицирующие её параметры имеют вид:

$$\begin{split} I_{0} = \sigma_{T} \; ; \; I_{T} = \left(\overline{T}_{2}\overline{T}_{3} + T_{3}\overline{T}_{1}\right) \left(\frac{\sigma_{1}}{\sigma_{T}}\right)^{sign(\sigma_{T} - \sigma_{1})} + \left(\overline{T}_{3}\overline{T}_{1} + T_{3}T_{1}\right) \left(\frac{\sigma_{2}}{\sigma_{T}}\right)^{sign(\sigma_{T} - \sigma_{2})} + \\ & + T_{2}\left(\frac{\sigma_{1}}{\sigma_{K}}\overline{T}_{3} + \frac{\sigma_{2}}{\sigma_{K}}T_{3}\right); \; I_{1} = \left(\frac{\sigma_{1}}{\sigma_{L}}\right)^{sign(\sigma_{L} - \sigma_{1})}; \; I_{2} = \left(\frac{\sigma_{2}}{\sigma_{p}}\right)^{sign(\sigma_{p} - \sigma_{2})}; \\ \sigma_{L} = \overline{T}_{3}\overline{T}_{2}\sigma_{T} + \overline{T}_{3}T_{2}\sigma_{K} + T_{1}T_{3}\sigma_{a}; \; \sigma_{p} = \overline{T}_{3}\overline{T}_{1}\sigma_{T} + T_{3}\overline{T}_{2}\sigma_{T} + \overline{T}_{3}T_{1}\sigma_{a} + T_{3}T_{2}\sigma_{K}; \\ I_{0} = 0,77 \; ; \; Z_{1} = 0,71 \cdot \overline{T}_{3} + 0,48 \cdot T_{3}\overline{T}_{1} \frac{1 + sign(\sigma_{1} - \sigma_{T})}{2} + 0,48 \cdot T_{3}T_{1}; \; s_{0} = \frac{1 + sign(1 - \sigma_{T})}{2}; \\ Z_{2} = 0,71 \cdot T_{3} + 0,48 \cdot \overline{T}_{3}T_{1} \frac{1 + sign(\sigma_{L} - \sigma_{T})}{2} + 0,71 \cdot \overline{T}_{3}T_{1}; \; s_{0} = \frac{1 + sign(1 - \sigma_{T})}{2}; \\ S_{z} = -0,71 \cdot \overline{T}_{2}\sigma_{T} - 0,71 \cdot \sigma_{K}T_{2} + 0,48 \cdot \overline{T}_{1}\left(T_{3} \frac{1 + sign(\sigma_{1} - \sigma_{T})}{2} \sqrt{\theta_{1}}\sigma_{1} + \\ + \overline{T}_{3} \frac{1 + sign(\sigma_{2} - \sigma_{T})}{2} \sqrt{\theta_{2}}\sigma_{2}\right); \\ S_{1} = \frac{1 + sign(\sigma_{L} - \sigma_{1})}{2}\sigma_{T} - \frac{1 + sign(\sigma_{2} - \sigma_{T})}{2} \sqrt{\theta_{2}}\sigma_{2}; \\ S_{2} = -\frac{1 + sign(\sigma_{L} - \sigma_{1})}{2}\theta_{1}^{2} + \frac{1 + sign(\sigma_{1} - \sigma_{L})}{2} \sqrt{\theta_{1}}\sigma_{1}; \\ S_{B} = -\frac{1 + sign(\sigma_{p} - \sigma_{2})}{2} \frac{\theta_{2}^{2}}{\sigma_{2}} + \frac{1 + sign(\sigma_{2} - \sigma_{p})}{2} \theta_{2} \sqrt{\theta_{2}} . \end{split}$$

Расходная функция  $\phi(I)$  записывается в виде нестандартной функции одной переменной – I (отношение давлений на концах сопротивления), с учетом, как надкритического, так и докритического течения:

$$\varphi(I) = \frac{1 + sign(I - 0.528)}{2} \sqrt{\frac{2}{k - 1}} \left( I^{1.43} - I^{1.71} \right) + 0.579 \frac{1 - sign(I - 0.528)}{2} \right).$$
(3)



Рис. 2. Зависимость силы трения от движущей силы и скорости

Для пневматических транспортных приводов качестве в силы статического сопротивления, определяющей безразмерный критерий статической нагрузки у, чаще всего, приходится учитывать силу сухого трения. Кроме того, эта сила является одним из основных факторов, влияющих на статическую точность позиционирования. Особенностью этой силы является то, что при знакопеременном характере движения, сила сухого трения имеет разрывный характер и её трудно моделировать при использовании шаговых методов численного интегрирования. Поэтому, для описания этого существенно-нелинейного фактора была использована апроксимация функции P<sub>тр</sub>(V) линейной функцией с некоторым угловым коеффициентом (рис. 2) и в математическую модель она вводилась в виде достаточно сложного логического оператора:

$$P_{\text{Tp}} = \begin{cases} RsignV \, \Pi \mu \, \left| P_{\text{дB}} \right| > R \, \mu \, \left| V + \frac{d}{2} signP_{\text{дB}} \right| > \frac{d}{2} \, . \\ 2R \frac{V}{d} + RsignP_{\text{дB}} \, \Pi \mu \, \left| P_{\text{дB}} \right| > R \, \mu \, \left| V + \frac{d}{2} signP_{\text{дB}} \right| \le \frac{d}{2} \, . \\ RsignV \, \Pi \mu \, \left| P_{\text{дB}} \right| \le R \, \mu \, \left| V + \frac{d}{2} \frac{P_{\text{дB}}}{R} \right| > \frac{d}{2} \, . \end{cases}$$

$$(4)$$

$$2R \frac{V}{d} + P_{\text{дB}} \, \Pi \mu \, \left| P_{\text{дB}} \right| \le R \, \mu \, \left| V + \frac{d}{2} \frac{P_{\text{дB}}}{R} \right| \le \frac{d}{2} \, .$$

где  $P_{\rm тp}$  – текущее значение силы сухого трения; R – сила трения страгивания; V – скорость движения;  $P_{\rm дв} = P_1F_1-P_2F_2$  – движущая сила; d – число, определяющее угол наклона  $P_{\rm тp}(V)$ . Если, кроме трения, другая статическая нагрузка отсутствует, то

$$\chi = \frac{P_{\rm TP}}{p_{\rm M} F_{\rm I}} \,. \tag{5}$$

Алгоритм управления пневмораспределителями  $T_1 \div T_4$ , состояние которых инициирует работу математической модели (1), представлен в [1].

На рис. 3 представлены результаты расчета переходного процесса в пневмоприводе, где используется алгоритм трехэтапного движения с отработной на последнем этапе наклонной линией переключения.



Рис. 3. Результаты численного интегрирования на ЭВМ для пневмопривода, работающего по схеме №4 при  $K_1 = 0,1975$  с и  $K_p = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{H}$ 

Представленная универсальная математическая модель может быть очень полезна при проектировании свободнопрограммируемых пневмоприводов с микропроцессорным управлением.

Список литературы: 1. Крутиков Г. А., Хмелевская О. Г. Повышение быстродействия и точности позиционирования многопозиционного пневмопривода за счет адаптивного микропроцессорного управления. // Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып. 49. С. 95 – 102. 2. Крутиков Г. А., Седач В. В. Пневматический привод. Авторское свидетельство №1596142. – «Бюллетень изобретений». – 1990. №36. 3. Крутиков Г. А., Пелюхия Р. Н. Дискретно управляемый пневмопривод для точного позиционирования с минимальными энергозатратами. // Гидравлические машины. 1992. – Вып. 26. С. 148 – 158. 4. Крутиков Г. А., Кудрявцев А. И., Пекарь Л. А. К вопросу выбора способа торможения пневмоприводов с большими присоединенными массами // Пневматика и гидравлика. М., 1987. – Вып. 13. С. 98 – 109.

## Поступила в редколлегию 14.06.07