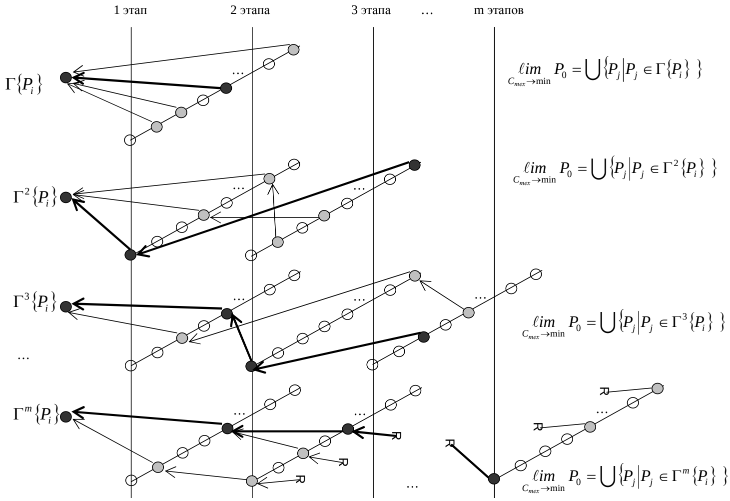

Рис. 4. Схема определения рационального варианта технологии в рамках каждого ранга.

Список литературы: 1. Голубев Г.А. Контактные уплотнения вращающихся валов. – М.: Машиностроение, 1974. – 264 с. **2.** Тарельник В.Б., Білоус А.В. Особливості виготовлення й ремонту захисних втулок масляних ущільнень відцентрових машин // Вісник Сумського національного аграрного університету. – 2004 - №11, с.97-102. **3.** Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. – М. : Мир, 1981. – 324с.

Поступила в редколлегию 16.04.2010

УДК 658.52.011

О.Ф. ЄНІКЄЄВ, канд. техн. наук, УкрДАЗТ, ***Ф.М. ЄВСЮКОВА, Л.О. ШИШЕНКО,*** канд. техн. наук, НТУ «ХПИ», г. Харьков

СТРАТЕГІЯ УПРАВЛІННЯ ЗАМКНЕНИМ КАНАЛОМ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ВХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

На основі покординатного управління шліфувальними верстатами розроблена стратегія управління незалежними координатами в умовах неповної вхідної інформації.

На основе управления по отдельным координатам шлифовальными станками разработана стратегия управления независимыми координатами в условиях неполной входной информации.

On the basis of control on separate coordinates grinders develop the strategy of control in independent coordinates in conditions of a deficient input information.

Вступ. Процеси АШ твердих сплавів за своєю сутністю є безперервно-дискретними й у межах одного проходу шліфувального круга описуються безперервними функціями часу. Система покоординатного управління шліфувальними верстатами [1] побудовано на основі принципу безпосереднього цифрового управління. Методика аналізу системи [1,2] ґрунтується на поданні аналогових сигналів дискретними функціями часу. При цьому її ефективність визначається втратами інформації при дискретизації аналогових сигналів і з урахуванням того, що в продовженні інтервалу дискретизації шліфувальні верстати залишаються некеровані.

Постановка задачі. Виробниче середовище характеризується нестабільністю поводження, всі первинні перетворювачі системи мають свої пороги чутливості, а так само її окремі блоки піддаються дії випадкових перешкод. Зазначені проблеми вимагають розробки стратегії управління незалежними координатами шліфувального верстату в умовах неповної вхідної інформації. В основу її розробки покладаємо принцип мінімізації дисперсії вихідного сигналу замкненого каналу. При цьому полагаємо, що сам канал є стаціонарною лінійною динамічною системою з дискретним часовим запізнюванням порядку m. Зв'язок між входом і виходом такої системи встановлює кінцеворізницеве рівняння наступного вигляду

$$\begin{aligned} & y(t)+a_1^1 y(t-1)+\ldots+a_m^1 y(t-m)=b_0^1 u(t-k)+b_1^1 u(t-k-1)+ \\ & +\ldots+b_m^1 u(t-k-m). \end{aligned} \tag{1}$$

У цьому рівнянні для спрощення подальшого аналізу інтервал дискретизації приймемо рівним одиниці години. Уведемо оператор зрушення праворуч $\aleph$, ступеневі поліноми A_1 й B_1 такого вигляду

$$A_1(z)=z^m+a_1^1 z^{m-1}+\ldots+a_m^1,\ B_1(z)=b_0^1 z^m+b_1^1 z^{m-1}+\ldots+b_m^1. \tag{2}$$

Так саме введемо зворотні поліноми A_1^* й B_1^*. Тоді рівняння (1) приводитися до такого вигляду

$$y(t)=\frac{B_1^*\left(\aleph^{-1}\right)}{A_1^*\left(\aleph^{-1}\right)}u(t-k)=\frac{B_1(\aleph)}{A_1(\aleph)}u(t-k). \tag{3}$$

На шліфувальні верстати діють випадкові збурювання, які є стохастичними процесами. Тому що досліджувана система линійна, то застосуємо принцип суперпозиції. Отже, всі випадкові збурювання в системі можна подати одним, котрий діє на її виході. Тому робота замкненого каналу та його випадкових збурювань подаємо такою узагальненою математичною моделлю

$$y(t)=\frac{B_1^*\left(\aleph^{-1}\right)}{A_1^*\left(\aleph^{-1}\right)}u(t-k)+\xi(t). \tag{4}$$

Полагаємо, що випадкове збурювання $\xi(t)$ є стаціонарним гауссовим процесом із дрібно-раціональною спектральною щільністю. У цьому випадку випадковий вплив подаємо наступною математичною моделлю

$$\xi(t)=\lambda\frac{C_1^*\left(\aleph^{-1}\right)}{A_2^*\left(\aleph^{-1}\right)}e(t), \tag{5}$$

де $\{e(t), t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$ – послідовність однаково розподілених незалежних нормальних з параметрами $(0,1)$ випадкових змінних, C_1 й A_2 – поліноми.

З урахуванням останнього рівняння математична модель замкнутого каналу системи покоординатного управління шліфувальним верстатом з діючими на нього випадковими збурюваннями набуває такий вигляд

$$y(t) = \frac{B_1^*(\aleph^{-1})}{A_1^*(\aleph^{-1})} u(t-k) + \lambda \frac{C_1^*(\aleph^{-1})}{A_2^*(\aleph^{-1})} e(t). \tag{6}$$

Отримане рівняння є канонічним для систем із запізнюванням, що дорівнює цілому числу інтервалів дискретизації, в умовах дії стаціонарних збурювань із дрібно-раціональними спектральними щільностями. Поліноми $A_2(z)$ й $C_1(z)$ завжди можуть бути обрані так, що їхні нулі будуть лежати усередині або на границі одиничного кола. По рівнянню (6) складена блок-схема досліджуваної системи (рис.1).

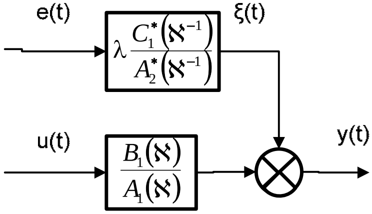

Рис. 1. Блок-схема досліджуваної системи

З метою спрощення наступного аналізу перепишемо рівняння (6) у такий спосіб

$$A^*(\aleph^{-1}) y(t) = B^*(\aleph^{-1}) u(t-k) + \lambda C^*(\aleph^{-1}) e(t), \tag{7}$$

де A, B, і C – ступеневі поліноми, які визначаються за допомогою таких рівностей $A = A_1 A_2$, $B = B_1 A_2$ і $C = C_1 A_2$. Покладемо

$$A(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n, \quad B(z) = b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \ldots + b_n,$$

$$C(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n. \tag{8}$$

Без втрати спільності можна припустити, що всі поліноми мають ступінь n, оскільки коефіцієнти при всіх вищих щаблях можна покласти рівними нулю. Полином $C(z)$ завжди можна вибрати таким, що його нулі будуть лежати усередині або на границі одиничного кола.

Для реалізації завдання управління каналами системи незалежними координатами шліфувальних верстатів в умовах неповної інформації виберемо критерій, по якому мінімізується дисперсія вихідного сигналі. При цьому полагаємо, що закон управління каналом повинний бути таким, щоб значення u у моменти часу t було функцією спостережуваних значень вихідної змінної до моменту часу *t* включно, тобто $y(t), y(t-1), y(t-2), \ldots$, і всіх попередніх сигналів управління $u(t-1), u(t-2), \ldots$.

Розробка математичної моделі. Для визначення стратегії управління незалежними координатами шліфувальних верстатів, що мінімізує дисперсію вихідних сигналів, розглянемо стан замкнених каналів у момент години *t*. Є результати вимірів каналом вихідного сигналу $y(t), y(t-1), y(t-2), \ldots$ й відомі всі попередні управляючі впливи $u(t-1), u(t-2), \ldots$. З аналізу рівняння (7) треба, що сигнал управління $u(t)$ впливав на вихідний сигнал $y(t+k)$ і не впливав на попередні значення цієї змінної. У зв'язку їз цим розглянемо таке співвідношення

$$y(t+k) = \frac{B^*\left(\aleph^{-1}\right)}{A^*\left(\aleph^{-1}\right)} u(t) + \lambda \frac{C^*\left(\aleph^{-1}\right)}{A^*\left(\aleph^{-1}\right)} e(t+k). \tag{9}$$

У цьому рівнянні останній член правої частини є функцією випадкових змінних

$$e(t+k), e(t+k-1), \ldots, e(t+1), e(t), e(t-1), \ldots$$

З рівняння (7) потрібно, щоб $e(t-1), \ldots$ були обчислені за результатами вимірів вихідної величини в момент часу *t*. Для цього перепишемо вираз (9), використовуючи таку рівність

$$C^*\left(\aleph^{-1}\right) = A^*\left(\aleph^{-1}\right) F^*\left(\aleph^{-1}\right) + \aleph^{-k} G^*\left(\aleph^{-1}\right), \tag{10}$$

де F й G – поліноми ступенів k-1 й n-1, обумовлені такими формулами

$$F^*(z) = 1 + f_1 z + \ldots + f_{k-1} z^{k-1},\ G^*(z) = g_0 + g_1 z + \ldots + g_{n-1} z^{n-1}. \tag{11}$$

Отже, на підставі рівнянь (9) і (10) маємо таке співвідношення

$$y(t+k) = \lambda F^*\left(\aleph^{-1}\right) e(t+k) + \frac{B^*\left(\aleph^{-1}\right)}{A^*\left(\aleph^{-1}\right)} u(t) + \lambda \frac{C^*\left(\aleph^{-1}\right)}{A^*\left(\aleph^{-1}\right)} e(t). \tag{12}$$

Розвязавши рівняння (9) відносно $\lambda e(t)$, маємо

$$\lambda e(t) = \frac{A^*\left(\aleph^{-1}\right)}{C^*\left(\aleph^{-1}\right)} y(t) - \frac{B^*\left(\aleph^{-1}\right)}{C^*\left(\aleph^{-1}\right)} \aleph^{-k} u(t). \tag{13}$$

За допомогою цього рівняння виключимо $e(t)$ з виразу (12). Після перетворень одержимо

$$\begin{gathered} y(t+k) = \lambda F^*\left(\aleph^{-1}\right) e(t+k) + \\ + \left[\frac{B^*\left(\aleph^{-1}\right)}{A^*\left(\aleph^{-1}\right)} - \aleph^{-k} \frac{B^*\left(\aleph^{-1}\right) G^*\left(\aleph^{-1}\right)}{A^*\left(\aleph^{-1}\right) C^*\left(\aleph^{-1}\right)} \right] u(t) + \frac{G^*\left(\aleph^{-1}\right)}{C^*\left(\aleph^{-1}\right)} y(t) \end{gathered}. \tag{14}$$

Використовуючи рівність (10) виконаємо перетворення іншого члена правої частини рівняння (14). У результаті маємо таке

$$y(t+k)=\lambda F^*(\aleph^{-1})e(t+k)+\frac{B^*(\aleph^{-1})F^*(\aleph^{-1})}{C^*(\aleph^{-1})}u(t)+\frac{G^*(\aleph^{-1})}{C^*(\aleph^{-1})}y(t). \quad (15)$$

Покладемо $u(t)$ – довільна функція $y(t),y(t-1),y(t-2),\ldots$ й $u(t-1),u(t-2),\ldots$. Тоді дисперсія вихідного сигналу замкненого каналу визначиться в такий спосіб

$$Ey^2(t+k)=E\left[\lambda F^*(\aleph^{-1})e(t+k)\right]^2+$$
$$+E\left[\frac{B^*(\aleph^{-1})F^*(\aleph^{-1})}{C^*(\aleph^{-1})}u(t)+\frac{G^*(\aleph^{-1})}{C^*(\aleph^{-1})}y(t)\right]^2. \quad (16)$$

У цьому виразі мішані добутки дорівнюють нулю, оскільки помилки $e(t+1),e(t+2),\ldots,e(t+k)$ не залежать від вихідних сигналів $y(t),y(t-1),y(t-2),\ldots$ і управляючих впливів на шліфувальні верстати $u(t-1),u(t-2),\ldots$. Отже, маємо таке рівняння

$$Ey^2(t+k)\geq\lambda^2\left[1+f_1^2+f_2^2+\ldots+f_{k-1}^2\right], \quad (17)$$

де рівність має місце за умови

$$G^*(\aleph^{-1})y(t)+B^*(\aleph^{-1})F^*(\aleph^{-1})u(t)=0. \quad (18)$$

Звідси, закон оптимального управління каналом, який мінімізує дисперсію вихідного сигналу, має такий вигляд

$$B^*(\aleph^{-1})F^*(\aleph^{-1})u(t)=-G^*(\aleph^{-1})y(t). \quad (19)$$

Помилка управління каналом, при наявності в його складі оптимального регулятора, дорівнює ковзній середньої порядку k

$$y(t)=\lambda F^*(\aleph^{-1})e(t)=\lambda\left[e(t)+f_1e(t-1)+\ldots+f_{k-1}e(t-k+1)\right]. \quad (20)$$

Член з рівняння (15)

$$\frac{B^*(\aleph^{-1})F^*(\aleph^{-1})}{C^*(\aleph^{-1})}u(t)+\frac{G^*(\aleph^{-1})}{C^*(\aleph^{-1})}y(t)$$

можна інтерпретувати як *k-кроковий* упредитель для вихідного сигналу каналу $y(t+k)$. Цей упредитель заснувано на вимірах каналом вихідного сигналу $y(t),y(t-1),\ldots$. Помилка каналу у цьому випадку дорівнює похибці *k-крокового* попередження. Таким чином, закон оптимального управління, що мінімізує дисперсію вихідного сигналу каналу, випливає з наявності *k-крокового* упредителя й наступного вибору управляючої змінної, таким чином, щоб передвіщена вихідна змінна збіглася з бажаної. Отже, завдання управління замкненим каналом в умовах неповної інформації розпадаються на два: синтези упредителя й організація управління.

Помилка управління каналом при використанні стратегії, яка мінімізує дисперсію вихідного сигналу, дорівнює ковзній середньої порядку *k*. Тому коваріаційна функція помилки управління каналом буде дорівнювати нулю для значень аргументу, більших ніж *k*. Це значення зручно для використання при практичній перевірці системи в дії. Полюса замкненого каналу дорівнюють нулям полінома $C^*(z)$. Відомо також, що оптимальні закони управління при деяких умовах чутливі до змін їхніх параметрів. Для досліджень цього питання представимо рівняння (7) у такому вигляді

$$A^0(\aleph)y(t) = B^0(\aleph)u(t-k) + \lambda^0 C^0(\aleph)e(t)\,. \tag{21}$$

Закон управління визначається у відповідності до припущення, що математична модель замкненого каналу має такий вигляд

$$A(\aleph)y(t) = B(\aleph)u(t-k) + \lambda C(\aleph)e(t)\,. \tag{22}$$

У цьому рівнянні коефіцієнти статечних поліномів A, B, C небагато відрізняються від аналогічних коефіцієнтів у поліномах A^0, B^0, C^0. Вирази (21) і (22) мають такий самий порядок *n*. Стратегія управління, що мінімізує дисперсію вихідного сигналу замкненого каналу, для математичної моделі (22) задається наступним виразом

$$u(t) = -\frac{G^*\left(\aleph^{-1}\right)}{B^*\left(\aleph^{-1}\right)F^*\left(\aleph^{-1}\right)}y(t) = -\frac{\aleph^k G(\aleph)}{B(\aleph)F(\aleph)}y(t)\,, \tag{23}$$

де F й G - поліноми відповідно ступенів *k*-1 й *n*-1.

Дослідим процес управління замкненим каналом, що описується математичною моделлю (21), за законом (23). Після підстановки виразу (23) у рівняння (21), маємо

$$\left[A^0(\aleph) + \frac{B^0(\aleph)G(\aleph)}{B(\aleph)F(\aleph)}\right]y(t) = \lambda^0 C^0(\aleph)e(t)\,. \tag{24}$$

Застосувавши оператор $\aleph^{n+k-1}$ до рівності (10) і використовуючи визначення зворотного полінома, після перетворень знаходимо

$$\aleph^{k-1}C(\aleph) = A(\aleph)F(\aleph) + G(\aleph)\,. \tag{25}$$

Рівняння (24) і (25) разом дають

$$\begin{aligned}&\left\{\aleph^{k-1}B^0(\aleph)C(\aleph) + \left[A^0(\aleph)B(\aleph) - A(\aleph)B^0(\aleph)\right]F(\aleph)\right\}y(t) = \\ &= \lambda^0 B(\aleph)C^0(\aleph)F(\aleph)e(t)\end{aligned} \tag{26}$$

Звідси, характеристичне рівняння замкненого каналу має такий вигляд

$$z^{k-1}B^0(z)C(z) + \left[A^0(z)B(z) - A(z)B^0(z)\right]F(z) = 0\,. \tag{27}$$

Висновок. При $A = A^0, B = B^0, C = C^0$ характеристичний поліном виявляється рівним $z^{k-1}B^0(z)C^0(z)$. Таким чином, для невеликих змін параметрів процесу АШ коливання моделі замкнутого каналу (26) близькі до коливань, які відповідають $z^{k-1}B^0(z)C^0(z)$, тобто *k*-1 коливанням для полюсів на начало координат й *n* коливанням для полюсів у нулях полінома B^0. Окрім того, для випадку коли розрахункові параметри замкнутого каналу дорівнюють їхнім поточним значенням, ліву й праву частини рівняння (26) можна скоротити на коефіцієнт B^0C^0. Звідси, треба, що при $A = A^0, B = B^0, C = C^0$, коливання, які відповідають B^0C^0, не пов'язані із вхідним сигналом. Так саме за тих умов відповідні змінні стани замкненого каналу некеровані по вхідний змінній. Таким чином, якщо закон управління каналом визначається виходячи з довільної математичної моделі, ті вхідний сигнал буде збуджувати в ньому всі коливання, які відповідають корінням характеристичного рівняння (27). При цьому стійкість цих коливань не має особливого значення.

Однак, якщо деякі генерируєми вхідним сигналом коливання нестійкі, те можна одержувати нескінченно більші помилки каналів. Це відбувається в тому випадку, якщо поліном B^0C^0 має нулі поза або на границі одиничного кола. З теорем подання для стаціонарних випадкових процесів потрібно, щоб поліном C^0 завжди можна вибрати й щоб його нулі лежать усередині або на границі одиничного кола. Таким чином, для полінома C^0 єдиний критичний випадок можливий тоді, коли він має нулі на одиничній окружності. Полином B^0 буде мати нулі поза одиничним колом, якщо замкнений канал не є мінімально-фазовими. Отже, коли динамічна система не є мінімально-фазовою або чисельник спектральної щільності збурювання має нулі на одиничній окружності, стратегія управління замкненим каналом, буде надзвичайно чутлива до змін параметрів вихідної моделі. У цій ситуації практично важливо знайти закон управління, який не чутливий до змін параметрів моделі каналу й дає значення дисперсії вихідного сигналу досить близьке до мінімального.

Список літератури: **1.** *Еникеев А.Ф.* Оптимальное управление технологическим процессом алмазного шлифования. – Краматорск: ДГМА, 2001. – 160 с. **2.** *Романенко В.Д., Игнатенко Б.В.* Адаптивное управление технологическими процессами на базе микроЭВМ: Учебное пособие. – К.: Вища шк., 1990. – 334 с.

Поступила в редколлегию 16.04.2010