

**Ю.Г. ГУЦАЛЕНКО**, ст. научн. сотрудник, НТУ "ХПИ", Харьков;  
**Ф.В. НОВИКОВ**, д-р техн. наук, проф., ХНЭУ, Харьков;  
**В.И. ПОЛЯНСКИЙ**, директор, ООО "Империя металлов", Харьков

## **РАСЧЕТЫ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ**

С применением методов теории упругости произведен расчет и обоснованы условия уменьшения термоупругих напряжений, возникающих в отрезном алмазном круге, а также в поверхностном слое обрабатываемой детали при резании и шлифовании

Із застосуванням методів теорії пружності виконано розрахунок і обґрунтовані умови зменшення термопружного напруження, що виникає у відрізаному алмазному крузі, а також у поверхневому шарі оброблюваної деталі при різанні та шліфуванні

Using the methods of elasticity theory is used to calculate and justify the conditions to reduce thermoelastic stresses arising in the cutting diamond disc, and also in the surface layer of the workpiece during cutting and grinding

**Введение и постановка задачи.** Выделяющееся в процессе механической обработки тепло идет на нагревание обрабатываемой детали, инструмента, элементов станка, что вызывает их деформирование и снижение точности и качества обработки. Для управления температурными деформациями элементов технологической системы необходимо знать законы изменения термоупругих напряжений. Рассчитать их в телах сложной формы с помощью элементарных методов фактически невозможно. Поэтому необходимо применять методы теории упругости, позволяющие описать поля напряжений в двух- и трехмерных системах координат [1, 2]. Целью работы является теоретическое обоснование условий уменьшения термоупругих напряжений в отрезном алмазном круге и в поверхностном слое обрабатываемой детали при резании и шлифовании.

**Материалы и результаты исследований.** Нагрев отрезного алмазного круга вызывает появление в нем термоупругих напряжений и деформаций. Деформация круга увеличивает силы резания и вызывает заклинивание и разрушение круга. Для управления процессом обработки важно знать количественный уровень возникающих термоупругих напряжений и возможности их уменьшения. Исходя из теории упругости [3], радиальные  $\sigma_r$  и тангенциальные  $\sigma_\varphi$  напряжения удовлетворяют условию равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0. \quad (1)$$

Касательные напряжения  $\tau_{r\varphi}$  равны нулю ввиду симметрии поля деформаций (рис. 1). Для решения уравнения (1) примем соотношения между радиальной  $\varepsilon_r$  и тангенциальной  $\varepsilon_\varphi$  деформациями и напряжениями в виде

$$\varepsilon_r - \alpha \cdot \theta = \frac{1}{E} \cdot \sigma_r - \nu \cdot \sigma_\varphi ; \quad \varepsilon_\varphi - \alpha \cdot \theta = \frac{1}{E} \cdot \sigma_\varphi - \nu \cdot \sigma_r , \quad (2)$$

где  $E$  – модуль упругости;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\alpha$  – коэффициент теплового расширения материала;  $\theta$  – температура тела.

Подставляя (2) в уравнение (1), с учетом  $\varepsilon_r = dU/dr$ ,  $\varepsilon_\varphi = U/r$  (где  $U$  – радиальное перемещение), получим

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{d r \cdot U}{dr} \right] = 1 + \nu \cdot \alpha \cdot \frac{d\theta}{dr} . \quad (3)$$

Решение дифференциального уравнения (3):

$$U = 1 + \nu \cdot \frac{\alpha \cdot \theta}{2r} \cdot r^2 - a^2 + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r} . \quad (4)$$

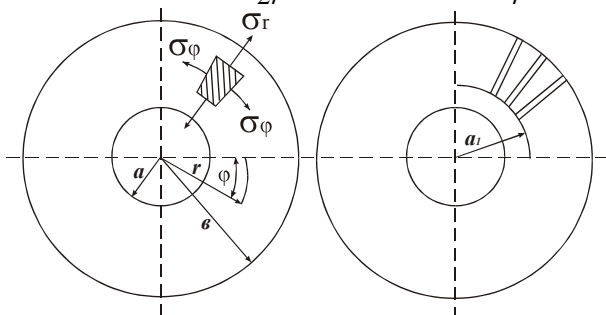


Рисунок 1 – Расчетная схема термоупругих напряжений в диске круга

Подчиняя (4) граничным условиям  $U \Big|_{r=a} = U \Big|_{r=b} = 0$ ,

определяются постоянные  $C_1$  и  $C_2$ . В табл. 1 приведены расчетные значения  $U$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\varphi$  для исходных данных:  $a=12$  мм,  $b=120$  мм,  $\nu=0,3$  (сталь),  $E=2,1 \times 10^4$  кГс/мм<sup>2</sup>,  $\alpha=0,12 \times 10^{-4}$  град<sup>-1</sup>,  $\theta=1000^\circ\text{C}$ .

Таблица 1 – Расчетные значения параметров  $U$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\varphi$

$r$ , мм	12	50	100	120
$U$ , мм	0	0	0	0
$\sigma_r$ , кГс/мм <sup>2</sup>	-360	-360	-360	-360
$\sigma_\varphi$ , кГс/мм <sup>2</sup>	-360	-360	-360	-360

Как видно, перемещение  $U$  во всех точках отрезного круга равно нулю, т.е. контуры круга жестко защемлены. Напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  – сжимающие, равны между собой во всех точках диска (отрезного круга) и принимают значения, превышающие предельно допустимые напряжения. Высокий уровень напряжения указывает на то, что диск будет деформироваться в поперечном

направлении, принимая самые разнообразные формы. На практике, как правило, наблюдается деформирование диска круга в форме волны вдоль его рабочей поверхности. Как отмечалось выше, это приводит к снижению качества обработки и работоспособности круга. Отрезные круги с прерывистой рабочей поверхностью (с радиальными пазами) работают более стабильно и со значительно меньшими деформациями в поперечном направлении. Для оценки степени уменьшения напряжения в диске за счет наличия радиальных пазов, уравнение (1) решим при условии, что  $\sigma_\varphi$  не зависит от угла  $\varphi$  в диске (рис. 1):

$$U = \int_0^r \alpha \cdot \theta \cdot dr + C_3 \cdot \ln r + C_4 ; \quad \sigma_r = E \cdot \frac{C_3}{r}. \quad (5)$$

Данное решение справедливо при условии  $a_1 < r < b$ . При условии  $b < r < a_1$  справедливо предыдущее решение (4). Для определения постоянных  $C_1, C_2, C_3, C_4$  используем два граничных условия:  $U_1 \Big|_{r=a} = 0$ ;  $U_2 \Big|_{r=b} = 0$  (где  $U_1$  и  $U_2$  – значения  $U$  для сплошного и прерывистого отрезных кругов) и два условия совместности для  $r = a_1$ :  $U_1 \Big|_{r=a_1} = U_2 \Big|_{r=a_1}$ ;  $\sigma_{r1} \Big|_{r=a_1} = \sigma_{r2} \Big|_{r=a_1}$ .

Таблица 2 – Расчетные значения параметров  $\sigma_r, \sigma_\varphi$

$r, \text{мм}$	12	20	120
$\sigma_r, \text{кГс/мм}^2$	-725	-640	-107
$\sigma_\varphi, \text{кГс/мм}^2$	-470	0	0

В табл. 2 приведены значения напряжений  $\sigma_r, \sigma_\varphi$  в отрезном круге с параметрами  $a = 12 \text{ мм}$ ,  $b = 120 \text{ мм}$  для случая  $r = a_1 = 20 \text{ мм}$ . Напряжение  $\sigma_r$  увеличивается по мере уменьшения радиуса  $r$ . На внешнем контуре прерывистого отрезного круга напряжение  $\sigma_r = -170 \text{ кГс/мм}^2$ , а в диске без продольных пазов  $\sigma_r = -360 \text{ кГс/мм}^2$ . Таким образом показано, что наличие пазов позволяет уменьшить напряжения в отрезном круге в области его рабочей зоны. Это уменьшает поперечные деформации круга, исключая заклинивание его в процессе работы круга. Однако следует отметить, что наличие радиальных пазов не устраняет напряжения, а перераспределяет их в пределах контура круга. Увеличение напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  до  $(-725 \text{ кГс/мм}^2)$  и  $(-470 \text{ кГс/мм}^2)$  соответственно так же нежелательно, поскольку может вызвать в процессе работы разрыв круга.

Таблица 3 – Расчетные значения параметров  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\phi$

$r$ , мм	12	40	120
$\sigma_r$ , кгс/мм <sup>2</sup>	-460	-425	-142
$\sigma_\phi$ , кгс/мм <sup>2</sup>	-393	0	0

Таблица 4 – Расчетные значения параметра  $\sigma_r$

$r$ , мм	12	100	120
$\sigma_r$ , кгс/мм <sup>2</sup>	-188	-247	-206

В табл. 3 приведены значения напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\phi$  в отрезном круге с параметрами  $a = 12$  мм,  $a_1 = 40$  мм,  $b = 120$  мм. С уменьшением длины радиальных пазов на прерывистом круге напряжение  $\sigma_r$  на внешнем контуре увеличивается, а на внутреннем – уменьшается. Уменьшается так же значение  $\sigma_\phi$ . В табл. 4 приведены значения напряжений в прерывистом круге с параметрами  $a = 12$  мм,  $a_1 = 100$  мм,  $b = 120$  мм.

С уменьшением длины радиальных пазов напряжение  $\sigma_r$  на внешнем контуре круга увеличивается, а на внутреннем – уменьшается. Следовательно, оптимизация конструкции прерывистых отрезных кругов создает условие для рационального использования кругов. Уменьшение температуры в зоне резания способствует снижению общего уровня напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\phi$ . Приведенные решения использованы для совершенствования технологии изготовления алмазных отрезных кругов. При спекании алмазного слоя в условиях высоких температур и давлений возникает коробление круга, которое, как правило, не исправляется при правке. Наличие продольных пазов на круге позволяет управлять короблением круга в процессе термообработки его алмазного слоя на стадии изготовления.

Применим приведенное выше решение для расчета термоупругих напряжений в поверхностном слое обрабатываемого материала. Для этого условно разобьем рассмотренный диск с внутренним отверстием на две одинаковые части. Будем считать, что диаметральной плоскостью определяет обрабатываемую поверхность детали, в центре которой действует тепловой источник длиной, равной диаметру внутреннего отверстия. Примем в первом приближении, что тепловой источник действует по контуру внутреннего отверстия, а распределение напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\phi$  симметрично. Наружный радиус будем считать границей обрабатываемого материала, где температура равна нулю. Рассмотрим плоское напряженное состояние тела с учетом температурных деформаций. Если через  $\varepsilon_r$  обозначить полную радиальную деформацию, а через  $(\varepsilon_r - \alpha \cdot \theta)$  – ее составляющую, обусловленную действием напряжения, то закон Гука [3] выразится зависимостями (2).

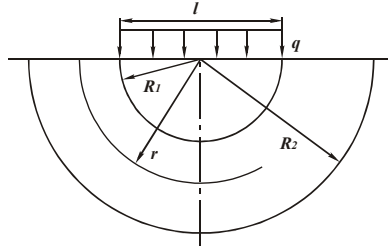


Рисунок 2 – Расчетная схема деформаций от нагрузки  $q$ .

Принимая для упрощения расчетов  $\sigma_\varphi = 0$ , уравнение (1) опишется

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1+\nu}{r} \cdot \frac{dU}{dr} = 1+\nu \cdot \alpha \cdot \left[ \frac{d\theta}{dr} + \frac{\theta}{r} \right]. \quad (6)$$

Решение дифференциального уравнения (6):

$$U = \alpha \cdot \theta \cdot r - \frac{C_1}{\nu \cdot r^\nu} + C_2; \quad \sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{\nu \cdot C_2}{r}. \quad (7)$$

Подчиняя решение граничным условиям:  $U \Big|_{r=R_1} = 0$ ,  $U \Big|_{r=R_2} = 0$  (рис. 2), получено

$$\sigma_r = - \frac{E \cdot \alpha \cdot \nu \cdot \theta \cdot R_1}{1-\nu^2 \cdot r} \cdot \left[ \frac{\left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]. \quad (8)$$

При условии  $R_2 \gg R_1$ , имеем

$$\sigma_r = - \frac{E \cdot \alpha \cdot \nu \cdot \theta \cdot R_2}{1-\nu^2 \cdot r}. \quad (9)$$

Из зависимости (9) следует увеличение  $\sigma_r$  с увеличением параметров  $E$ ,  $\alpha$ ,  $\nu$ ,  $\theta$  и  $R_2$  /г. При условии  $\sigma_r = \sigma_{сж}$  возможно разрушение материала в точках полуокружности диаметром  $D = l$  (где  $\sigma_{сж}$  – предел прочности на сжатие обрабатываемого материала). Исходя из зависимости (8), определяется предельная температура  $\theta$  при  $R_1 = r$  (знак “минус” опускаем) с учетом  $R_2 \gg R_1$ :

$$\theta = \frac{1-\nu^2 \cdot \sigma_{сж}}{E \cdot \nu \cdot \alpha} \cdot \frac{R_1}{R_2}. \quad (10)$$

Температура  $\theta$  тем больше, чем меньше  $R_2$  и больше  $R_1$ . Отношение  $\sigma_{сж}/E$  определяет упругую деформацию материала  $\varepsilon_{уп}$ . Следовательно, чем

больше  $\varepsilon_{yпр}$ , тем больше должна быть температура  $\theta$ , обеспечивающая выполнение условия  $\sigma_r = \sigma_{сж}$ . Исходя из этого, хрупкие материалы, характеризующиеся меньшими значениями  $\varepsilon_{yпр}$ , в большей степени подвержены разрушению от действия термоупругих напряжений. Например, значение  $\varepsilon_{yпр} = \sigma_{сж}/E$  для алмаза равно 0,002; для твердых сплавов – 0,009; для быстрорежущих сталей – 0,016.

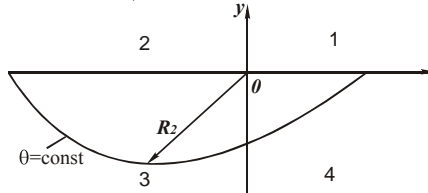


Рисунок 3 – Положение изотермы в обрабатываемом материале

Применительно к процессу резания (рис. 3), напряжения  $\sigma_r$ , возникающие в точках полуокружности диаметром  $D = 1$  (1 четверть), определяются суммой напряжений, вызванных силовым и тепловым фактором (при  $R1 = r$ ):

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} = -\frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta}{1 - \nu^2} \cdot \left[ \frac{\left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]. \quad (11)$$

При условии  $\sigma_r = \sigma_{сж}$  с учетом  $R2 \gg R1$  справедливо равенство

$$\sigma_{сж} = -\frac{2 \cdot q}{\pi} - \frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta \cdot R_2}{1 - \nu^2 \cdot R_1}. \quad (12)$$

С учетом  $q = P/l = P/2R_1$ , имеем

$$\sigma_{сж} = \frac{1}{R_1} \cdot \left[ \frac{P}{\pi} + \frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta \cdot R_2}{1 - \nu^2} \right]. \quad (13)$$

Чем больше параметры  $\theta$  и  $R2$ , тем меньше сила  $P$ , обеспечивающая разрушение материала. Термоупругое напряжение  $\sigma_r$ , определяемое (9), зависит от  $R2$ . Принципиально температурное поле (положение изотермы  $\theta = \text{const}$ ) при резании имеет вид, показанный на рис. 3. Следовательно, в 3 четверти параметр  $R2$  существенно больше, чем в 4 четверти. Это предопределяет более высокие значения  $\sigma_r$  в 3 четверти и условия разрушения поверхностных слоев материала. Уменьшить  $\sigma_r$  в 3 четверти,

согласно (9), можно уменьшением параметров  $\theta$  и  $R_2$ , в том числе путем применения охлаждающей жидкости.

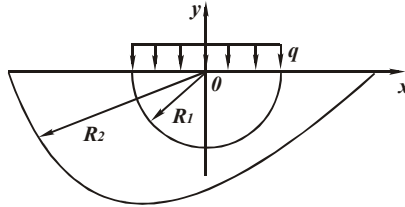


Рисунок 4 – Расчетная схема термоупругих напряжений при шлифовании

При шлифовании (рис. 4) термоупругое напряжение, описываемое зависимостью (9), при условии  $r = R_1$  выразится

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta \cdot R_2}{1 - \nu^2 \cdot R_1} \quad (14)$$

Чем больше  $R_2 / R_1$ , тем больше  $\sigma_r$ . Очевидно, в 3 четверти напряжение  $\sigma_r$  больше, чем в 4 четверти, т.к. температурное поле охватывает большую область. Наибольшее значение  $R_2$  достигается на поверхности обработанного материала, что может стать причиной разрушения поверхностных слоев материала.

Длина контакта круга с обрабатываемым материалом равна  $2 \cdot R_1$ . Поэтому  $\sigma_r$  зависит от отношения толщины прогретого слоя материала  $R_2$  и длины контакта круга с материалом  $2 \cdot R_1$ . Очевидно, при глубинном шлифовании параметры  $R_2$  и  $R_1$  больше, чем при обычном многопроходном шлифовании. Однако, из этого еще не следует увеличение  $\sigma_r$  при глубинном шлифовании, т.к. отношение  $R_2 / R_1$  и средняя температура  $\theta$  в диапазоне  $R_1 \dots R_2$  могут быть меньше, чем при многопроходном шлифовании. Этим, в частности можно объяснить повышение качества обработки при глубинном шлифовании [4]. При условии  $\sigma_r = \sigma_{сж}$  приходим к зависимости (10). С учетом  $\varepsilon_{ymp} = \sigma_{сж} / E$  она принимает вид

$$\theta = \frac{1 - \nu^2 \cdot \varepsilon_{ymp}}{\nu \cdot \alpha} \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad (15)$$

Температура  $\theta$  уменьшается с уменьшением  $\varepsilon_{ymp}$ . Это требует значительного снижения температуры при шлифовании таких материалов как, например, твердые сплавы, алмазы и т.д., характеризующиеся относительно небольшими значениями  $\varepsilon_{ymp}$  [5]. Эффективно увеличение соотношения  $R_1 / R_2$  (при  $\theta = \text{const}$ ).

Определим напряженно – деформированное состояние поверхностного слоя обрабатываемой детали при изменении температуры по закону  $\theta = A/r^n$ , где А, n – некоторые постоянные.

Решая дифференциальное уравнение (6), имеем

$$U = \frac{\alpha \cdot 1 + \nu \cdot A}{1 + \nu - n} \cdot r^{1-n} - \frac{C_1}{\nu} \cdot r^{-\nu} + C_2 \quad (16)$$

Постоянные C1 и C2 определяются из граничных условий  $U(r=R_1) = U(r=R_2) = 0$ .

При условии n = 0 приходим к решению (11).

При условии n = 1, имеем

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \alpha \cdot A}{1 - \nu \cdot r} = -\frac{E \cdot \alpha \cdot \theta}{1 - \nu} \quad (17)$$

Напряжение  $\sigma_r$  изменяется по закону  $\theta \cdot r$ . Уменьшить  $\sigma_r$  можно лишь уменьшением  $\theta \cdot r$ .

Максимальное значение  $\sigma_r = \sigma_{сж}$  достигается при  $r = R1$

$$\sigma_{сж} = -\frac{E \cdot \alpha \cdot A}{1 - \nu \cdot R_1} \quad (18)$$

откуда параметр А, пропорциональный температуре  $\theta$ , равен

$$A = -\frac{1 - \nu \cdot \sigma_{сж} \cdot R_1}{E \cdot \alpha} \quad (19)$$

Параметр А тем больше, чем больше длина контакта обрабатываемого материала с передней поверхностью резца  $2 \cdot R1$ . Следовательно, увеличение  $2 \cdot R1$  предполагает увеличение параметра А (или  $\theta$ ) для выполнения условия  $\sigma_r = \sigma_{сж}$ . В зависимости (18) параметр R2 отсутствует. Максимальное значение  $\sigma_r$  зависит лишь от R1, т.е. механизмы формирования термоупругих напряжений при n = 0 и n = 1 различны.

**Список литературы:** 1. Теплофизика механической обработки: учеб. пособие / А.В. Якимов, П.Т. Слободяник, А.В. Усов. – К.: Одесса: Лыбидь, 1991. – 240 с. 2. Резников А.Н. Теплофизика резания / А.Н. Резников. – М.: Машиностроение, 1969. – 287 с. 3. Тимошенко С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 576 с. 4. Оптимизация технологии глубинного шлифования / С.С. Силлин, Б.Н. Леонов, В.А. Хрульков и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 120 с. 5. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 10. "Концепции развития технологии машиностроения" – Одесса: ОНПУ, 2005. – 565 с.

Поступила в редколлегию 15.09.2010