and Productivity Growth / J. D. Adams // Journal of Political Economy. – 1990. – № 98 (4). – С. 673 - 702. **3**. *Mansfield E*. Academic Research and Industrial Innovation: An Update of Empirical Findings / E. Mansfield // Research Policy. – 1998. – № 26 (7 - 8). – С. 773 - 776. **4**. World Intellectual Property Report: The Changing Face of Innovation [Електронний ресурс] / WIPO Economics & Statistics Series. – Режим доступу: http://www.wipo.int/freepublications/en/intproperty/944/wipo_pub_944_2011.pdf **5**. Наукова та інноваційна діяльність в Україні: [стат. збірник / відп. за випуск І. В. Калачова]. – К.: ДП «Інформаційно-видавничий центр Держстату України», 2012. – 305 с. **6**. Main Science and Technology Indicators [Електронний ресурс] / OECD Directorate for Science, Technology and Industry. – Режим доступу: http://www.oecd.org/sti/msti.htm **7**. PCT Yearly Review 2012 [Електронний ресурс] / WIPO Economics & Statistics Series. – Режим доступу: http://www.wipo.int/freepublications/en/patents/901/wipo_pub_901_2012.pdf

Надійшла до редакції 7.04.2013

УДК 658: 001.895

Роль університетів в інноваційному розвитку та трансфері технологій/ О.О. Гераськова, С. В. Войтко//Вісник НТУ „ХПІ”. Серія: Технічний прогрес і ефективність виробництва. – Х.: НТУ „ХПІ”. - 2013. - №45(1018) - С. 14-22. Бібліогр.: 7 назв.

Рассмотрены основные тенденции, характерные для инновационной деятельности высших учебных заведений. Определены основные направления влияния на промышленность трансфера знаний из университетов. Проанализирована динамика таких ключевых показателей, как инвестиции в НИОКР, патентирование, лицензирование и университетский трансфер технологий в избранных странах

Ключевые слова: трансфер технологий, университеты, инновации, анализ, патентирование и лицензирование.

The main tendencies, which are characteristic for the innovation activity at the higher educational institutions, are investigated in the article. The main directions of the impact of the transfer of knowledge from the universities on the industry are defined. The dynamics of such key indicators like investment in R&D, patenting, licensing and university transfer of knowledge in selected countries are analyzed.

Key words: transfer of technology, universities, innovations, analysis, patenting and licensing.

УДК 519.8

В. М. ГОРБАЧУК, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співр., Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, Київ

ГАЛУЗЕВЕ ПРОГРАМУВАННЯ З ЕНДОГЕННИМИ ЦІНАМИ

Розвивається підхід математичного програмування для моделі часткової рівноваги галузі, що складається з усіх виробників даних продуктів. Лінійним функціям попиту і пропозиції відповідає агрегована задача квадратичного програмування.

Ключові слова: рівновага, ціна, попит, агрегація, математичне програмування.

Постановка проблеми полягає в моделюванні впливу нових стратегій на випуск і ціну галузі [1, 2]. Розв'язання цієї актуальної проблеми ґрунтується на мікроекономічних, макроекономічних і маркетингових методах [1, 3–5], де корисним засобом виявилося математичне програмування [6].

Аналіз останніх досліджень оснований на широкому використанні великомасштабних моделей лінійного програмування з екзогенними цінами для моделювання впливу фермерських програм на сільськогосподарську галузь [7]. Ці великомасштабні моделі лінійного програмування включали обмежувальне припущення фіксованих ринкових обсягів або цін [7, p. 420], нехтуючи таким чином взаємозв'язки агрегованих ціни й обсягу. Галузевий аналіз, який визнає взаємозв'язок ціни й обсягу, можна розглядати як задачі просторової та/або міжчасової рівноваги. Нобелівський лауреат 1970 р. Самуельсон показав, що задачу часткової рівноваги в межах просторово відокремлених ринків можна звести до задачі математичного програмування [8]. Використовуючи залежні від цін функції попиту і пропозиції, постановка [8] була узагальнена так, що просторова структура цін, активних виробничих факторів, споживання визначалася через квадратичне програмування [9, 10].

Постановки квадратичного програмування стали поширеними [11, 12]. Використовуючи сепарабельне програмування, квадратичну цільову функцію можна наближувати лінійною так, щоб користуватися симплекс-методом [13] і значно розширювати вимірність і сферу застосування задач рівноваги.

Ціль роботи – сформулювати галузеву модель як задачу квадратичного програмування. Галузева модель математичного програмування типово містить діяльності, які представляють виробництво і споживання. Спочатку обговоримо поведінку окремого виробника, потім – процедуру агрегування окремих виробників і поведінкові характеристики агрегованого виробництва.

Основні результати полягають у дослідженні дій економічних утворень, які становлять дану галузь. В економічному аналізі зазвичай вважається, що галузь складається з великої кількості учасників, кожний з яких прагне оптимізувати деяку цільову функцію. Вважатимемо, що виробники і споживачі діють на конкурентних ринках як факторів, так і продуктів виробництва. Виробники випускають деякий обсяг однорідного продукту і конкурують за одні й ті самі фактори виробництва. Нехай кожний виробник має скінченну множину виробничих процесів, кожний з яких представляє певний спосіб поєднання не більше n власних факторів і не більше m куплених факторів, щоб виробити одиницю продукції. Кожний виробничий процес вважається технічно ефективним. Припускається, що виробник максимізує прибуток шляхом вибору цих виробничих процесів.

Допускаючи постійну віддачу від масштабу, виробник обирає рівень $X_{ik} \geq 0$ використання кожного купленого фактора $i = 1,\dots,m$ у кожному виробничому процесі $k = 1,\dots,p$ так, щоб максимізувати функцію прибутку

$$\Pi = \sum_{k=1}^{p}\left(\sum_{h=1}^{S} P_h Z_{hk} - \sum_{i=1}^{m} r_i X_{ik}\right), \quad (1)$$

де: P_h – ринкова ціна на одиницю випуску (продукту) $h = 1,\dots,S$; $0 \leq Z_{hk}$ – обсяг виробленого продукту h у виробничому процесі k; r_i – ринкова ціна на одиницю купленого фактора i [14, 15].

Для кожного купленого фактора $i=1,\ldots,m$ у кожному виробничому процесі $k=1,\ldots,p$ має місце обмеження

$$X_{ik}=a_{ik}q_k\,, \tag{2}$$

де: $0\le q_k$ – рівень виробничого процесу k; a_{ik} – обсяг купленого фактора i, потрібного одиниці виробничого процесу k.

Для кожного власного фактора $j=1,\ldots,n$ у кожному виробничому процесі $k=1,\ldots,p$ має місце обмеження

$$Y_{jk}=b_{jk}q_k\,, \tag{3}$$

де: $0\le Y_{jk}$ – рівень використання власного фактора j у виробничому процесі k; b_{jk} – обсяг власного фактора j, потрібного одиниці виробничого процесу k. Для кожного продукту $h=1,\ldots,S$ у кожному виробничому процесі $k=1,\ldots,p$ виконується умова

$$Z_{hk}=c_{hk}q_k\,, \tag{4}$$

де c_{hk} – обсяг виробленого продукту h за одиницю виробничого процесу k. Якщо Y_j – обсяг наявного у виробника власного фактора j, то має місце

$$\sum_{k=1}^{p}Y_{jk}\le Y_j\,. \tag{5}$$

Отже, виробник максимізує функцію свого прибутку (1), обираючи значення $q_k\ge 0$, $X_{ik}\ge 0$, $Y_{jk}\ge 0$, $Z_{hk}\ge 0$ при обмеженнях (2)–(5) і заданих параметрах a_{ik}, b_{jk}, c_{hk}, Y_j, а також цінах P_h, r_i. Випишемо функцію Лагранжа для задачі лінійного програмування (1)–(5) [16]:

$$L=\Pi+\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\left(Y_j-\sum_{k=1}^{p}Y_{jk}\right)+\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}\nu_{ik}(X_{ik}-a_{ik}q_k)+ +\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p}\omega_{jk}(Y_{jk}-b_{jk}q_k)+\sum_{h=1}^{S}\sum_{k=1}^{p}\sigma_{hk}(c_{hk}q_k-Z_{hk})$$

Тоді умови Куна – Такера дають необхідні і достатні умови, що точка q_k^*, X_{ik}^*, Y_{jk}^*, Z_{hk}^*, λ_j^*, ν_{ik}^*, ω_{jk}^*, σ_{hk}^* є розв’язком даної задачі максимізації:

$$-\sum_{i=1}^{m}\nu_{ik}^*a_{ik}-\sum_{j=1}^{n}\omega_{jk}^*b_{jk}+\sum_{h=1}^{S}\sigma_{hk}^*c_{hk}=\frac{\partial L}{\partial q_k}=\begin{cases}0, q_k>0\\ \le 0, q_k=0\end{cases}, \tag{6}$$

$$-r_i+\nu_{ik}^*=\frac{\partial L}{\partial X_{ik}}=\begin{cases}0, X_{ik}>0\\ \le 0, X_{ik}=0\end{cases}, \tag{7}$$

$$-\lambda_j^*+\omega_{jk}^*=\frac{\partial L}{\partial Y_{jk}}=\begin{cases}0, Y_{jk}>0\\ \le 0, Y_{jk}=0\end{cases}, \tag{8}$$

$$P_h-\sigma_{hk}^*=\frac{\partial L}{\partial Z_{hk}}=\begin{cases}0, Z_{hk}>0\\ \le 0, Z_{hk}=0\end{cases}; \tag{9}$$

цей розв’язок також задовольняє всім обмеженням, зокрема обмеженням (2)–(5), та умовам доповнюючої нежорсткості, а всі тіньові ціни невід’ємні:

$$\lambda_j^*\ge 0\,,\ \nu_{ik}^*\ge 0\,,\ \omega_{jk}^*\ge 0\,,\ \sigma_{hk}^*\ge 0\,. \tag{10}$$

Якщо $Z^*_{hk} > 0$ (продукт h виробляється виробничим процесом k), то умова (9) задовольняється як рівність $P_h = \sigma^*_{hk}$, звідки в силу умови (6) маємо

$$\sum_{i=1}^{m} \nu^*_{ik} a_{ik} + \sum_{j=1}^{n} \omega^*_{jk} b_{jk} \geq \sum_{h=1}^{S} P_h c_{hk} . \quad (11)$$

Права частина нерівності (11) – це сумарний доход виробника від одиниці виробничого процесу k, який дає продукти $h = 1,\ldots,S$. Оскільки в лівій частині нерівності (11) множники Лагранжа ν^*_{ik} і ω^*_{jk} представляють умовно нараховані (imputed) ціни (цінності) відповідно куплених і власних факторів виробничого процесу k, то ліва частина (11) – це умовно нарахована вартість ресурсів одиниці виробничого процесу k. Нерівність (11) можна загалом інтерпретувати як граничну умову для максимізації прибутку – постачання продукту до межі, де його ціна спадає до граничних витрат.

Нерівність $r_i \geq \nu^*_{ik}$, що випливає з умови (7), можна вважати граничною умовою для максимізації прибутку – застосування змінного фактора до межі, де його нарахована ціна (граничний продукт) зростає до ціни фактора.

Нерівність $\lambda^*_j \geq \omega^*_{jk}$, яка випливає з умови (8), неявно означає, що нарахована ціна власного фактора j виробничого процесу k не перевищує нараховану граничну цінність наявності власного фактора j.

Вищезазначені граничні умови (6)–(9) задають правила, за якими виробники приймають рішення. За конкурентної структури окремі виробники не можуть впливати на ціни P_h та r_i. Коли за агрегації виробники галузі є значними споживачами фактора чи постачальниками продукту, то слід розглядати взаємозалежність між ціною й обсягом. Припустимо, існує залежність оберненого попиту на продукт галузі

$$P_h = f_h(Z, \Theta), \quad (12)$$

де: Θ – вектор екзогенних факторів;

Z – вектор з елементів, кожний з яких рівняється загальному виробництву продукту галузі.

Також припустимо, що існує залежність оберненої пропозиції для куплених факторів

$$r_i = g_i(X, \Gamma), \quad (13)$$

де: Γ – вектор екзогенних факторів;

X – вектор з елементів, кожний з яких рівняється загальному галузевому використанню куплених факторів.

Тепер можна сформулювати базову передумову для агрегованої моделі. Рівень виробництва окремого виробника у кожному виді діяльності має визначатися умовами оптимальності першого порядку. Крім того, мають враховуватися співвідношення попиту і пропозиції. Це веде до агрегованої моделі, де учасники поводяться індивідуально як малі конкурентні утворення, а ціна й обсяг визначаються колективно як ендогенні величини. Відтак побудуємо умови, які відбивають цю передумову, й розробимо оптимізаційну модель, яка дає ці умови. Це вимагає такого довизначення змінних, щоб включити вимірність виробника: скажімо, $0 \leq q_{lk}$ – рівень виробничого процесу k, який використовується виробником $l = 1,\ldots,L$;

$$q_k = \sum_{l=1}^{L} q_{lk} \ . \quad (14)$$

Аналогічно галузеве використання купленого фактора i дорівнює

$$X_i = \sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{L} X_{ilk} \ ; \quad (15)$$

галузева пропозиція продукту h рівняється

$$Z_h = \sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{L} Z_{hlk} \ ; \quad (16)$$

$$Y_j = \sum_{l=1}^{L} Y_{lj} \ , \quad (17)$$

де $0 \le Y_{lj}$ – надбання виробника l власним фактором j;

$$\sum_{k=1}^{p} Y_{jlk} \le Y_{jl} \ ; \quad (18)$$

$$X_{ilk} = a_{ilk} q_{lk} \ ; \quad (19)$$

$$Y_{jlk} = b_{jlk} q_{lk} \ ; \quad (20)$$

$$Z_{hlk} = c_{hlk} q_{lk} \ . \quad (21)$$

На основі цих мікроумов побудуємо агреговані умови. По-перше, ціна P_h в умові (9) буде не константою, а функціональною залежністю (12). Якщо Z^* – вектор оптимальних рівнів випуску в залежності (12), то (9) і (12) дають

$$f_h(Z^*, \Theta) \le \sigma_h^*, \quad (22)$$

де σ_h^* – двоїста змінна для обмеження (16). Аналогічно умови (7) і (15) дають

$$g_i(X^*, \Gamma) \ge \nu_i^* \ , \quad (23)$$

де X^* – вектор оптимальних рівнів використання куплених факторів у залежності (13),

а ν_i^* – двоїста змінна для обмеження (15).

До того ж, кожний окремий виробник є ціноотримувачем, тобто рівняє ціну свого випуску h до агрегованої ціни P_h, а також споживає фактор i за агрегованою ціною r_i. Нарахована гранична вартість σ_{hlk}^* виробника l, за якої він готовий продати продукт h, має бути не меншою, ніж агрегована нарахована ціна σ_h^*, тобто

$$\sigma_{hlk}^* \ge \sigma_h^* \ , \quad (24)$$

а нарахована ціна ν_{hlk}^* купленого фактора i для виробника l має не перевищувати його агрегованої ціни ν_i^*:

$$\nu_{hlk}^* \le \nu_i^* \ . \quad (25)$$

Для обмежень (22)–(25) також мають місце умови типу доповнюючої нежорсткості у випадках нульового випуску чи використання фактора.

Припустимо лінійність функцій попиту (12) і пропозиції (13):

$$P_h = G_h - H_h Z \ , \quad (26)$$

$$r_i = E_i + F_i X \ , \qquad (27)$$

де G_h, E_i – деякі скаляри, а H_h, F_i – певні вектори-рядки.

Іноді умови рівноваги можна сформулювати як екстремальну задачу [17, p. 23]. Задача максимізації по $q_{lk} \geq 0$, $X_{ilk} \geq 0$, $Y_{jlk} \geq 0$, $Z_{hlk} \geq 0$ функції

$$Z^T G - 0.5 Z^T H Z - X E^T - 0.5 X^T F X \qquad (28)$$

при обмеженнях (14)–(21) має умови оптимальності першого порядку (26), (27), основані на процесі агрегації, де: G – вектор з елементів G_h; E – вектор з елементів E_i; H – матриця з вектор-рядків H_h; F – матриця з вектор-рядків F_i; Z^T – транспонована матриця Z. Це потребувало припущення, що функції попиту (12) і пропозиції (13) є інтегрованими, а також припущення, що ці функції є незалежними від рівня галузевої діяльності (розв'язок моделі (28), (14)–(21) є частковою рівновагою).

Умови першого порядку задачі (28), (14)–(21) включають нові двоїсті змінні ν_i та σ_h для обмежень (15) та (16) відповідно, а також двоїсті мікрозмінні ν_{ilk}, ω_{jlk}, σ_{hlk} для обмежень (19), (20), (21) відповідно. Якщо виробляється продукт h, то в умові (16) $Z_h > 0$, а при $Z_{hlk} > 0$ в умові (24) значення двоїстої змінної σ^*_{hlk} (граничних витрат) дорівнює ціні σ^*_h продукту з кривої попиту. Аналогічні міркування мають місце для купленого і власного фактора. Отже, постановка задачі (28), (14)–(21) означає, що задовольняються мікроекономічні умови виробництва конкурентної фірми.

Зазначимо, що цільова функція (28) представляє не прибуток виробника, а міру суми споживчого і виробничого надлишків внаслідок цінових залежностей попиту (на кожний продукт) і пропозиції (кожного фактора). Ця сума (чистий соціальний виграш) визначається як площа між кривими попиту і пропозиції зліва від їхнього перетину [18, p. 108].

Нобелівський лауреат 2007 р. Гурвіц показав, що інтегрованість стосується умов, за яких симетричною є матриця перших похідних функцій попиту на продукт і пропозиції факторів [19]. Це означає, що перехресні цінові (cross-price) ефекти є однаковими на всіх парах товарів. Наслідки цієї вимоги залежать від того, розглядається попит чи пропозиція. Якщо розглядаються функції пропозиції, то з класичних припущень теорії виробництва фактично випливають умови симетрії [20]. Якщо ж розглядаються функції попиту (агрегатами яких є функції задачі математичного програмування), то окрема така функція складається з ефекту доходу.та симетричного ефекту заміщення; відтак перехресні цінові ефекти не обов'язково симетричні. Припущення інтегрованості вимагає симетричних перехресних цінових ефектів: вплив доходу на споживання має бути однаковим (зокрема нульовим) поміж усіх розглядуваних товарів. Загальноприйняте твердження щодо інтегрованості таке: коли матриця не є симетричною, то її можна домножити зліва і справа на вектор так, щоб результуючий добуток став симетричною матрицею, рівною аналогічному добутку для початкової матриці. Це можна зробити, усереднюючи перехресні члени добутку і вводячи їх на місця поза діагоналлю. Однак при цьому змінюватимуться значення похідних, а тому рівняння ціни і граничних витрат вже не буде умовою оптимальності першого порядку. Отже, така чисельно коректна процедура відбирає економічний сенс у даної моделі.

Моделі, які не вимагають припущення інтегрованості, можна формулювати шляхом включення змінних ціни й обсягу у початкову постановку [21]. Тоді рівноважні обмеження ціни й обсягу накладаються на початкову постановку, на відміну від постановки задачі квадратичного програмування, де рівноважні обмеження обсягу наявні лише у початковій постановці, а рівноважні обмеження ціни виводяться з умов Куна – Такера. Якщо функції попиту на продукт і пропозиції факторів є лінійними, то модель можна розглядати як задачу програмування лінійної доповнюваності [18]. За відсутності припущення інтегрованості, цільова функція не представляє область між агрегованими функціями пропозиції і попиту, тобто не представляє чистий соціальний добробут [18].

Припущення часткової рівноваги виникає тому, що постановка не охоплює доход, генерований галуззю при одночасному зсуві функції попиту моделі. Це не дуже важливо, коли модельована галузь є малою (відносно всієї економіки). Коли ж модельована галузь (модельований набір галузей) не є малою, то відповідний доход може серйозно впливати на агрегований споживчий попит. У постановці, яка не вимагає припущення часткової рівноваги, можна побудувати лагову взаємозалежність агрегованого споживчого попиту у поточному та попередньому періодах [22]. Така конструкція застосовується в моделі одночасної загальної рівноваги, де попит змінюється як функція поточного доходу [23]. Інтегрованість є також наслідком постановки [23] при явному введенні ефекту доходу, не торкаючись симетричного ефекту заміщення.

Якщо теоретичні моделі явним чином агрегують окремих виробників, то емпіричні дослідження намагаються ідентифікувати однорідні групи споживачів (виробників). Кожній такій групі відповідає репрезентативний споживач (виробник). Цей підхід значно знижує вимірність моделі, але вводить зсунення агрегації. Запропоновані умови, що мінімізують таке зсунення. Класифікація фірм на основі найбільш лімітуючого ресурсу для кожного продукту дає менше зсунення, ніж класифікація на основі просто розміру чи типу фірми [24, 25]. Така процедура була поширена на багатоперіодні моделі, що використовуються для моделювання галузі [25].

Висновки. Галузеве програмування базується на агрегації, але не обмежується групуванням виробників. Часто галузеві моделі стосуються регіонів, де виробники поділяють спільні ресурси (наприклад, землю й найману працю), є кліматично і географічно близькими, мають однакові ціни.

Список літератури: 1. *Горбачук В. М.* Методи індустріальної організації. Кейси та вправи. Економіка та організація виробництва. Економічна кібернетика. Економіка підприємства. – К.: А.С.К., 2010. – 224 с. **2.** *Горбачук В. М., Любіч О. О.* Соціально-економічний розвиток ХХ сторіччя: цілі, моделі, дані, стратегії, міри ефективності // Моделювання та інформатизація соціально-економічного розвитку України. – 2010. – Вип. 11. – С. 3–27. **3.** *Горбачук В. М.* Макроекономічні методи. – К.: Альтепрес, 1999. – 263 с. **4.** *Горбачук В. М.* Макроекономічні методи: теорії та застосування. – К.: Кий, 2000. – 271 с. **5.** *Перерва П. Г., Косенко А.В., Долина І.В.* Розвиток маркетингових методів формування цін на наукову продукцію // Вісник НТУ «ХПІ». Сер.: Технічний прогрес і ефективність виробництва. – 2011. – № 7. – С. 152–157. **6.** *Blitzer C. R., Clark P.*

B., Taylor L. Economy-wide models and development planning. – London: Oxford University Press, 1975. **7.** *Heady E. O., Srivistava U. K.* Spatial sector programming models in agriculture. – Ames: Iowa State University Press, 1975. **8.** *Samuelson P. A.* Spatial price equilibrium and linear programming // American economic review. – 1952. – 42. – P. 283–303. **9.** *Takayama T., Judge G. G.* Equilibrium among spatially separated markets: a reformulation // Econometrica. – 1964. – 32. – P. 510–524. **10.** *Takayama T., Judge G. G.* An interregional activity analysis model of the agricultural sector // Journal of farm economics. – 1964. – 49. – P. 349–365. **11.** *Judge G. G., Takayama T.* Studies in economic planning over space and time. – Amsterdam: North-Holland Publishing, 1973. **12.** *Hall H., Heady E. O., Stoecker A., Sposito V. A.* Spatial equilibrium in U. S. agriculture: a quadratic programming analysis // SIAM review. – 1975. – 17. – P. 323–338. **13.** *Duloy J. H., Norton R. D.* Prices and incomes in linear programming models // American journal of agricultural economics. – 1975. – 57. – P. 292–301. **14.** *Naylor T. H.* The theory of the firm: a comparison of marginal analysis and linear programming // Southern economic journal. – 1966. – 32. – P. 263–274. **15.** *Нэйлор Т.* Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. – М.: Мир, 1975. – 392 с. **16.** *McCarl B. A., Spreen T. H.* Price endogenous mathematical programming as a tool for sector analysis // American journal of agricultural economics. – 1980. – 62 (1). – P. 87–102. **17.** *Samuelson P. A.* Foundations of economic analysis. – Cambridge: Harvard University Press, 1947. **18.** *Takayama T., Judge G. G.* Spatial and temporal price and allocation models. – Amsterdam: North-Holland Publishing, 1971. **19.** *Hurwicz L., Uzawa H.* On the integrability of demand functions / Preferences, utility and demand. Minnesota Symposium. J. S. Chipman, L. Hurwicz, M. K. Richter, H. F. Sonnenschein (eds.) – New York: Harcourt, Brace & Co., 1971. **20.** *Zusman F.* The stability of interregional competition and the programming approach to the analysis of spatial trade equilibria // Metroeconomics. – 1969. – 21. – P. 45–57. **21.** *Plessner Y., Heady E. O.* Competitive equilibrium solutions with quadratic programming // Metroeconomics. – 1965. – 17. – P. 117–130. **22**. *Yaron D.* Incorporation of income effects into mathematical programming models // Metroeconomics. – 1967. – 19. – P. 141–160. **23.** *Norton R. D., Scandizzo P. L.* Market equilibrium computations in activity analysis models. – Washington, DC: World Bank, 1979**. 24.** *Sheehy S. J., McAlexander R. H.* Selection of representative benchmark farm for supply estimation // Journal of farm economics. – 1965. – 47. – P. 681–695**. 25.** *Buckwell A. E., Hazell P. B. R.* Implications of aggregation bias for the construction of static and dynamic linear programming supply models // Journal of agricultural economics. – 1972. – 23. – P. 119–134.

Надійшла до редколегії 15.03.2013

УДК 519.8

Галузеве програмування з ендогенними цінами /В. М. Горбачук // Вісник НТУ „ХПІ”. Серія: Технічний прогрес і ефективність виробництва. – Х.: НТУ „ХПІ”. - 2013. - №45(1018) - С. 22-29. Бібліогр.: 7 назв.

Развивается подход математического программирования для модели частичного равновесия отрасли состоит из всех производителей данных продуктов. Линейным функциям спроса и предложения соответствует агрегированная задача квадратичного программирования.

Ключевые слова: равновесие, цена, спрос, агрегация, математическое программирование.

Developing mathematical programming approach for partial equilibrium sector consisting of all manufacturers of these products. Linear function of supply and demand meet aggregated quadratic programming problem.

Keywords: equilibrium price, demand aggregation, mathematical programming.