

Н. Ю. ЄРШОВА, І. О. ЧУРКІНА

## МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ВИКОРИСТАННЯ ПРОГНОСТИЧНОГО ІНСТРУМЕНТАРІЮ В ЕКОНОМІЧНОМУ АНАЛІЗІ

Розглянуто дослідження розвитку підприємства як економічної системи. За допомогою математичного апарату авторегресійної залежності з прогнозовано фондорентабельність основних засобів, що демонструє скільки прибутку припадає на одиницю вартості основних засобів, та коефіцієнт фондовіддачі, який показує скільки грошей у виручці на одиницю вкладень в основні засоби. Всі розрахунки зроблені на основі балансу виробничої фірми «БМР-сервіс» за допомогою методу Крамера та методу найменших квадратів.

**Ключові слова:** прогноз, авторегресія, основні засоби, виручка, прибуток, методи економічного аналізу.

**Вступ.** Дослідження розвитку підприємства як економічної системи, та її складових тісно пов'язане з прогнозуванням. Результати прогнозування це погляд у майбутнє, оцінка наслідків, та можливих шляхів розвитку, які необхідні для планування. Показниками що визначають успішність виробничого підприємства є фондовіддача та фондорентабельність. Ефективний прогностичний інструмент може бути побудований при глибокому вивченні механізму функціонування економічної системи. Проведення аналізу й прогнозування динаміки підприємства як економічної системи, розробка методології економічного моделювання базується на роботах вітчизняних учених: В.М. Гейця, В.М. Глушкова, В.В. Вітлінського, В.М. Вовка, В.І. Єлейка, В.Я. Заруби М.О. Кизима, Т.С. Клебанової, І.Г. Лук'яненко, Ю.Г. Лисенка, І.М. Ляшенка, Н.К. Максишко, О.М. Мозенкова, О.В. Раєвневої, В.О. Перепелиці, М.І. Скрипниченко, Л.Н. Сергєєвої, В.М. Соловйова, В.О. Точиліна, О.І. Черняка та ін.; російських учених: С.А. Айвазяна, Л.Е. Басовського, Т.А. Дубової, І.В. Зубова, М.Д. Кондратьєва, А.М. Колмогорова, І.Д. Мандель; закордонних учених Т. Андерсона, П.М. Бентлера, П. Двайєра, Дж. Бокса, П. Бікела, Д. Брилінджера, М. Кендела, Д. Лоулі, Р.П. Макдональда, А. Максвела, К.Д. Льюїса, Р.К. Мертона, К. Пірсона, С. Спірмена, Л. Турстоуна, Г. Хармана, Е. Хеннана, Г. Хоттелінга та інших.

**Існуючі методи прогнозування.** Прогнозні моделі діляться на: регресійні – коли будуються залежності одних чинників від інших; авторегресійні – коли будується залежність змінної від її ж попередніх значень, та багатофакторні і однофакторні. Основні прогнозні моделі наведені у таблиці 1.

Вже достатньо довгий час для прогнозування використовуються регресійні алгоритми. Коротко суть алгоритмів такого класу можна описати так. Існує прогнозована змінна  $Y$  (залежна змінна) і відібраний заздалегідь комплект змінних, від яких вона залежить,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  (незалежні змінні).

Природа незалежних змінних може бути різною. Наприклад, якщо припустити, що  $Y$  - рівень попиту на деякий продукт в наступному місяці, то незалежними змінними можуть бути рівень попиту на цей же продукт в минулий і позаминулий місяці, витрати на рекламу, рівень платоспроможності населення, економічна обстановка, діяльність конкурентів і

багато що інше. Головне - уміти формалізувати всі зовнішні чинники, від яких може залежати рівень попиту в числовій формі. Модель множинної регресії в загальному випадку описується виразом:

$$Y = F(x_1, x_2, \dots, x_n) + \varepsilon \quad (1)$$

Таблиця 1 - Основні прогнозні моделі для дослідження механізму функціонування економічної системи (сформовано за [1, 2, 3, 4, 5])

Регресійна модель	Авторегресійна модель
лінійна	
$y_i^* = a + bx_i$	$y_i^* = a + b \cdot y_{i-1}$
Багатофакторна лінійна	
$y_i^* = a_0 + a_1x_{i1} + a_2x_{i2} + \dots + a_nx_{in}$	$y_i^* = a_0 + a_1y_{i-1} + a_2y_{i-2} + \dots + a_ny_{i-n}$
поліноміальна	
$y_i^* = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_nx_i^n$	$y_i^* = a_0 + a_1y_{i-1} + a_2y_{i-1}^2 + \dots + a_ny_{i-1}^n$
мультиплікативна	
$y_i^* = (a_1 + b_1x_{i1})(a_2 + b_2x_{i2}) \dots (a_n + b_nx_{in})$	$y_i^* = (a_1 + b_1y_{i-1})(a_2 + b_2y_{i-2}) \dots (a_n + b_ny_{i-n})$
ступенева	
$y_i^* = a \cdot x_i^b$	$y_i^* = a \cdot y_{i-1}^b$
експоненціальна	
$y_i^* = a \cdot e^{bx}$	$y_i^* = a \cdot e^{b \cdot y_{i-1}}$
логіарифмічна	
$y_i^* = a \ln bx$	$y_i^* = a \ln by_{i-1}$

У простішому варіанті лінійної регресійної моделі залежність залежної змінної від незалежних має вигляд [2, 3, 5]:

$$Y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_nx_n + \varepsilon \quad (2)$$

де  $\beta_1, \beta_2, \beta_n$  - підбирані коефіцієнти регресії.

$\varepsilon$  - компонента помилки (припускається, що всі помилки незалежні і нормально розподілені).

Гіпотеза 1. Залишки є нормально розподіленими випадковими величинами з нульовим математичним сподіванням та сталою дисперсією.

Гіпотеза 2. Залишки описуються авторегресійною схемою першого порядку (рисунок 1).

© Н. Ю. Єршова, І. О. Чуркіна, 2015

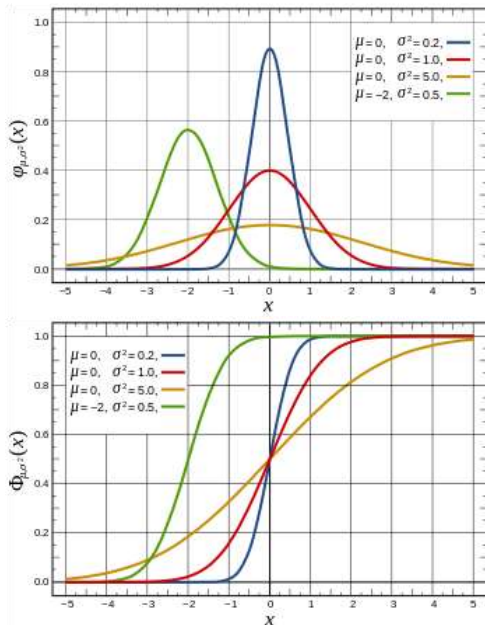


Рис. 1 - Функція розподілу ймовірностей (червона крива відповідає стандартному нормальному розподілу)

Застосування авторегресійних моделей засноване на попередньому економічному аналізі, коли відомо, що досліджуваний процес значною мірою залежить від його розвитку в минулі періоди. У деяких випадках вказані моделі використовуються для знаходження простого перетворення, що приводить до послідовності незалежних випадкових величин. Кількість рівнів, включених в праву частину рівняння авторегресії, визначає порядок рівняння.

Авторегресію називається рівняння, що визначає змінну  $x_t$  у момент  $t$  (або  $t$ -й період) через її значення в попередні періоди:  $(t-1)$   $(t-2)$ ...  $(t-k)$ .

Уведення в модель лагової залежної змінної  $y_{t-1}$  (затримка на один період), відоме як перетворення Койка, значно спрощує модель [2, 6, 7]:

$$y_t = w(1 - \lambda)x_t + \lambda y_{t-1} + (\varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1}) \quad (3)$$

де  $w = \sum_{j=1}^{\infty} a_j$  (скінченне число)  $0 \leq \lambda \leq 1$ ;

$\lambda$  – темп зменшення дистрибутивного лагу, тобто деякий постійний темп зменшення у часі лагових впливів фактора на результат;

$1 - \lambda$  – швидкість пристосування.

Отримана алгебраїчним способом модель Койка позбавлена теоретичного обґрунтування і фактично є послідовною моделлю.

З певних економічних міркувань можна отримати моделі, що зовні нагадують модель Койка, але з іншою інтерпретацією коефіцієнтів лагових змінних. Такими моделями є модель адаптивних сподівань [6]:

$$y_t = \alpha(1 - \lambda) + \alpha(1 - \lambda)x_t + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t(1 - \lambda \varepsilon_{t-1}) \quad (4)$$

та модель часткового коригування:

$$y_t = \alpha\lambda + \alpha\lambda x_t + (1 - \gamma)y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (5)$$

Ці моделі відрізняються від моделі Койка наявністю вільного члена, але при цьому реалізують

різні ідеї щодо економічної діяльності. У першій моделі (4) відображено думку про те, що люди навчаються з попереднього досвіду причому нещодавній досвід має більший вплив, аніж попередній; друга (5) базується на тому що через інертність економічної системи зміна одного економічного показника не одразу впливає на зміну іншого і відповідний рівень залежної змінної досягається через певний час.

Три авторегресійних моделі – Койка (3), адаптивних сподівань (4) і часткового коригування (5) – можна подати в загальній формі:

$$y_t = \alpha_0 + a_1 x_t + a_2 y_{t-1} + \nu_t \quad (6)$$

Однак і в цьому разі залишається велика кількість оцінюваних параметрів.

Економічні процеси мають певну специфіку. Вони відрізняються, по-перше, взаємозалежністю і, по-друге, певною інерційністю. Рівняння авторегресійної залежності у найбільш загальній формі має вигляд:

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + \dots + A_k Y_{t-k} \quad (7)$$

де  $Y_t$  - прогнозоване значення показника  $Y$  у момент часу  $t$ ;

$Y_{t-i}$  - значення показника  $Y$  у момент часу  $(t-i)$ ;

$A_i$  -  $i$ -й коефіцієнт регресії.

Досить точні прогнози значення можуть бути отримані вже при  $k = 1$ . На практиці також нерідко використовують модифікацію рівняння (9), вводячи в нього в якості фактора період часу  $t$ , тобто поєднуючи методи авторегресії і простого динамічного аналізу. В цьому випадку рівняння регресії буде мати вигляд:

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + A_2 t \quad (8)$$

Коефіцієнти регресії цього рівняння можуть бути знайдені методом найменших квадратів. Відповідна система нормальних рівнянь буде мати вигляд [4, 8]:

$$\begin{cases} nA_0 + A_1 \sum Y_{t-1} + A_2 \sum t = \sum Y_t \\ A_0 \sum Y_{t-1} + A_1 \sum Y_{t-1}^2 + A_2 \sum t \times Y_{t-1} = \sum Y_t \times Y_{t-1} \\ A_0 \sum t + A_1 \sum t \times Y_{t-1} + A_2 \times \sum t^2 = \sum Y_t \times t \end{cases} \quad (9)$$

де  $n$  - довжина ряду динаміки показника, зменшена на одиницю.

Для характеристики адекватності рівняння авторегресійної залежності можна використовувати величину середнього відносного лінійного відхилення:

$$\varepsilon = (1/n) \sum |Y_i - Y_i^*| \div Y_i \quad (10)$$

де  $Y_i^*$  - розрахункова величина показника  $Y$  у момент часу  $i$ ;

$Y_i$  - фактична величина показника  $Y$  у момент часу  $i$ .

Якщо  $\varepsilon < 0,15$ , вважається, що рівняння авторегресії може використовуватися при визначенні тренду часового ряду економічного показника в прогнозних цілях. Через простоти розрахунку

критерій є достатньо часто застосовується при побудові регресійних моделей [4, 8].

#### Розв'язання задачі за методом Крамера.

Використовуючи математичний апарат авторегресійних залежностей проаналізуємо фондорентабельність основних засобів як одного з показників ефективності їх використання на виробничому підприємстві. Показник фондорентабельності демонструє, скільки прибутку припадає на одиницю вартості основних засобів. Для аналізу використовують загальну (балансову) прибуток від реалізації до оподаткування та середньорічну балансову вартість основних засобів. Фондорентабельність розраховується з використанням бухгалтерського балансу підприємства. Зазвичай показник аналізується в динаміці. Зростання фондорентабельності свідчить про підвищення ефективності використання фондів, зменшення - про зростання капітальних витрат підприємства. Як правило, зниження фондорентабельності

спостерігається при введенні в асортимент нових товарів або освоєння нової технології. Пов'язано це з тим, що інвестиції у виробництво потребують часу для їх окупності, таким чином, фондорентабельність буде зростати по мірі віддачі від вкладень. Близьким до поняття фондорентабельності є коефіцієнт фондодідачі. Остання показує скільки грошей у виручці від продажу товарів припадає на одиницю вкладень в основні засоби або який обсяг продукції одержує підприємство з кожної одиниці основних засобів. Таким чином, різниця між цими двома показниками - в чисельнику, при розрахунку фондодідачі в якості нього виступає виручка, а не прибуток. При розрахунку фондодідачі зі складу основних фондів виключається їх активна частина (машини та обладнання) [3, 4]. Далі, використовуючи апарат авторегресійних залежностей побудуємо рівняння регресії фондорентабельності виробничої фірми «БМР - сервіс» (таблиця 2).

Таблиця 2 – Вихідні дані для проведення аналізу

Показник	Роки					
	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Основні засоби, тис. грн	1518,5	1620,5	717,5	317,5	454,0	642,0
Чистий прибуток, тис. грн	552,8	632,3	704,1	547,3	1704,1	1940,9
Фондо рентабельність	102,25	100,7	9,2	7,9	9,4	3,46

Для визначення параметрів рівняння регресії використовується метод найменших квадратів та системи нормальних значень (формула 9). Розрахункові дані приведені у таблиці 3. Підставимо отримані дані для системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР):

$$\begin{cases} 5A_0 + A_1 439,45 + 15A_2 = 410,66 \\ A_0 439,45 + A_1 3986292 + 12198A_2 = 368318 \\ A_0 15 + 121985A_1 + 55A_2 = 1147,7 \end{cases}$$

Таблиця 3 – Розрахункові дані для визначення параметрів залежності

Період	$Y_{it}$	t	$Y_t$	$Y_{it}^2$	$t^2$	$t \times Y_t$	$t \times Y_{it}$	$Y_t \times Y_{it}$
1	102,25	1	100,7	10455,0	1	102,25	100,7	10296,5
2	100,7	2	99,2	10140,5	4	201,4	198,4	9986,4
3	99,2	3	67,9	9840,6	9	297,6	203,7	6735,6
4	67,9	4	69,4	4610,4	16	271,6	277,6	4712,2
5	69,4	5	73,46	4816,3	25	347	367,3	5098,1
Сума	439,45	15	410,66	39862,92	55	1219,85	1147,7	36831,8

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 439,45 & 15 \\ 439,45 & 3986292 & 12198 \\ 15 & 12198 & 55 \end{vmatrix} = \frac{1073797}{80}$$

Розв'язуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) методом Крамера:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 410,66 & 439,45 & 15 \\ 368318 & 3986292 & 12198 \\ 1147,8 & 12198 & 55 \end{vmatrix} = \frac{9901204433}{80}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 410,66 & 15 \\ 439,45 & 3683,18 & 1219,8 \\ 15 & 1147,7 & 55 \end{vmatrix} = -\frac{229217}{50}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & 439,45 & 410,66 \\ 439,45 & 3986292 & 368618 \\ 15 & 12198 & 1147,7 \end{vmatrix} = -\frac{316606393}{20000}$$

$$x_0 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 147,53;$$

$$x_1 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -0,34;$$

$$x_2 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 11,79.$$

В нашому випадку рівняння регресії для фондорентабельності виробничої фірми «БМР - сервіс» наступне:

$$Y_t = 147,53 - 0,34Y_{t-1} + 11,79t.$$

Показник  $\varepsilon = 0,11$ , що свідчить про те, що розраховане рівняння авторегресії може використовуватися при визначенні тренду часового ряду економічного показника (фондорентабельності) в прогнозних цілях.

**Висновки.** Метою застосування методу Крамера та методу найменших квадратів є перевірка гіпотез щодо роботи підприємства як економічної системи. Побудована модель може використовуватись для аналізу та прогнозування часового ряду деяких економічних показників, у даному випадку фондорентабельності та фондовіддачі. Побудова моделей необхідна для виявлення та згладжування недоліків у певному секторі на підприємстві. Також, побудовані моделі можуть використовуватись для статистичного моделювання довгих рядків при використанні великих систем. Отже, прогностичні інструменти в економічному аналізі важливі для побудови спрощеної схеми процесів, що протікають в певному секторі на підприємстві ш виділення найбільш важливих факторів у стислій формі.

**Єршова Наталія Юріївна** – кандидат економічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри економічного аналізу та обліку, тел.: (050) 631-03-23; e-mail: [natalia\\_iershova@mail.ru](mailto:natalia_iershova@mail.ru).

**Ershov Natalia Yurivna** – Candidate of Economics Sciences (Ph. D), Associate Professor, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Associate Professor of Economic Analysis and Accounting, tel (050) 631-03-23; e-mail: [natalia\\_iershova@mail.ru](mailto:natalia_iershova@mail.ru).

**Чуркіна Ірина Олександрівна** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студент; тел.: (093) 240-74-58; e-mail: [p21308@rambler.ru](mailto:p21308@rambler.ru).

**Churkin Iryna Olexandrivna** – National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», the student; Tel.: (093) 240-74-58; e-mail: [p21308@rambler.ru](mailto:p21308@rambler.ru).

**Список літератури:** 1. Овчинников П. П. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 2: Диференціальні рівняння. Операційне числення. Ряди та їх застосування. Стійкість за Ляпуновим. Рівняння математичної фізики. Оптимізація і керування. Теорія ймовірностей. Числові методи / П. П. Овчинников [та ін.] – К.: Техніка, 2000. – 792 с. 2. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. В 2 т. Т. 1: Дифференциальное и интегральное исчисления функции одной переменной. Ряды / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2005. – 400 с. 3. Ластівка І. О. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 3 / І.О. Ластівка, В.В. Михайленко. – К.: НАУ, 2012. – 272 с. 4. Крисак Я.В. Фінансова математика. Фінансові потоки: Навч. посібник / Я.В. Крисак, І.О. Ластівка. – К.: НАУ-друк, 2009. – 88 с. 5. Ластівка І.О. Вища математика. Модуль 10. Математична статистика: Навч. посібник. / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, Ю.А. Паламарчук – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 100 с. 6. Олешко Т.А. Елементи математичної статистики: Різні методики/ Т.А. Олешко, В.В. Пахненко, В. І. Трофименко – К.: НАУ, 2003. – 72 р. 7. Мэтьюз Д. Численне методи. Использование Matlab. / Д. Мэтьюз, Г. Цинк, Д. Куртис. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 720с. 8. Кузьмин И.В. Методы оптимизации сложных систем / И.В. Кузьмин, М.М. Биков, С.М. Москвина, А.И. Кузьмин. – В.: ВДТУ, 2003. – 165с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Ovchinnikov P. P. *Vishha matematika*: Pidruchnik. U 2 ch. Ch. 2: Diferencialni rivnyannya. Operacijne chislennya. Ryady ta yix zastosuvannya. Stijkist' za Lyapunovim. Rivnyannya matematichnoi fiziki. Optimizacija i keruvannya. Teoriya jmovirnostej. Chislivi metodi / P.P. Ovchinnikov [ta in.] – Kiev : Technika, 2000. – 792 s. 2. Kudryavcev L.D. *Kratkij kurs matematicheskogo analiza*. V 2 t. T. 1: Differencyalnoe i integral'noe ischyslenia funkcij odnoj peremennoj / L.D. Kudryavcev. – Moskva : Fizmatlit, 2005. – 400 s. 3. Lastivka I. O. *Matematika dlya ekonomistiv* : navch. posib. U 3 ch. Ch. 3 / I.O. Lastivka, V.V. Myxajlenko. – Kiev : NAU, 2012. – 272 s. 4. Krysak Ya.V. *Finansova matematika. Finansovi potoky*: Navch. posibnik / Ya.V. Krysak, I.O. Lastivka. – Kiev : NAU-druk, 2009. – 88 s. 5. Lastivka I.O. *Vyshha matematika. Modul' 10. Matematychna statystyka*: Navch. posibnyk. / I.O. Lastivka, V.S. Konovalyuk, Yu.A. Palamarchuk – Kiev : Knyzhkove vyd-vo NAU, 2007. – 100 s. 6. Oleshko T.A. *Elementy matematychnoyi statistiki*: Rizni metodyki/ T.A. Oleshko, V.V. Paxnenko, V. I. Trofymenko – Kiev : NAU, 2003. – 72 p. 7. Mэт'юз D. *Chislenne metod. Ispolzovanie Matlab*. / D. Mэт'юз, G. Cy`nk, D. Kurtis. – Moskva : Izdatelskij dom "Vilyams", 2001. – 720 s. 8. Kuz'min I.V. *Metodi optimizacii slozhnih sistem* / I.V. Kuz'min, M.M. Bikov, S.M. Moskvin, A.Y. Kuz'min. – Vinniza: VDTU, 2003. – 165s.

Надійшла (received) 08.05.2015