

Н.А.ТКАЧУК, д-р. техн. наук, **Н.Н. ТКАЧУК**, НТУ „ХПИ” (г. Харьков),
Т.В. ПОЛИЩУК, ОАО „Азовобщемаш” (г. Мариуполь)

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С КИНЕМАТИЧЕСКИ ГЕНЕРИРУЕМЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Предметом обговорення в даній роботі є методи синтезу і аналізу деталей механізмів з поверхнями, що кінетично генеруються. Пропонується підхід до розв'язання задачі синтезу і аналізу ланок, що перебувають в рухому контакті. В рамках єдиного процесу об'єднані етапи просторового моделювання робочих поверхонь, визначення напружено-деформованого стану та прототипування. На прикладі однієї двохпараметричної передачі описані основні етапи досліджень в рамках запропонованого підходу.

An issue in this work are methods of synthesis and analysis of details of mechanisms with the kinetic generated surfaces. Approach is offered to the task solution of synthesis and analysis of units, being in a mobile contact. The stages of spatial modeling of workings surfaces, determination of the stressed-deformed state and prototyping are incorporated within the framework of united process. On an example of some two-parametrical transmission the basic stages of researches are described within the framework of offered approach.

Актуальность и формулировка задачи. Основной способ передачи движения в механизмах и машинах – контактное взаимодействие отдельных их звеньев. При этом важную роль играет форма поверхностей, по которым они соприкасаются, обеспечивающая тот или иной закон относительного движения. Потому задача синтеза геометрии деталей механизмов занимает центральное место при их проектировании. Вместе с тем, прочность и в не меньшей степени работоспособность механизма определяется прочностью и жесткостью его звеньев, что делает актуальной задачу определения напряженно-деформированного состояния (НДС) контактирующих деталей.

Существует огромное множество методов определения контактных напряжений и контактных площадок, что порождает при проектировании новых изделий проблему выбора рациональной схемы анализа и синтеза. Каждому из методов свойственны свои преимущества и недостатки: аналитические методы, в большинстве своем, принимают определенные допущения и приближения относительно полей напряжений и перемещений внутри контактирующих, но, вместе с тем, предоставляют точные в рамках этих допущений решения и, зачастую, в замкнутой форме; метод граничных элементов (МГЭ) отличается сложностью применения для тел сложной формы и неоднородных материалов; метод конечных элементов (МКЭ) – громоздкость модели и определения границ зон контакта в случае их малости и сложности формы.

Основными источниками проблем при исследовании контактного взаимодействия являются следующие факторы: на начальной стадии проектирования необходим умеренно точный, но очень оперативный инструмент определения напряженно-деформированного состояния; на этапе оптимизации конструкции

необходим точный метод определения контактных нагрузок в локальной области контакта и оперативный инструмент определения НДС во всем объеме; взаимосвязанность задач определения формы, эксплуатационных режимов и НДС посредством общих параметров; для сложнопрофильных тел, форма которых не может быть описана при помощи элементарных профилей, приходится решать отдельно задачу нахождения их границ.

Примерами объектов, при изучении которых вышеуказанные факторы играют значительную роль, являются гидрообъемная передача, двухпараметрические передачи, пространственные кулачки, копиры, сопряжение колесо–рельс, опорные управляющие поверхности загрузочных устройств для доменных печей и т.д. [1-3]. Существующие методы и программные комплексы не учитывают всех сформулированных аспектов, кроме того, не дают возможности естественной интеграции в процессы проектирования и технологической подготовки производства новых изделий.

Отсюда возникает актуальная задача – разработка лишенной отмеченных недостатков технологии построения на единой основе всей цепочки проектных, исследовательских и технологических задач и сопряжения ее с существующими системами CAD/CAM/CAE, что даст возможность полноценной и адекватной постановки и решения возникающих разнотипных задач анализа и синтеза.

Целью данной работы является разработка общей структуры алгоритма решения задачи синтеза сложнопрофильных деталей, органически сочетающую оценку контактных напряжений и исследование НДС в рамках единого процесса.

Структура алгоритма решения задачи. Естественно, что специфика исследования контактного взаимодействия сложно-профильных деталей, да еще при наличии связанной с ним задачи моделирования рабочего процесса, описания формы контактирующих поверхностей и определения НДС взаимодействующих тел, не позволяет эффективно применять ни традиционные схемы линейно-последовательного проектирования (например, “эскизный проект – оптимизация – конструирование – технологическая подготовка”), ни механическое встраивание в среду универсальных САПР (Pro/ENGINEER, SolidWorks, UG, CATIA). В связи с этим предлагается альтернативная схема организации единого связанного проектно-исследовательско-технологического процесса (ПИТП), основанного на едином параметрическом подходе.

Рассмотрим исследуемую систему взаимодействующих тел как единство физико-механического процесса (рабочий цикл механизма, узла, агрегата, машины), формы границы S исследуемых тел и НДС.

На рис. 1 укрупненно представлены информационные потоки в случае использования предложенного подхода. Предполагается, что существует некоторое множество параметров, однозначно описывающих исследуемый объект и процесс. Выделив в нем удобный для оперирования базис параметров p , $p \in V$ (этап I), можно инициировать процесс моделирования, состоящий из этапов II–VII:

$C(N, \omega, t) = 0;$ (1)	$R(q, F, S, t) = 0 \Rightarrow S(\alpha), f(F, S, t);$ (2)
$L(u, F, \Omega(S), t) = 0;$ (3)	$\Delta p : \{K(p + \Delta p) \leq 0, I(p + \Delta p) < I(p)\},$ (4)

где оператор C описывает исходные функциональные требования к исследуемой системе взаимодействующих тел относительно характеристик N, ω ; оператор R описывает рабочий процесс как некоторый физико-механический процесс (q – вектор обобщенных координат системы; F – усилия взаимодействия; S – поверхность контакта); S представляет собой параметрическую запись поверхностей в координатах α ; f – распределение усилий в пространстве и времени t ; L – оператор начально-краевой задачи теории упругости (u – переменные состояния, $\Omega(S)$ – области, занимаемые исследуемыми телами и ограниченные поверхностями S); I – функция качества системы (массовые, прочностные или другие характеристики); K – ограничения на определяющие параметры исследуемой системы.

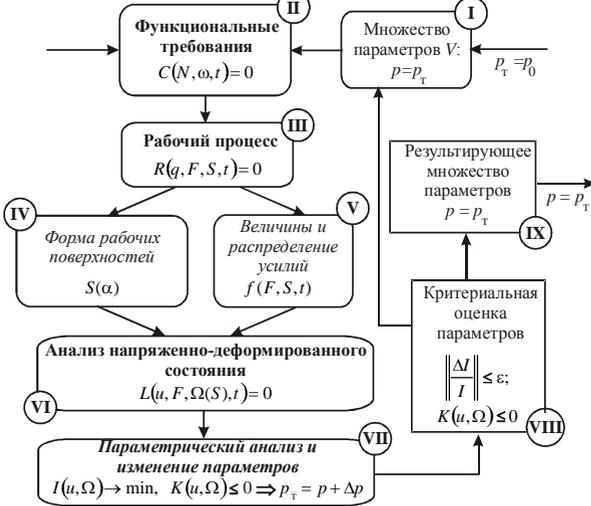


Рис. 1. Параметрическое описание рабочего процесса, формы поверхностей и напряженно-деформированного состояния взаимодействующих тел

Поскольку все соотношения (1)–(4) содержат неявно заданные связи в параметрическом пространстве между некоторыми состояниями системы (текущим и предлагаемым), то, в конечном итоге, важны следующие требования: задание набора $p \in V$ однозначно определяет совокупность единственных решений задач анализа II, III (IV, V), VI; существует некоторая область G в пространстве V , такая, что из $p_0 \in G$ следует существование и единственность предела итерационной последовательности VII.

На этапе VIII производится проверка выполнения заданных ограничений K текущими параметрами, а также по заданной величине ε – скорости улучшения функции качества. В случае выполнения этих требований на этапе IX формируется выходной результирующий набор параметров p .

Если данные требования выполнены, то сама форма установления зависимостей всех величин от параметров p не важна, а способ решения той или иной задачи анализа диктуется типом моделируемого процесса. Важно также то, что предложенная технология исследований реализует модульную структуру. Относительная независимость каждого из модулей присутствует в момент решения задачи. Поскольку каждый модуль функционирует как звено в замкнутой цепи, то однонаправленный поток “вход-выход” на самом деле содержит обратную связь “по большому циклу”. Кроме того, такая организация исследований дает возможность каждый этап проводить по схеме “входной транслятор данных – система CAD/CAM/CAE – выходной транслятор данных”, в котором центральное звено представляет универсальную систему, а крайние звенья – специализированные процедуры приема-передачи данных.

Достоинствами предложенной технологии является ее гибкость, управляемость, прозрачность информационных потоков и наличие инструментов для естественной интеграции в процесс проектирования, исследования и технологической подготовки производства элементов исследуемых систем, представляющих собой сложно профильные поверхности.

Примеры исследования конструкций. Достаточно полным и наглядным примером реализации предложенной на рис. 1 схемы может служить двухпараметрическая передача. Особенность данного типа передач заключается в том, что их звенья могут одновременно совершать два, а не одно, как в традиционных передачах, относительных движения [4, 2]. Вследствие этой особенности, а также других требований, таких как эквидистантность линий зубьев, постоянство передаточного отношения и др., форма зубьев передачи получается достаточно сложной. Более того, для ее определения приходится решать отдельную задачу синтеза рабочих поверхностей [5]. Применяемая кинематическая модель пространственного зацепления, основывающаяся на теории Литвина [6], и геометрическая модель зубьев допускают параметрическое описание [5]. Однако получаемые в результате моделирования кинематические свойства передачи не могут служить критерием работоспособности синтезированной передачи. Необходимо определить и прочностные характеристики, в частности, оценить величины контактных напряжений, изгибную прочность зубьев отдельных звеньев и прочность колес передачи в целом. Поскольку и геометрия звеньев передачи, и характер контактного взаимодействия их зубьев существенно отличаются от тех, что существуют у традиционных передач, общие и специальные методы машиноведения оказываются неприменимыми для решения поставленной задачи. В свою очередь, предлагаемая технология позволяет разрешить противоречия между различными требованиями к изучаемой передаче в едином цикле исследований в рамках единого параметрического описания. При этом отдельные этапы исследования можно проводить как с применением специальных алгоритмов и методов, так и с использованием средств автоматизированного геометрического и физического моделирования. Взаимосвязь различных составляющих цикла исследований осуществляется на заключительном этапе анализа влияния параметров на изучаемые кинематические и прочностные харак-

теристики с последующим повторением всего цикла исследований. Для цилиндрико-конической передачи с равновысокоширокими зубьями на коническом колесе исходными параметрами **I** являются радиусы колес, количество зубьев каждого из них, углы конусности и начального наклона линии зубьев и прочие [5]. Считается, что набор значений параметров $p \in V$ полностью задает геометрию зубьев цилиндрического колеса. Рабочие поверхности зубьев конического колеса определяются таким образом, чтобы построенная передача удовлетворяла функциональным требованиям **II**: постоянству передаточного отношения, эквидистантность линий зубьев, наличие двух независимых движений. Непосредственное моделирование рабочего процесса **III**, а именно, двухпараметрического зацепления зубьев передачи и вращения ее звеньев, позволяет сформулировать основные соотношения для нахождения точек рабочих поверхностей зубьев в коническом колесе **S IV**, а также определить величину и распределение усилий **f V**, необходимых для

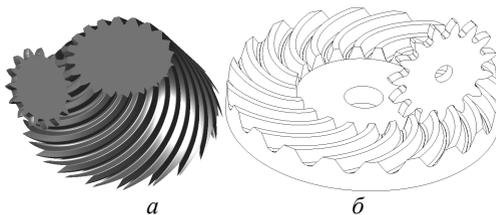


Рис. 2. Общий вид цилиндрико-конической передачи с углом конусности $\pi/6$ (а) и геометрическая модель передачи с углом конусности

передачи заданного вращающего момента. Уже на этом этапе можно определить форму зубьев и колес передачи (рис. 2), а также создать геометрические модели колес в системах автоматизированного проектирования.

Анализ НДС **VI** проводится с целью определения работоспособности синтезированной передачи. Располагая известной формой контактирующих зубчатых колес $\Omega(S)$ и величиной усилий, можно поставить контактную задачу для различных относительных положений звеньев передачи. Искомыми являются как положения колес, при которых возникают наибольшие напряжения, так области зубьев, в которых они достигаются. Интерес представляют величины контактных напряжений и, площадей контактных площадок, контактного сближения на поверхности отдельного зуба, а также характеристики НДС всего колеса. На различных этапах исследования эта задача может решаться различными методами. Так, на начальном, оценочном этапе применим метод Герца оценки контактных напряжений, позволяющий приближенно находить величины нормальных напряжения в зоне контакта и размеры контактных площадок. Метод характеризуется высокой скоростью выполнения и удовлетворительной точностью результатов, что позволяет провести расчет НДС в

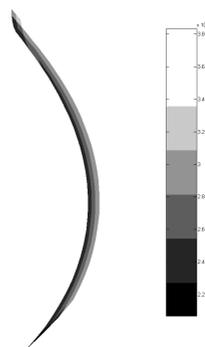


Рис. 3. Распределение максимальных контактных напряжений по поверхности зуба конического колеса (Па)

зоне контакта для большого числа относительных положений колес передачи. При этом могут быть выбираться произвольные точки первоначального контакта на поверхности конического колеса, отвечающие отдельным относительным положениям звеньев передачи (рис. 3).

При оптимизации параметров передачи требуются более точные методы изучения контактного взаимодействия, особенно на тех участках поверхности, которые испытывают наибольшее контактное давление. Вместе с этим необходим расчет НДС каждого из колес в отдельности, так и совместно в рамках постановки задачи контакта двух упругих тел. Для этого потребуются численные модели как отдельных зубьев, так и зубчатых колес целиком. Достоинством предлагаемой технологии исследований является возможность прямого использования результатов геометрического моделирования рабочего

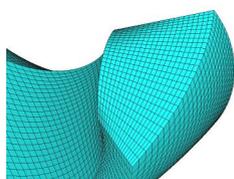


Рис. 4. Фрагмент КЭМ зуба конического колеса

процесса **III** на этапе синтеза рабочих поверхностей **IV**. Так, для цилиндро-конической передачи разработан алгоритм автоматического построения конечно-элементной модели зуба конического колеса по найденному набору точек рабочих поверхностей (рис. 4).

С целью ответа на вопрос об оптимальности текущих значений параметров передачи необходимо осуществить параметрический анализ **VI**, в ходе которого производится оценка кинематических, прочностных и других качеств передачи по заранее сформулированным критериям **I**. Вместе с этим можно выделить

влияние отдельных параметров на указанные свойства передачи и осуществить их вариацию с целью повышения тех или иных качеств, исходя из предъявляемых к передаче требований. Полученный в результате набор должен удовлетворять ограничениям **K**, в случае чего он может быть взят за исходный в новом цикле исследований. Подобный итерационный процесс дает возможность подобрать оптимальные значения одного или целого ряда параметров. Так, например, значение кривизны зуба цилиндрического колеса, имеющего в плоскости вращения эвольвентный профиль [5], может повысить контактную прочность зубьев передачи. Дело в том, что величина максимального контактного напряжения обратно пропор-

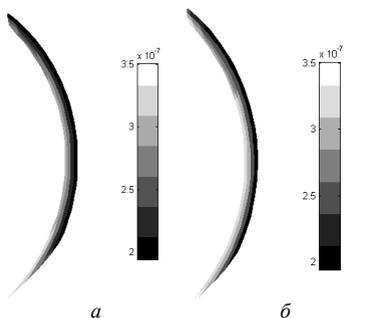


Рис. 5. Распределение значений площадей контактных площадок (m^2) на рабочей поверхности зуба конического колеса при значениях радиуса кривизны зуба цилиндрического колеса 20 мм (*a*) и 30 мм (*б*)

ционально площади контактной площадки при заданном прижимающем усилии. Значение площади пятна контакта тем больше, чем меньше зазор между поверхно-

стями контактирующих тел [7]. С увеличением радиуса кривизны зуба цилиндрического колеса в окружном направлении зазор может быть уменьшен. Однако этот радиус кривизны не может принимать сколь угодно большие значения: начиная с некоторого $\rho_{крит}$ произойдет пересечение областей выпукло-вогнутого зуба конического колеса и выпуклого зуба цилиндрического колеса, когда зазор между их рабочими поверхностями в районе контакта в одном из положений окажется отрицательным. На рис. 5 приведены распределения значений площадей контактных площадок для различных значений кривизны зуба цилиндрического колеса, полученные с помощью метода Герца.

Аналогичные приемы, подходы, методы и алгоритмы применимы при исследовании и оптимизации конструкции механизма наклона плавильной печи [8] (рис. 6).

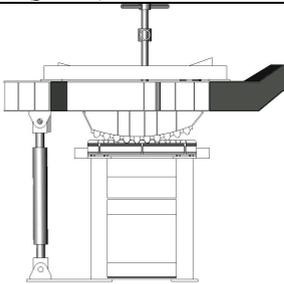


Рис. 6. Механизм наклона плавильной печи: схема конструкции



Рис. 7. Прототип цилиндрично-конической двухпараметрической зубчатой передачи

Прототипирование. С использованием разработанной методики, моделей, алгоритмов и программного обеспечения появилась возможность реализации сложнопрофильных деталей в материальном виде. На рис. 7 – пример цилиндрично-конической передачи двухпараметрической передачи, изготовленной на станке с ЧПУ по геометрической модели, построенной в Pro/ENGINEER на основе моделирования контактного сопряжения и напряженно-деформированного состояния в специализированном программно-модельном комплексе. Непосредственная проверка продемонстрировала работоспособность изготовленной передачи, в т.ч. обеспечение непрерывности контакта при взаимном смещении колес друг относительно друга.

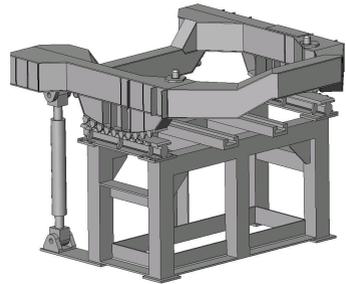


Рис. 8. Электронная модель механизма наклона плавильной печи

На рис. 8 представлен электронная модель макета механизма наклона плавильной печи, выполненная в среде SolidWorks. Данная модель уже подготовлена для численного анализа напряженно-деформированного состояния с учетом

контактного взаимодействия, а также служит основой для изготовления физического макета, на котором будет производиться экспериментальное исследование кинематики, динамики и напряженно-деформированного состояния.

Заключение. Предложенная технология частично реализована для цилиндро-конической передачи и механизма наклона плавильной печи. Создан программный комплекс синтеза рабочих поверхностей, оценки и анализа контактных напряжений, а также реализован алгоритм автоматизированного создания конечноэлементных моделей зубьев передачи. С помощью этого инструмента проведен ряд многовариантных расчетов двухпараметрической передачи по схеме на рис. 1, показавший работоспособность и применимость технологии для исследования сложнопрофильных деталей различных механизмов и их оптимизации по кинематическим и прочностным критериям, а также создана электронная модель механизма наклона плавильной печи.

Оказалось, что даже оценочные расчеты в рамках исследовательской схемы приносят существенные результаты: характер качественной зависимости прочностных характеристик от варьируемых параметров, области максимальных напряжений и рабочие режимы, при которых они возникают. Кроме того, все модули программного комплекса выполняются автоматически, что при наличии автоматизированных средств взаимодействия отдельных составляющих программного комплекса и применении средств автоматизированного проектирования существенно сокращает время проектирования и синтеза оптимальных параметров.

Изготовлен прототип двухпараметрической цилиндро-конической зубчатой передачи, продемонстрировавший работоспособность, сопрягаемость рабочих поверхностей и отсутствие интерференции материала. Планируется изготовление макета механизма наклона плавильной печи.

На основании проведенных расчетов можно сделать вывод о перспективности такой технологии исследований и возможности ее эффективного применения для широкого класса сложнопрофильных деталей конструкций.

Список литературы: 1. *Ткачук А.В., Ткачук Н.Н.* Математическое моделирование динамических процессов и напряженно-деформированного состояния элементов гидрообъемной передачи // Вестник НТУ „ХПИ”. – 2003 – № 28. – с.9-18. 2. *Ткачук Н.Н.* Методы и алгоритмы синтеза формы рабочих поверхностей зубьев двухпараметрических передач // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – 2005. – № 60. – С.137-151. 3. *Левина З.М., Решетов Д.Н.* Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971. – 264 с. 4. *Ковалюх В.Р.* Синтез зубчатых вариаторов на основе колес с равновысокоширокими зубьями и впадинами: Дисс. канд.техн. наук // Харьков, 1982. – 156 с. 5. *Ткачук Н.Н.* Особенности реализации кинематического метода расчета двухпараметрических передач // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – 2006. – № 3. – С.133-151. 6. *Литвин Ф. Л.* Теория зубчатых зацеплений. – Л.: Машиностроение, 1968. – 584 с. 7. *Hertz H.* Uber die Beruhrung fester elastischer Korper // J. Reine Angew. Math. – 1881. – Vol. 92. – S.156-171. 8. *Полицук Т.В., Ткачук Н.Н.* К вопросу о кинематическом и силовом анализе механизма наклона плавильной печи // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – 2007. – № 29. – С.122-131.

Поступила в редколлегию 08.11.07