

*Е.Е. АЛЕКСАНДРОВ*, д-р. техн. наук,  
*В.В. ПИДАШОВ*, аспирант (г. Харьков)

## **ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ И ОБЛАСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОЛЕБАНИЙ КОРПУСА ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО ПЕРЕСЕЧЁННОЙ МЕСТНОСТИ**

Досліджені похибки, що виникають підчас реалізації математичної моделі коливань корпусу гусеничної машини. Проведено порівняльний аналіз точної та наближеної моделі. Дана оцінка та розглянуті можливі області застосування зазначених математичних моделей.

Lapses which originate at implementation of mathematical model of oscillations of the hull of the track vehicle are investigated. The comparative analysis of exact and approximated models is conducted. The estimation is given and possible areas of use of the indicated models are considered.

**Введение.** Построение максимально полной и адекватной математической модели колебаний корпуса гусеничной машины при её движении по пересечённой местности является основной задачей при исследовании динамики, плавности хода, нагруженности ходовой системы. Полнота и адекватность модели заключается в учёте всех возможных внешних и внутренних факторов, действующих на машину и на систему поддрессоривания в частности, в том числе и нелинейных. Только так можно получить наиболее точные результаты и проанализировать работоспособность машины в различных условиях эксплуатации.

**Постановка задачи.** Современный уровень развития вычислительной техники позволяет решать самые сложные модели. Однако это требует значительных затрат времени. Поэтому, встаёт вопрос о возможности упрощения математической модели колебаний корпуса гусеничной машины с сохранением требуемой точности конечных результатов. Это, в свою очередь, ведёт к появлению ряда погрешностей, которые в большинстве конструкторских расчётах не должны превышать 3 – 5 %.

**Анализ исследований и публикаций.** В работах [1, 2] авторами получена математическая модель колебаний корпуса гусеничной машины при её движении по пересечённой местности с учётом всех возможных нелинейных моментов. Также рассмотрены вопросы точности получаемых результатов на различных скоростях движения машины и при разных условиях её эксплуатации. Кроме того, даны рекомендации о возможных упрощениях входящих в модель элементов, которые практически не сказываются на результатах, но позволяют значительно сэкономить время.

**Цели работы.** Целями данной статьи является исследовать природу погрешностей, возникающих при решении математической модели колебаний

корпуса ГМ; упростить, где это возможно, силовые факторы, действующие на машину при движении; оценить точность получаемых результатов.

**Основные погрешности, возникающие при реализации математической модели колебаний корпуса ГМ.** При исследовании динамики ГМ при движении по пересечённой местности будем исходить из следующих допущений:

- корпус ГМ совершает плоско-параллельное движение. Это допущение принимается в большинстве работ, где учитываются нелинейные характеристики подвесок, и оправдывается тем, что кинематика индивидуальной подвески, используемой в ГМ, не допускает боковых колебаний корпуса, поскольку они должны сопровождаться боковым скольжением опорных катков по гусенице или гусеницы по грунту;
- в процессе колебаний корпуса будем учитывать деформацию упругих элементов подвески и грунта;
- деформация корпуса машины вследствие его высокой жёсткости отсутствует.
- будем учитывать статическое натяжение гусеницы, которое действует на крайние опорные катки. Во многих задачах необходимо учитывать переменный характер натяжения. Кроме того, иногда натяжением гусеницы можно пренебречь [1, 2].

Наиболее полная математическая модель колебаний корпуса ГМ при её прямолинейном движении представлена в [3]:

$$\begin{aligned}
 m_{no} \frac{\ddot{Z}}{2} &= N_{nz} + N_{gz} - \frac{G_{II}}{2} + \sum_{i=1}^{n_k} R_{zin}; \\
 I_o \frac{\ddot{\phi}}{2} &= N_{ex} (H_2 + Z - q_g) + N_{hx} (H_2 + Z - q_n) - l_n N_{nz} + l_g N_{gz} - \\
 &\quad - \sum_{i=1}^{n_k} \left[ R_{zi} \left( l_{\delta i} - R_{\delta} \cos(\beta_i) - \Delta x_i - (H_1 + Z - q_i) \left( \frac{dq_i}{dx_i} + f_{\text{эпунт}} \right) \right) \right],
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $m_{no}$ ,  $I_o$  – масса и момент инерции подрессоренной части гусеничной машины;  $R_{zi}$  – полная вертикальная составляющая реакции грунта на опорном катке;  $n_k$  – число опорных катков одного борта;  $G_{II}$  – вес подрессоренной части машины;  $N_{nz}$ ,  $N_{gz}$ ,  $N_{hx}$ ,  $N_{ex}$  – вертикальные и горизонтальные реакции на направляющем и ведущем колёсах, обусловленные их ударом о грунт, соответственно (при отсутствии ударов равны нулю);  $l_{\delta i}$ ,  $l_n$ ,  $l_g$  – расстояния от центра тяжести до осей торсионов, осей направляющего и ведущего колёс соответственно;  $R_{\delta}$  – длина балансира;  $\beta_i$  – угол между горизонталью и  $i$ -м балансиром в статике;  $\Delta x_i$  – смещение по горизонтали оси  $i$ -го опорного катка, обусловленное движением по неровно-

сти;  $H_1, H_2$  – расстояния от центра тяжести до осей катков и грунта по вертикали в статике;  $q_i, q_n, q_e$  – высоты неровности под  $i$ -м опорным катком, направляющим и ведущим колёсами соответственно;  $dq_i/dx_i$  – скорость изменения высоты неровности под  $i$ -м катком;  $f_{\text{грунт}}$  – коэффициент сопротивления перекатыванию опорного катка.

Основные погрешности при решении системы уравнений (1) возникают при учёте натяжения гусеницы, а также, при определении полной вертикальной составляющей реакции грунта, действующей на  $i$ -й опорный каток  $R_{zi}$ .

Полную вертикальную реакцию грунта, действующую на опорный каток, можно представить в виде:

$$N_{zi} = \frac{c_T(\psi_{0i} + \psi_i - \varphi)}{R_{\sigma} [\cos(\beta_i - \psi_i) + F_i \sin(\beta_i - \psi_i)]} + \frac{P_{ai} R_{\sigma} D_{ai} \sin(\gamma_{ai} - \psi_i + \varphi) \left( R_{\sigma i}^2 + D_{ai}^2 - 2R_{\sigma i} D_{ai} \cos(\gamma_{ai} - \psi_i + \varphi) \right)^{1/2}}{R_{\sigma} [\cos(\beta_i - \psi_i) + F_i \sin(\beta_i - \psi_i)]}, \quad (2)$$

где  $c_T$  – жёсткость торсионного вала на кручение,  $\psi_{0i}$  – угол предварительной закрутки торсиона,  $\psi_i$  – текущий угол закрутки торсиона  $i$ -й при движении машины по неровностям,  $P_{ai}$  – усилие, обусловленное действием амортизатора (если установлен),  $D_{ai}$  – расстояние от оси торсиона до крепления амортизатора в корпус машины,  $\gamma_{ai}$  – угол между балансиrom и расстоянием  $D_{ai}$ , параметр  $F_i = dq_i/dx_i + f_{\text{грунт}}$ ,  $\varphi$  – угол продольного наклона корпуса [1].

Выражение (2) является неявной функцией обобщенных координат  $Z_i$  (вертикальное перемещение корпуса) и  $\varphi$ . Оно состоит из упругой составляющей  $N'_{zi}$ , если учесть член, содержащий жесткость торсиона  $c_T$  и знаменатель, и составляющей, обусловленной амортизатором  $N''_{zi}$ , если учесть член, содержащий  $P_{ai}$  со знаменателем. Выражение (2) можно представить в виде приближённой явной функции обобщённых координат. Для этого произведём разложение упругой составляющей и составляющей, обусловленной гидравлическим амортизатором. Искомое разложение в ряд в виде общего выражения можно представить следующим образом, если удерживать члены не выше  $Z_i^3$ ,  $\varphi$ :

$$N'_{zi} = N_{zi}(0) + \left( \frac{\partial N'_{zi}}{\partial Z_i} \right)_0 Z_i + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 N'_{zi}}{\partial Z_i^2} \right)_0 Z_i^2 + \frac{1}{3!} \left( \frac{\partial^3 N'_{zi}}{\partial Z_i^3} \right)_0 Z_i^3 + \varphi \left[ \left( \frac{\partial N'_{zi}}{\partial \varphi} \right)_0 + \left( \frac{\partial^2 N'_{zi}}{\partial Z_i \partial \varphi} \right)_0 Z_i \right] + \dots \quad (3)$$

Индекс ноль у скобки указывает на то, что частная производная вычисляется для положения равновесия. Учитывая функциональную зависимость  $N'_{zi}(\psi_i, \varphi)$ ,  $\psi_i(Z_i)$ , вычисляем частные производные:

$$\frac{\partial N'_{iz}}{\partial Z_i} = \frac{\partial N'_{zi}}{\partial \psi_i} \frac{d\psi_i}{dZ_i}; \quad \frac{\partial^2 N'_{zi}}{\partial Z_i^2} = \frac{\partial^2 N'_{zi}}{\partial \psi_i^2} \left( \frac{d\psi_i}{dZ_i} \right)^2 + \frac{\partial N'_{zi}}{\partial \psi_i} \frac{d^2 \psi_i}{dZ_i^2} \text{ и т.д.}$$

В результате разложения получим выражение упругой составляющей реакции:

$$N'_{zi} = N_{zi}(0) + A_{1i}Z_i + A_{2i}Z_i^2 + A_{3i}Z_i^3 + \varphi(A_{4i} + A_{5i}Z_i) + \dots, \quad (4)$$

где  $N_{zi}(0)$ ,  $A_{ji}$  – функции уравнения неровностей, так как они зависят от  $F_i$ :

$$\begin{aligned} N_{zi}(0) &= \frac{c_T \psi_{0i}}{R_\sigma \Phi_i}; \quad A_{1i} = \frac{c_T}{R_\sigma \Phi_i \cos(\beta_i)} \left( 1 - \psi_{0i} \frac{\Omega_i}{\Phi_i} \right); \\ A_{2i} &= \frac{c_T}{2R_\sigma \cos^2(\beta_i)} \left( -2 \frac{\Omega_i}{\Phi_i^2} + (\psi_{0i} - \text{tg}(\beta_i)) \frac{1}{\Phi_i} + 2\psi_{0i} \frac{\Omega_i^2}{\Phi_i^3} + \psi_{0i} \text{tg}(\beta_i) \frac{\Omega_i}{\Phi_i^2} \right); \\ A_{3i} &= \frac{c_T}{6R_\sigma^4 \cos^3(\beta_i) \Phi_i} \left[ 4 - 6\psi_{0i} \text{tg}(\beta_i) + 3\text{tg}^3(\beta_i) + \right. \\ &\quad \left. + 3 \left( -2\psi_{0i} + 4\text{tg}(\beta_i) + \psi_{0i} \text{tg}^2(\beta_i) \right) \frac{\Omega_i}{\Phi_i} + \right. \\ &\quad \left. + 4(1 - 3\psi_{0i} \text{tg}(\beta_i)) \frac{\Omega_i^2}{\Phi_i^2} - 6\psi_{0i} \frac{\Omega_i^3}{\Phi_i^3} \right]; \quad A_{4i} = -\frac{c_T}{R_\sigma \Phi_i}; \\ A_{5i} &= \frac{c_T \Omega_i}{R_\sigma^2 \Phi_i \cos(\beta_i)}; \quad \Phi_i = \cos(\beta_i) + F_i \sin(\beta_i); \quad \Omega_i = \sin(\beta_i) - F_i \cos(\beta_i). \end{aligned}$$

Рассмотрим усилие в амортизаторе  $P_{ai}$ . Оно является функцией скорости перемещения поршня штока относительно цилиндра  $V_i$  и определяется экспериментально. Аналитически эту характеристику можно представим в виде:

$$P_{ai} = \begin{cases} k_{npi} V_i^2, & 0 < V_i \leq V_{0i}; \\ P_{0i}, & V_i > V_{0i}; \\ -k_{обi} V_i^2, & V_i \leq 0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $P_{0i}$  – усилие отсечки

В (5) первая строка соответствует прямому ходу, когда скорость движения поршня относительно цилиндра  $V_i$  меньше скорости  $V_{0i}$ , соответствующей усилию отсечки  $P_{0i}$ . Вторая строка соответствует моменту открытия дополнительных перепускных клапанов, когда усилие в амортизаторе равно  $P_{ai}$  усилию отсечки  $P_{0i}$ . Третья строка соответствует обратному ходу амортизатора.

Скорость движения поршня штока относительно цилиндра  $V_i$  можно определить дифференцированием по времени длины амортизатора  $AB_i$ , которое также является функцией обобщённых координат:

$$AB_i = \sqrt{R_{\sigma}^2 + D_{ai}^2 - 2R_{\sigma}D_{ai} \cos(\gamma_{ai} - \psi_i + \varphi)}. \quad (6)$$

Выражение (6) представляет собой  $AB_i$  в виде неявной функции обобщенных координат. Получим явное выражение искомого отрезка в зависимости от обобщенных координат. С этой целью производим разложение неявной функции (6) в степенной ряд по динамическому ходу  $Z_i$  и  $\varphi$ , ограничиваясь линейными членами относительно  $\varphi$  и членами, содержащими  $Z_i^3$ .

$$AB_i = d_{0i} - d_{1i}Z_i + \frac{d_{2i}}{2}Z_i^2 - \frac{d_{3i}}{3}Z_i^3 + \varphi(d_{4i} - d_{5i}Z_i). \quad (7)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} d_{0i} &= \sqrt{R_{\sigma}^2 + D_{ai}^2 - 2R_{\sigma}D_{ai} \cos(\gamma_{ai})}; & d_{1i} &= \frac{R_{\sigma}D_{ai}}{d_{0i}a_i} \sin(\gamma_{ai}); \\ d_{2i} &= \frac{R_{\sigma}D_{ai}}{d_{0i}a_i^2} \left( \frac{R_{\sigma}D_{ai}}{d_{0i}^2} + \cos(\gamma_{ai}) + \sin(\gamma_{ai}) \operatorname{tg}(\beta_i) \right); \\ d_{3i} &= \frac{R_{\sigma}D_{ai}}{2d_{0i}a_i^3} \left( 3 \frac{R_{\sigma}^2 D_{ai}^2}{d_{0i}^4} \sin^3(\gamma_{ai}) - \frac{R_{\sigma}D_{ai}}{d_{0i}^2} \cos(\gamma_{ai}) (\sin(\gamma_{ai}) + 3 \operatorname{tg}(\beta_i)) - \right. \\ &\quad \left. - 3 \cos(\gamma_{ai}) \operatorname{tg}(\beta_i) - 3 \sin(\gamma_{ai}) \operatorname{tg}^2(\beta_i) \right); \\ d_{4i} &= \frac{R_{\sigma}D_{ai}}{d_0} \sin(\gamma_{ai}); \\ d_{5i} &= \frac{R_{\sigma}D_{ai}}{d_{0i}a_i} \left( \frac{R_{\sigma}D_{ai}}{d_{0i}^2} \sin^2(\gamma_{ai}) + \cos(\gamma_{ai}) \right). \end{aligned}$$

В результате, получаем искомое выражение скорости работы амортизатора  $i$ -й подвески:

$$V_i = (d_{1i} - d_{2i}Z_i + d_{3i}Z_i^2 + d_{5i}\dot{\varphi})\dot{Z}_i - (d_{4i} + d_{5i}Z_i)\dot{\varphi}, \quad (8)$$

где

$$\dot{Z}_i = -\dot{Z} + l_i\dot{\varphi} + q_i.$$

Перейдём к представлению в явной форме силовой характеристики телескопического амортизатора в виде реакции  $N''_{zi}$ , действующей на каток и зависящей от  $P_{ai}$ . Так как усилие в амортизаторе  $P_{ai}$  представлено функцией  $Z_i$ ,  $\dot{Z}_i$  с учётом выражений (5) и (8), остаётся представить передаточное отношение между осью амортизатора и осью катка. С этой целью необходимо разложить в ряд по  $Z_i$  выражение, стоящее сомножителем возле  $P_{ai}$  в (2):

$$N''_{zi} = P_{ai} (a_{0i} + a_{1i}Z_i + a_{2i}Z_i^2 + a_{3i}\dot{\varphi}), \quad (9)$$

Здесь постоянные и функции времени запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} a_{0i} &= k'_{2i} \frac{\sin(\gamma_{ai})}{\omega_{li}}; \\ a_{1i} &= -\frac{k'_{2i}}{a_i\omega_{li}} \left( \cos(\gamma_{ai}) - \frac{k'_{1i} \sin^2(\gamma_{ai})}{2} + \omega_{2i} \sin(\gamma_{ai}) \right); \\ a_{2i} &= \frac{k'_{2i}}{4a_i^2\omega_{li}} \left( -\sin(\gamma_{ai}) + \omega_{2i} \cos(\gamma_{ai}) - \frac{k'_{1i}}{4} \sin(\gamma_{ai}) \cos(\gamma_{ai}) \right) + \\ &+ \frac{k'_{2i}}{4a_i^2\omega_{li}} \left[ \omega_{2i} \cos(\gamma_{ai}) + \sin(\gamma_{ai}) + \omega_{2i} \sin(\gamma_{ai}) \left( 2\omega_{2i} - \frac{k'_{1i} \sin(\gamma_{ai})}{2} \right) \right] + \\ &+ \frac{k'_{2i}k'_{1i}}{4a_i^2\omega_{li}} \left( \cos(\gamma_{ai}) + \omega_{2i} \sin(\gamma_{ai}) - 0,75 k'_{1i} \sin^2(\gamma_{ai}) \right) + \\ &+ \frac{k'_{2i}}{4a_i^2} \operatorname{tg}(\beta_i) \left( \cos(\gamma_{ai}) + \omega_{2i} \sin(\gamma_{ai}) - \frac{k'_{1i} \sin^2(\gamma_{ai})}{2} \right); \\ a_{3i} &= \frac{k'_{2i}}{\omega_{li}} \left( \cos(\gamma_{ai}) - \frac{k'_{2i} \sin^2(\gamma_{ai})}{2} \right). \end{aligned}$$

Функции уравнения неровностей таковы:

$$\omega_{1i} = \cos(\beta_i) + F_i \sin(\beta_i); \quad \omega_{2i} = \sin(\beta_i) - F_i \cos(\beta_i).$$

Постоянные:

$$k_i = \frac{2R_a D_{ai}}{R_a^2 + D_{ai}^2}; \quad k'_{1i} = \frac{2R_a D_{ai}(1 - k_i \sin(\gamma_{ai}))}{\sqrt{R_a^2 + D_{ai}^2}},$$

$$k'_{2i} = \frac{D_{ai}}{\sqrt{R_a^2 + D_{ai}^2} \sqrt{(1 - k_i \sin(\gamma_{ai}))}}.$$

В (9) член, стоящий сомножителем возле  $P_{ai}$ , является, как уже говорилось, передаточным отношением между амортизатором и осью катка, которое изменяется в зависимости от динамического хода и уравнения неровностей. При этом  $a_{0i}$  – передаточное отношение вблизи положения равновесия подвески. Остальные члены, стоящие в скобках выражения (9), характеризуют изменение передаточного отношения в зависимости от динамического хода.

Рассмотрим влияние натяжения гусеницы. Учёт переменного натяжения является очень сложной и объёмной задачей. В работе [2] приведен алгоритм определения переменного натяжения гусеничного обвода в случае линейной и нелинейной зависимости удлинения гусеницы от натяжения. Рассмотрим случай, когда учитывается только статическое натяжение  $T_0$ , причём натяжения переднего  $T_1$  и заднего  $T_6$  наклонных участков гусеницы (для 6-ти опорной машины при заднем расположении ведущих колёс) определяются как [1]:

$$T_1 = T_0; \quad T_6 = T_1 + F_6 \frac{G_{II}}{2}. \quad (10)$$

Из условия равновесия балансира и опорного катка в промежуточном положении во время движения запишем полную реакцию грунта с учётом (10):

$$R_{z1} = \frac{\frac{c_T}{R_6} (\psi_{01} + \psi_1 - \varphi) + P_{a1} \sin(\delta_1) - T_1 [\sin(\beta_1 - \psi_1) - \sin(\beta' - \psi_1 + \theta_1)]}{\cos(\beta_1 - \psi_1) + F_1 \sin(\beta_1 - \psi_1)}. \quad (11)$$

где

$$\sin(\delta_i) = \frac{D_{ai} \sin(\gamma_{ai} - \psi_i + \varphi)}{\sqrt{R_{\delta i}^2 + D_{ai}^2 - 2R_{\delta i} D_{ai} \cos(\gamma_{ai} - \psi_i + \varphi)}}. \quad (12)$$

Индекс  $i$  в выражении (12) обозначает номер подвески, на которой установлен амортизатор. Так как  $\psi_1, \theta_1$  – функции  $Z_1$ , разложив сомножитель при  $T_1$  в степенной ряд, получим выражение полной вертикальной составляющей грунта, действующей на первый опорный каток, в виде явной функции обобщённых координат:

$$R_{z1} = N_{z1}(0) + A_{11}Z_1 + A_{21}Z_1^2 + A_{31}Z_1^3 + \varphi(A_{41} + A_{51}Z_1) + P_{a1} \left( a_{01} + a_{11}Z_1 + a_{21}Z_1^2 + a_{31}\varphi \right) - T_1 \left( b_{01} + b_{11}Z_1 + b_{21}Z_1^2 + \varphi(b_{31} + b_{41}Z_1) \right) \quad (13)$$

где

$$\beta' = \alpha_1 - \beta_1;$$

$$n = \frac{L'_n}{R_\sigma} \cos(\gamma_n) + \cos(\beta'); \quad n_1 = \sin(\beta_1) - \sin(\beta'); \quad n_2 = -\cos(\beta_1) + \cos(\beta');$$

$$b_{01} = \frac{n_1}{\Phi_1}; \quad b_{11} = -\frac{1}{a_1\Phi_1} \left( -n_2 + \frac{n_1\Omega_1}{\Phi_1} + \frac{1}{n} \cos(\beta') \cos(\beta_1) \right);$$

$$b_{21} = -\frac{1}{2a_1\Phi_1} \left[ \frac{\Omega_1}{\Phi_1} \left( n_2 - 2\frac{n_1\Omega_1}{\Phi_1} \right) - \frac{1}{n_2} \sin(\beta') \cos^2(\beta') + \frac{\cos(\beta')}{n} \left( \sin(\beta') - \frac{\sin 2(\beta')}{n} \right) - \frac{2}{n} \cos(\beta') \left( -\sin(\beta') + \frac{\Omega_1}{\Phi_1} \cos(\beta') \right) + \operatorname{tg}(\beta') \left( n_2 - \frac{n_2\Omega_1}{\Phi_1} - \frac{\cos^2(\beta')}{n} \right) \right];$$

$$b_{31} = -\frac{L'_n \cos(\beta') \cos(\gamma_n)}{R_\sigma n \Phi_1};$$

$$b_{41} = -\frac{L'_n}{R_\sigma a_1 n^2 \Phi_1} \left( n \left( \sin(\beta') - \frac{\Omega_1}{\Phi_1} \cos(\beta') \right) \cos(\gamma_n) - \cos(\gamma_n) \sin(\beta') \cos(\beta') + \cos(\beta') \sin(\gamma_n - \beta') \right).$$

Аналогичное разложение реакции грунта производится для последнего опорного катка:

$$R_{z6} = \frac{\frac{c_T}{R_\sigma} (\psi_{06} + \psi_6 - \varphi) + P_{a6} \sin(\delta_6) - T_6 [\sin(\beta_6 - \psi_6) - \sin(\beta'' - \psi_6 - \theta_6)]}{\cos(\beta_6 - \psi_6) + F_6 \sin(\beta_6 - \psi_6)}. \quad (14)$$

где  $\beta'' = \alpha_6 + \beta_6$ . Разложив коэффициент при  $T_6$  в степенной ряд по  $Z_6$  с учётом соотношений (2.4), (2.9), получим:



$$\begin{aligned}
R_{z_6} = & N_{z_6}(0) + A_{16}Z_6 + A_{26}Z_6^2 + A_{36}Z_6^3 + \varphi(A_{46} + A_{56}Z_6) + \\
& P_{a_6} \left( a_{06} + a_{16}Z_6 + a_{26}Z_6^2 + a_{36}\varphi \right) - \\
& - T_6 \left( b_{06} + b_{16}Z_6 + b_{26}Z_6^2 + \varphi(b_{36} + b_{46}Z_6) \right)
\end{aligned} \tag{15}$$

В этом выражении постоянные и функции уравнения неровностей запишем в следующем виде:

$$m = \frac{L'_\epsilon}{R_\sigma} \cos(\gamma_\epsilon) - \cos(\beta''); \quad m_1 = \sin(\beta'') - \sin(\beta_\epsilon);$$

$$m_2 = \cos(\beta_\epsilon) - \cos(\beta''); \quad F_6 = f_{\text{прям}} + \frac{dq_6}{dx_6}$$

$$b_{06} = \frac{m_1}{\Phi_6};$$

$$b_{16} = -\frac{1}{a_6\Phi_6} \left( \frac{L'_\epsilon}{R_\sigma m} \cos^2(\beta'') + \frac{m_1\Omega_6}{\Phi_6} - m_2 \right);$$

$$\begin{aligned}
b_{26} = & \frac{1}{m a_6 \Phi_6} \left[ \frac{\Omega_6}{\Phi_6} \left( 2m_2 - m_1 \frac{\Omega_6}{\Phi_6} \right) + \frac{2L'_\epsilon}{R_\sigma m} \sin(\beta'') \cos(\beta'') \left( 1 - \frac{\Omega_6}{\Phi_6} \text{ctg}(\beta'') \right) + \right. \\
& + \frac{L'^2_\epsilon}{R_\sigma^2 m^2} \sin(\beta'') \cos^2(\beta'') + \frac{L'_\epsilon}{R_\sigma m} \cos(\beta'') \sin(\beta'') \left( 1 + \frac{2}{m} \cos(\beta'') \right) + \\
& \left. + \left( m_2 - \frac{m_1\Omega_6}{\Phi_6} \right) \text{tg}(\beta_\epsilon) - \frac{L'_\epsilon}{R_\sigma m} \text{tg}(\beta_\epsilon) \cos^2(\beta'') \right];
\end{aligned}$$

$$b_{36} = \frac{\cos(\beta'') \cos(\gamma_\epsilon)}{m \Phi_6};$$

$$\begin{aligned}
b_{46} = & \frac{\cos(\gamma_\epsilon)}{m a_6} \left[ \frac{\sin(\beta'')}{\Phi_6} \left( 1 - \text{ctg}(\beta_\epsilon) \frac{\Omega_6}{\Phi_6} \right) + \frac{L'_\epsilon}{m R_\sigma \Phi_6} \sin(\beta'') \cos(\beta'') + \right. \\
& \left. + \frac{\cos(\beta'')}{m \Phi_6} \left( \sin(\beta'') + \frac{L'^2_\epsilon}{R_\sigma^2} \cos(\beta'') \text{tg}(\gamma_\epsilon) \right) \right].
\end{aligned}$$

При реализации математической модели колебаний корпуса можно использовать точные выражения вертикальной составляющей реакции грунта (11), (14) (для промежуточных катков натяжение гусеницы равно нулю). В работе [2] рекомендуется использовать выражения полной вертикальной составляющей грунта в приближенной форме (13), (15). В этом случае про-

грамма расчёта упрощается (отсутствуют углы поворота балансира  $\psi_i$ ) и экономится счётное время. Погрешность при таком подходе составляет до 3%.

Учёт влияния натяжения гусеницы в расчётах динамики ГМ занимает особое место. В настоящее время во многих работах, посвящённых математическому моделированию динамики движения ГМ по неровностям, считается, что гусеница не оказывает значительного влияния на плавность хода машины. В связи с этим натяжение прямо считать постоянным и определяющимся выражениями (10), хотя во многих задачах оно считается переменным.

Для оценки погрешностей, возникающих при реализации математической модели (1), сравним полученные результаты угловых и вертикальных колебаний и ускорений с результатами модели, приведенной в работе [1], которая аналогична системе (1), только натяжение гусеницы постоянное:

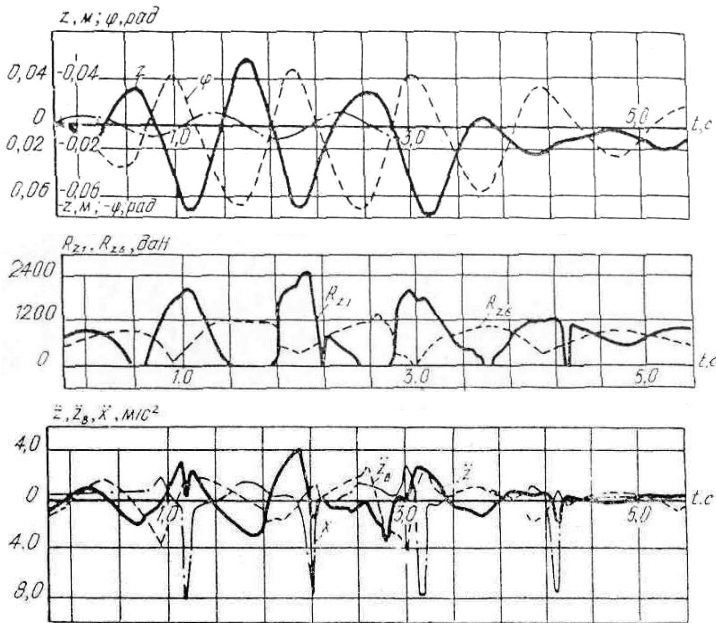


Рис. 1. Кривые  $Z, \varphi, \ddot{Z}, \ddot{Z}_g, R_{z1}, R_{z6}$ , полученные на основании точной модели

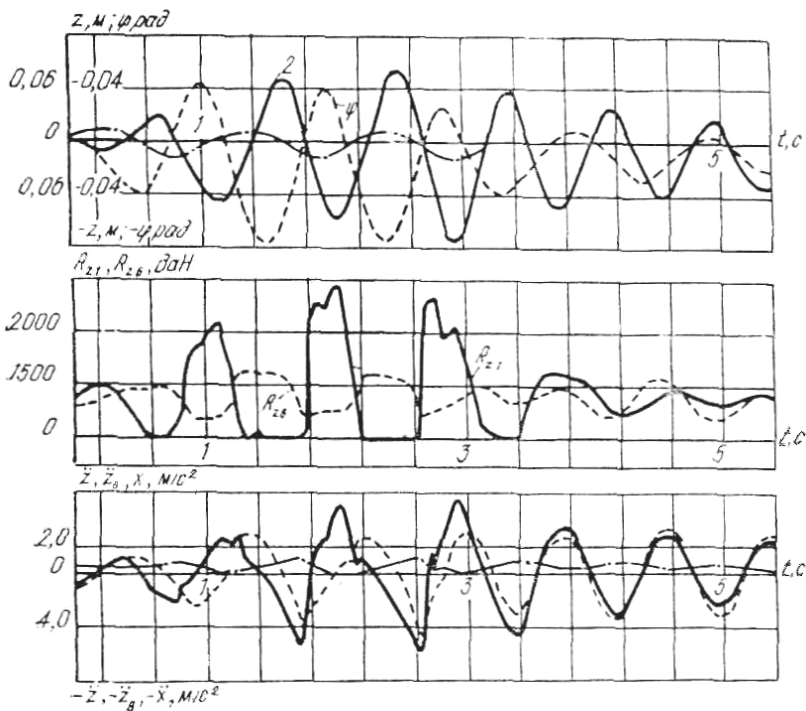


Рис. 2. Кривые  $Z, \varphi, \ddot{Z}, \ddot{Z}_6, R_{z1}, R_{z6}$ , полученные на основании модели (1) с учётом постоянного натяжения гусеницы

На рис. 1, 2 приведены кривые вертикальных  $Z$  и угловых  $\varphi$  колебаний корпуса ГМ, вертикальные составляющие реакции грунта для крайних опорных катков  $R_{z1}, R_{z6}$ , ускорения центра тяжести машины и на месте механика-водителя  $\ddot{Z}, \ddot{x}, \ddot{Z}_6$  соответственно для точной модели (1) и модели (1) с учётом с постоянного натяжения гусеницы (так называемая модель первого приближения). Кривые получены в работе [2] при движении машины со скоростью 25 км/ч по синусоидальным неровностям высотой 0,05 м и расстоянием между неровностями 6,72 м. При сравнении точной модели (1) с переменным натяжением гусеницы и модели первого приближения кривые  $Z, \varphi, \ddot{Z}, \ddot{Z}_6, R_{z1}, R_{z6}$  и их амплитудные значения отличаются друг от друга незначительно. Наибольшее отличие при сравнении точной и приближенной модели наблюдается в характере и амплитудных значениях горизонтальных ускорений центра тяжести машины.

Так, горизонтальные ускорения, построенные на основании точной модели (см. рис. 1) достигает  $0,8 g$ . На основании интегрирования приближённой модели горизонтальное ускорение не превосходит  $0,2 \text{ м/с}^2$ . Этот факт говорит о том, что основная причина горизонтальных ускорений центра тяжести гусеничной машины – рост натяжения рабочего или переднего наклонного участков гусеницы.

Из анализа расчётов, приведенных в [2] можно сделать вывод, что резонанс вертикальных колебаний на основании точной модели происходит при скорости движения  $31 \text{ км/ч}$ . Этот же резонанс по приближённой модели наблюдается при  $29...30 \text{ км/ч}$ . Резонанс продольных угловых колебаний на основании точной модели происходит при  $20 \text{ км/ч}$ , на основании приближённой –  $19...20 \text{ км/ч}$ . Следовательно, расчёт резонансных скоростей на основании модели первого приближения даёт погрешности: по вертикальным колебаниям  $\Delta_z = 3...4\%$ , по угловым колебаниям  $\Delta_\varphi = 5\%$ .

При расчёте горизонтальных ускорений центра тяжести корпуса приближённая математическая модель даёт недопустимую погрешность. В данной работе не рассматривается математическая модель колебаний корпуса машины, в которой натяжение гусеницы не учитывается (модель второго приближения). Такая модель используется довольно редко и даёт вышеупомянутые погрешности  $30...50\%$  [2].

**Заключение.** Существующая математическая модель колебаний корпуса гусеничной машины при её движении по пересечённой местности позволяет в зависимости от условий и требуемой задачи с разной степенью точности исследовать и оценить нагруженность системы поддрессоривания и плавность хода машины. Наиболее оптимальной для задач на плавность хода можно считать модель (1) первого приближения, которая учитывает все нелинейности, имеющие место при движении машины, и постоянное натяжение гусеницы. Такая модель даёт допустимые погрешности получаемых результатов и при этом позволяет значительно упростить расчёты и сэкономить счётное время.

**Список литературы:** 1. Аврамов В.П. Динамика гусеничной транспортной машины при прямолинейном движении по неровностям. – Киев: УМК ВО, 1992. – 100 с. 2. Аврамов В.П., Калейчев Н.Б. Динамика гусеничной транспортной машины при установившемся движении по неровностям. – Харьков: Вища школа, 1989. – 112 с. 3. Александров Е.Е., Грита Я.В., Дуценко В.В. и др. Колебания в транспортных машинах. – Киев: Віпол, 1996. – 256 с.

*Поступила в редколлегию 10.05.07*