

В.В. ЄПІФАНОВ, канд. техн. наук, **Б.В. ГРИГОРОВ**, магістр

ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРЯМОЛІНІЙНОГО РУХУ ШВИДКОХІДНИХ ТРАНСПОРТНИХ МАШИН З УРАХУВАННЯМ ЗМІННОГО КОЕФІЦІЄНТА ОПОРУ РУХУ

Наведено алгоритм рішення диференційного рівняння руху транспортного засобу з урахуванням залежності коефіцієнта опору прямолінійному руху від швидкості машини. Аналітичні залежності для розрахунку розгінних (динамічних) характеристик одержані шляхом інтегрування диференційного рівняння розгону транспортного засобу з використанням формули Кардано. Представлені результати розрахунку шляху та часу розгону швидкохідної гусеничної машини, наведено аналіз впливу зміни коефіцієнта опору руху на динамічні характеристики.

A solution algorithm of differential equation of vehicle motion with regard of resistance coefficient dependence to rectilinear motion on vehicle velocity is present. The analytical dependences for calculation starting (dynamic) characteristics were obtained by integrating differential equation of vehicle starting with the use Kardano's formula. Besides, calculation results of the way and time of starting of high-speed tracked vehicle are given. The study of the influence of the resistance coefficient alteration on dynamic characteristics is described.

Метою дослідження є врахування залежності коефіцієнта опору від швидкості руху транспортного засобу під час розрахунку його розгінних характеристик.

В основу алгоритму, що використовується, покладенні відомі математичні моделі розрахунку тяглових (динамічних) і розгінних (швидкісних) характеристик швидкохідних гусеничних [1, 2] і повнопривідних колісних [3, 4] машин, зокрема диференційне рівняння нерівномірного руху транспортного засобу:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{g}{d} (D - f_o), \quad (1)$$

де V – швидкість; t – час; g – прискорення вільного падіння; δ – коефіцієнт зведення мас, що обертаються; D – динамічний фактор; f_o – коефіцієнт опору руху.

Подамо вираз (1) у наступному виді:

$$dt = \frac{d}{g} \frac{dV}{(D - f_o)}. \quad (2)$$

Коефіцієнт зведення мас, що обертаються, визначається за наступною формулою [1, 2, 4]:

$$d_l = d_1 + d_2 i_l^2,$$

де $d_1=1.03\dots1.05$, $d_2=0.0015\dots0.0025$ – для колісних машин; $d_1=1.15\dots1.4$, $d_2=0.0015\dots0.004$ – для гусеничних машин; i_l – загальне передатне число трансмісії l -ї передачі.

Динамічний фактор запишемо наступним чином [2]:

$$D = \frac{1}{G} \left(\frac{N_{ce} h_o}{V} - K_o F V^2 \right), \quad (3)$$

де N_{ce} – вільна потужність двигуна; h_o – загальний коефіцієнт корисної дії; K_o – коефіцієнт опору повітря; F – найбільша площа поперечного зрізу машини; G – вага машини.

Вільна потужність двигуна дорівнює [5 – 7]:

$$N_{ce} = N_{eN} \left(a_w \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right) + b_w \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right)^2 - c_w \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right)^3 - a_D \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right)^{a_N} \right), \quad (4)$$

де N_{eN} – номінальна потужність двигуна; a_w , b_w , c_w – емпіричні коефіцієнти; a_D , a_N – коефіцієнти, що залежать від типу системи охолодження (при вентиляторній системі охолодження $a_N = 3$, $a_D = 0.12\dots0.16$; при ежекційній $a_N = 2$, $a_D = 0.1\dots0.14$); V_{lmax} – максимальна швидкість машини на l -ї передачі:

$$V_{lmax} = \frac{w_{max} R}{i_l},$$

тут w_{max} – максимальна кутова швидкість колінчастого вала двигуна; R – радіус ведучого колеса.

Загальний коефіцієнт корисної дії h_o становить [1, 2, 8]:

$$h_o = h_t (a_1 - a_2 V), \quad (5)$$

де h_t – коефіцієнт корисної дії трансмісії; a_1 , a_2 – коефіцієнти, величина яких залежить від типу рушія (якщо машина колісна $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, якщо використовується гусениця з гумово-металевими шарнірами $a_1 = 0.98$, $a_2 = 0.0021$ год/км, якщо використовується гусениця з металевими шарнірами $a_1 = 0.95$, $a_2 = 0.005$ год/км).

Підставимо вирази (4) та (5) в рівняння (3), отримаємо:

$$D = \frac{1}{G} \left[\frac{N_{eN} \left(a_w \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right) + b_w \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right)^2 - c_w \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right)^3 \right) \left(a_1 - a_2 V \right)}{V} - K_o F V^2 \right]$$

$$- \frac{a_D \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right)^{a_N}}{V}] h_t (a_1 - a_2 V) - K_o F V^2]. \quad (6)$$

Коефіцієнт опору руху має вигляд [8 – 10]:

$$f_o = f_l + k_f V^n, \quad (7)$$

де f_l – коефіцієнт опору руху за умов низької швидкості (для колісної машини, що рухається по асфальтній чи бетонній дорозі $f_l = 0.02$; для гусеничної машини, яка рухається тим же покриттям $f_l = 0.05$); k_f – емпіричний коефіцієнт, що дорівнює $(2...2.5) \cdot 10^{-4}$ коли машина колісна та $(4...6) \cdot 10^{-4}$ коли машина гусенична; n – емпіричний коефіцієнт, що дорівнює $(1...1.2)$ коли машина колісна та $(1.2...1.6)$ коли машина гусенична.

Підставимо вирази (6) та (7) в рівняння (2), получимо:

$$dt_l = d_l dV \left[g \frac{1}{G} \left[\frac{N_{eN} \left(a_w \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right) + b_w \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right)^2 - c_w \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right)^3 \right)}{V} - \frac{\left(a_D \left(\frac{V}{V_{lmax}} \right)^{a_N} \right) N_{eN}}{V} \right] h_t (a_1 - a_2 V) - K_o F V^2 - f_l - k_f V^n \right]^l. \quad (8)$$

У подальших розрахунках приймаємо $a_N = 3$ (якщо $a_N = 2$ алгоритм рішення не змінюється, змінюються лише коефіцієнти M_{1l} , M_{2l} , M_{3l} , що вказані нижче), а $n = 1$ для аналітичного розв'язання диференційного рівняння руху транспортного засобу.

Зінтегруємо та проведемо перетворення рівняння (8). Отримаємо час розгону машини на відповідній передачі:

$$t_l = \frac{d_l}{g} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{1}{M_{1l} V^3 + M_{2l} V^2 + M_{3l} V + M_{4l}} dV, \quad (9)$$

де

$$M_{1l} = \frac{N_{eN} h_t a_2 (c_w - a_D)}{G V_{lmax}^3};$$

$$M_{2l} = -\frac{N_{eN}h_t a_1 c_w}{GV_{lmax}^3} - \frac{N_{eN}h_t a_1 a_D}{GV_{lmax}^3} - \frac{N_{eN}h_t a_2 b_w}{GV_{lmax}^2} - \frac{K_o F}{G};$$

$$M_{3l} = \frac{N_{eN}h_t a_1 b_w}{GV_{lmax}^2} - \frac{N_{eN}h_t a_2 a_w}{GV_{lmax}} - k_f; \quad M_{4l} = \frac{N_{eN}h_t a_1 a_w}{GV_{lmax}} - f_l.$$

Початкова швидкість машини на відповідній передачі V_{lo} (окрім першої розгінної), яка присутня у формулі (9), визначаються наступним чином [1]:

$$V_{l+1,o} = V_{lmax} \left(1 - \frac{gf_o \tau}{d_o V_{lmax}} \right),$$

де d_o – коефіцієнт зведення мас, що обертаються, коли двигун від'єднан від коробки передач ($d_o = d_l$); τ – час перемикання передачі.

Початкова швидкість машини на першій розгінній передачі дорівнює:

$$V_{lo} = \frac{w_M R}{i_l},$$

де w_M – кутова швидкість колінчастого вала двигуна, що відповідає його максимальному обертовому моменту.

Якщо машина колісна ($a_2 = 0$), то рівняння (9) являє собою табличний інтеграл і час розгону можна записати наступним чином:

$$t_l = \frac{d_l}{g\sqrt{M_{3l}^2 - 4M_{2l}M_{4l}}} \ln \left(\frac{-\sqrt{M_{3l}^2 - 4M_{2l}M_{4l}} + 2M_{2l}V + M_{3l}}{\sqrt{M_{3l}^2 - 4M_{2l}M_{4l}} + 2M_{2l}V + M_{3l}} \right) \Bigg|_{V_{lo}}^{V_{lmax}}. \quad (10)$$

Рівняння (10) збігається з рівняннями, які наведені в [8-10].

Подамо рівняння (9) у виді:

$$t_l = \frac{d_l}{gM_{ll}} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{1}{V^3 + K_{2l}V^2 + K_{3l}V + K_{4l}} dV, \quad (11)$$

де $K_{2l} = \frac{M_{2l}}{M_{ll}}$; $K_{3l} = \frac{M_{3l}}{M_{ll}}$; $K_{4l} = \frac{M_{4l}}{M_{ll}}$.

Розглянемо знаменник підінтегральної частини рівняння (11). Знайдемо корені поліному третього ступеня. Для цього скористаємося формулою Кардано:

$$p_l = \frac{3K_{3l} - K_{2l}^2}{3}; \quad q_l = \frac{2K_{2l}^3}{27} - \frac{K_{2l}K_{3l}}{3} + K_{4l}; \quad D_l = \left(\frac{p_l}{3} \right)^2 + \left(\frac{q_l}{2} \right)^2,$$

де D_l - дискримінант полінома третього ступеня.

Корені V_{il} ($i=1, 2, 3$) визначаються наступним чином:

$$V_{il} = y_{il} - \frac{K_{2l}}{3},$$

де $y_{1l} = u_l + v_l$; $y_{2l} = e_1 u_l + e_2 v_l$; $y_{3l} = e_1 v_l + e_2 u_l$,

тут $u_l = \sqrt[3]{-\frac{q_l}{2} + \sqrt{D_l}}$; $v_l = \sqrt[3]{-\frac{q_l}{2} + \sqrt{D_l}}$; $e_{1,2} = \frac{(-1 \pm i \cdot \sqrt{3})}{2}$.

Після знаходження коренів знаменника підінтегральної частини рівняння (11), останнє приймає вигляд:

$$t_l = \frac{d_l}{gM_{1l}} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{I}{(V - V_{1l})(V - V_{2l})(V - V_{3l})} dV. \quad (12)$$

Підінтегральну частину рівняння (12) можна записати у такий спосіб:

$$\frac{I}{(-V_{2l} + V_{1l})(-V_{3l} + V_{1l})(V - V_{1l})} + \frac{I}{(-V_{1l} + V_{2l})(-V_{3l} + V_{2l})(V - V_{2l})} + \frac{I}{(-V_{1l} + V_{3l})(-V_{2l} + V_{3l})(V - V_{3l})}. \quad (13)$$

Запишемо рівняння (12) з урахуванням виразу (13):

$$t_l = \frac{d_l}{gM_{1l}} \left[\frac{I}{(-V_{2l} + V_{1l})(-V_{3l} + V_{1l})} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{I}{(V - V_{1l})} dV + \frac{I}{(-V_{1l} + V_{2l})(-V_{3l} + V_{2l})} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{I}{(V - V_{2l})} dV + \frac{I}{(-V_{1l} + V_{3l})(-V_{2l} + V_{3l})} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{I}{(V - V_{3l})} dV \right]. \quad (14)$$

Зінтегруємо рівняння (14), отримаємо:

$$t_l = \frac{d_l}{gM_{1l}} \left[\frac{I}{(-V_{2l} + V_{1l})(-V_{3l} + V_{1l})} \ln(-V_{1l} + V) + \frac{I}{(-V_{1l} + V_{2l})(-V_{3l} + V_{2l})} \ln(V - V_{2l}) + \frac{I}{(-V_{1l} + V_{3l})(-V_{2l} + V_{3l})} \ln(V - V_{3l}) \right] \Bigg|_{V_{lo}}^{V_{lmax}}. \quad (15)$$

Вираз (15) є рішенням диференційного рівняння руху гусеничного транспортного засобу з урахуванням змінного коефіцієнта опору.

На рисунку 1 подано час розгону швидкохідної гусеничної машини Т-84 [11] бетонною дорогою, де t_l – час розгону машини за умови $n=1.2$, t_2 – за

умови, що $n=1$, t_3 – час розгону машини розрахований без урахування зміни коефіцієнта опору руху залежно від швидкості.

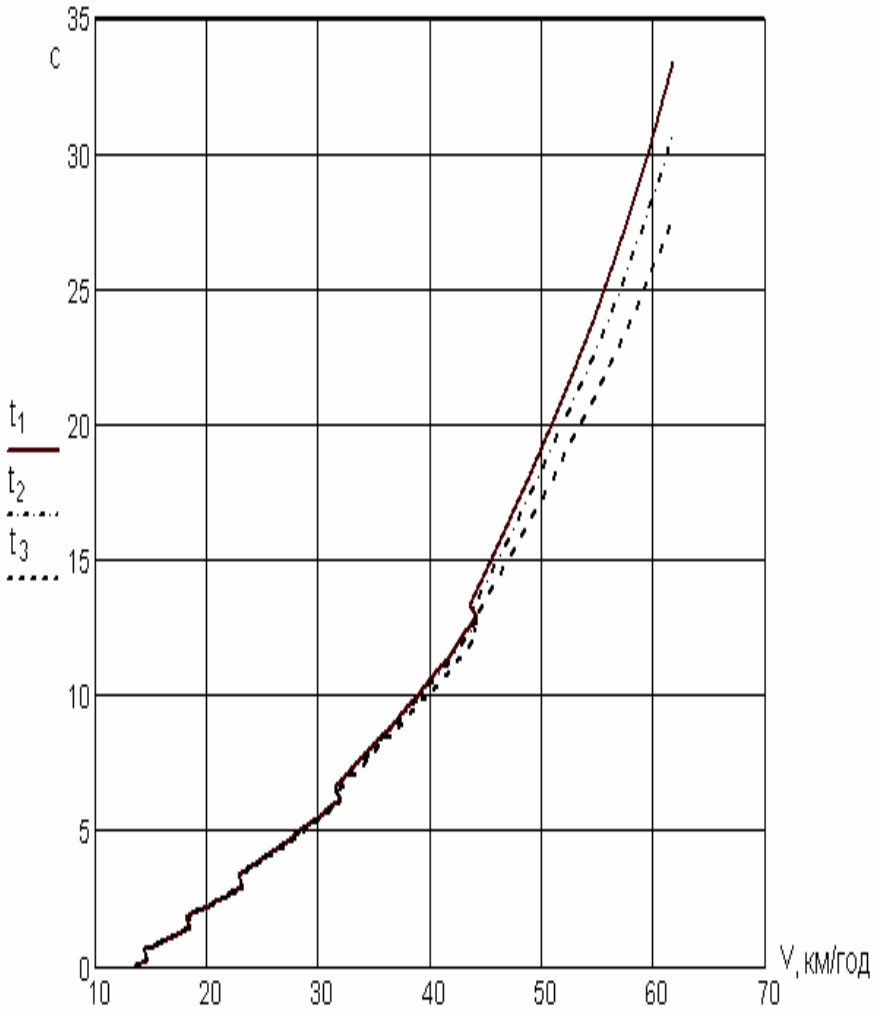


Рис. 1 – Графік часу розгону Т-84

Щоб знайти шлях розгону на відповідній передачі треба розв'язати наступний інтеграл:

$$S_l = \frac{d_l}{g} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{VI}{M_{1l}V^3 + M_{2l}V^2 + M_{3l}V + M_{4l}} dV . \quad (16)$$

Якщо машина колісна $a_2=0$, отже $M_{11}=0$ і інтеграл (16) є табличним. Його рішення має вигляд:

$$S_l = \frac{I}{2M_{2l}} \left[\frac{d_l}{g} \ln(M_{2l}V^2 + M_{3l}V + M_{4l}) \Big|_{V_{lo}}^{V_{lmax}} - t_l M_{3l} \right]. \quad (17)$$

Рівняння (17) тотожне рішенням, які подаються в [8 – 10].

Якщо машина гусенична, то аналогічно тому, як інтеграл (11) зводився до інтегралу (14), зводимо вираз (16) до наступного виду:

$$\begin{aligned} S_l = & \frac{d_l}{gM_{11}} \left[\frac{I}{(-V_{2l} + V_{11})(-V_{3l} + V_{11})} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{V}{(V - V_{11})} dV + \right. \\ & + \frac{I}{(-V_{11} + V_{2l})(-V_{3l} + V_{2l})} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{V}{(V - V_{2l})} dV + \\ & \left. + \frac{I}{(-V_{11} + V_{3l})(-V_{2l} + V_{3l})} \int_{V_{lo}}^{V_{lmax}} \frac{V}{(V - V_{3l})} dV \right]. \quad (18) \end{aligned}$$

Зінтегрувавши рівняння (18), маємо формулу для знаходження шляху розгону гусеничної машини:

$$\begin{aligned} S_l = & \frac{d_l}{gM_{11}} \left[\frac{V + V_{11} \ln(V - V_{11})}{(-V_{2l} + V_{11})(-V_{3l} + V_{11})} + \frac{V + V_{2l} \ln(V - V_{2l})}{(-V_{11} + V_{2l})(-V_{3l} + V_{2l})} + \right. \\ & \left. + \frac{V + V_{3l} \ln(V - V_{3l})}{(-V_{11} + V_{3l})(-V_{2l} + V_{3l})} \right] \Big|_{V_{lo}}^{V_{lmax}}. \quad (19) \end{aligned}$$

На рисунку 2 наведено графік шляху розгону Т-84 по бетонній дорозі, де S_1, S_2, S_3 – шлях розгону машини відповідно коли $n=1,2$, коли $n=1$ та коли коефіцієнт опору руху є константою.

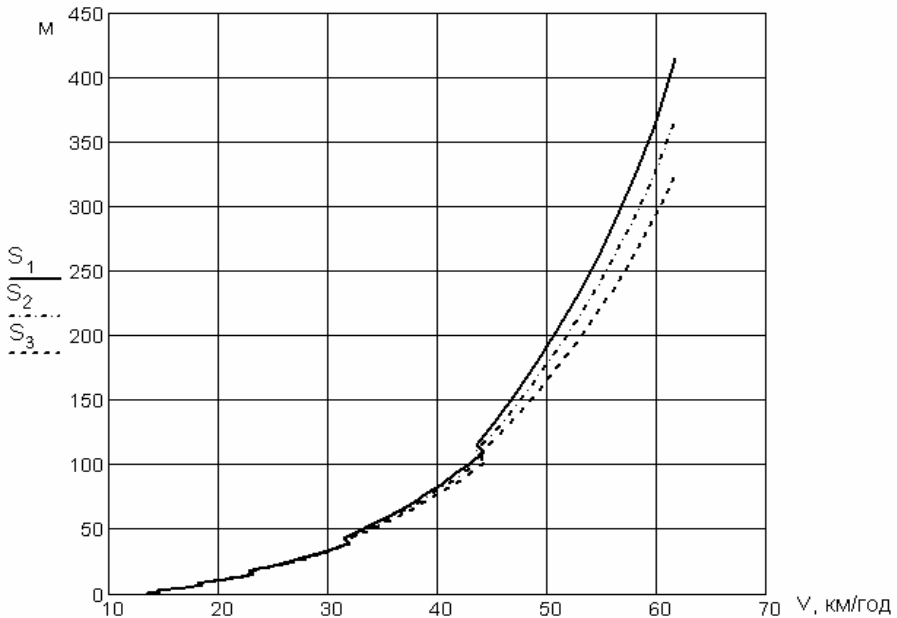


Рис. 2 – Графік шляху розгону Т-84

Аналіз результатів розрахунку вказує на необхідність урахування зміни коефіцієнта опору руху під час визначення розгінних характеристик. Наприклад, за умов швидкості Т-84 60 км/год, похибка розрахунку часу розгону за відомою методикою та методикою коли $n=1$ та $n=1,2$ відповідно становить 8,3% та 15,6%. При розрахунку шляху розгону похибка становить відповідно 10,5% та 19,9%.

Список літератури: 1. *Забавников Н.А.* Основы теории транспортных гусеничных машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 448 с. 2. *Чобиток В.А.* Теория движения танков и БМП. – М.: Воениздат, 1984 – 264 с. 3. *Смирнов Г.А.* Теория движения колесных машин. – М.: Машиностроение, 1990. – 352 с. 4. *Армейские автомобили. Теория / Под ред. А.С. Антонова.* – М.: Воениздат, 1970. – 526 с. 5. *Андрусенко П.И., Буцнев О.Н., Гутаревич Ю.Ф.* Характеристики автомобильных и тракторных двигателей. – К.: Высшая школа, 1978. – 128 с. 6. *Транспортные машины с газотурбинными двигателями / Под общ. ред. Н.С. Попова.* – Л.: Машиностроение, 1987. – 259 с. 7. *Тягово-скоростные характеристики быстроходных гусеничных и полноприводных колесных машин: теория и расчет / Под ред. В.В. Епифанова.* – Харьков: НТУ «ХПИ», – 2007. – 124 с. 8. *Машиностроение. Энциклопедия в 40-а т. Т.4 – 15: Колесные и гусеничные машины / Под общ. ред. В.Ф. Платонова.* – М.: Машиностроение, 1997. – 688 с. 9. *Кошарний М.Ф.* Основы механики та енергетики автомобіля. – К.: Вища шк., 1992. – 200 с. 10. *Литвинов А.С., Фаробин Я.Е.* Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с. 11. *Александров Е.Е., Епифанов В.В.* Быстроходные гусеничные и армейские колесные машины: краткая история развития. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2001. – 376 с.

Поступила в редакцію 6.06.08