УДК 621.833

ТКАЧЕНКО В.Н., НТУ «ХПИ» (г. Харьков)

ВЛИЯНИЕ СИЛ ЗАЦЕПЛЕНИЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА НАПРЯЖЕНИЯ В ЗУБЧАТОМ ВЕНЦЕ ГИБКОГО КОЛЕСА ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

В статті наведені підсумки досліджень впливу сил зачеплення та геометричної нелінійності на напруження в зубчастім вінці гнучкого колеса хвильової передачі.

The article presents the results investigation influence force interaction and geometrical unlinearinq on tension in supple wheels harmonic drive.

Величины напряжений в нормальном сечении между зубьями венца гибкого колеса волновой зубчатой передачи (ВЗП) можно представить в виде суммы

$$s = s_{u} + \Delta s_{m} + \Delta s_{\square m};$$

где s_{u} – напряжения, возникающие от деформации гибкого колеса генератором,

Δs_{m} – приращение напряжений, вызванное нагружением гибкого зубчатого колеса (ГЗК) передаваемым вращающим моментом, $\Delta s_{\square m}$ – приращение напряжений во впадинах между зубьями венца, возникающее из-за того, что силы зацепления приложены в областях, не лежащих в срединной поверхности ГЗК.

В вершине волны деформации, где нормальные напряжения максимальны, касательные пренебрежимо малы, так как грани зубьев гибкого колеса, находящихся в полном зацеплении с зубьями жесткого колеса, параллельны оси ГКВЗП.

Рассмотрим влияние параметров гибкого колеса на величину приращения $\Delta s_{\square m}$. Результаты исследования взаимодействия зубьев гибкого и жесткого колес ВЗП [1] позволяют принять при расчетах ряд допущений.

1. Нагрузка передается $20 \div 40\%$ всего числа зубьев ГК.
2. Силы зацепления распределяются по угловой координате с законом, близким к косинусоидальному, если угол отсчитывается от максимальной радиальной деформации.
3. Область действия локального изгибающего момента $M_{\$ q}$ не превышает угла q, соответствующего двум зубьям.

Напряжения $\Delta s_{\square m}$ во впадине между i и $i+1$ зубьями

$$\Delta s_{m} = \Delta^{\$} s \left(M_{q,i}\right) - \Delta s_{m}\left(M_{q,i+1}\right),$$

так как изгибающие моменты $M_{q,i}$ и $M_{q,i+1}$ одинакового знака.

Предположим, что в двухволновой передаче зацепление реализуется в двух областях по 30° каждая, что составляет $17...18\%$ всех зубьев ГК. Очевидно, что такое предположение идет в запас прочности.

Погонная касательная нагрузка $T = T_{\max}\cos 6q$. Крутящий момент $M_{к} = 4R^{2}\int\limits_{0}^{p/12} T_{\max}\cos 6q\, dq$, так, что $T_{\max} = 1,5M_{кр} / R^{2}$, где R - радиус срединной поверхности ГК до деформации его генератором.

Касательное усилие $S = T \cdot \Delta l$, где $\Delta l = 2p R / z$.

В вершине волны деформации плечо силы S можно принять равным модулю m

$$M_{qB} = S \cdot m = 6p M_{к}\cos 6q / z^{2}.$$

Графики, приведенные в работе [2], позволяют связать величину внешнего момента M_{qB} с возникающим в *ЗВ* внутренним изгибающим моментом $M_{\$q}$.

$$M_{\$q} = 0,22M_{qB} / \Delta l,$$

так, что

$$\Delta s_{\$q} = 6M_{\$q} / H^{2} \cong 4M_{к}\cos 6q / Rz \cdot H^{2},$$

где H - толщина *ЗВ* во впадине между зубьями.

Величина момента $M_{к}$ связана с диаметром ГК соотношением $M_{к} = к \cdot d^{3}$, где $к$ по заданным [1] изменяется от 2,5 до 3. Соотношение R / H примем равным 50, минимальное число зубьев $z = 100$, так что приращение напряжений от действия сил зацепления между зубом, к которому приложена максимальная сила $S_{\max}$ и соседним зубом, на который действует сила S

$$\Delta s_{\$q} = \Delta s_{\$q}\left(S_{\max}\right) - \Delta s_{\$q}\left(S\right),$$

получается с вышеприведенными допущениями не более 15 *МПа*.

Таким образом, напряжения $\Delta s_{\$q}$ - оцененные сверху, на порядок меньше напряжений $s_{и} + \Delta s_{m}$ от изгиба ГК.

В связи с тем, что толщина ГК ВЗП соизмерима с максимальными радиальными перемещениями $W_{\max}$, необходимо учитывать влияние геометрической нелинейности на величины нормальных напряжений. Для этого определим зависимость между приближенным и точным нелинейным решением для изгибающего момента M_{qu} в ЗВ исходя из того, что величина M_{qu} определяется изменением кривизны в плоскости, перпендикулярной оси ГК.

Как для цилиндрической оболочки, так и для кольца изменение изгибающего момента M_{qu} определяется изменением кривизны.

Определим изменение кривизны в зависимости от изменения соотношения W/R в линейной и геометрически нелинейной постановках задачи и сравним полученные результаты.

Линеаризованное уравнение для изменения кривизны имеет вид:

$$\Delta K_{л} = -\frac{1}{R^2}\left(\frac{d^2W}{dq^2} + W\right).$$

Нелинеаризованное уравнение для кривизны в параметрической форме имеет вид:

$$K = \frac{\left|r^2 + 2r'^2 - r \cdot r''\right|}{\left(r^2 + r'^2\right)^{3/2}},$$

где $r(q) = R + W(q)$.

Соответственно $\Delta K_H = K - 1/R.$

Для определения характера изменения соотношения $\Delta K_{л}/\Delta K_H$, в зависимости от W/R, рассмотрим вторую гармонику перемещения $W = W(q)$, определяющую, в основном, нормальные напряжения изгиба для двухволнового генератора волн деформации.

Обозначим $\Delta = a_2/R$, где a_2 - амплитуда второй гармоники. Тогда

$$\frac{\Delta K_{л}}{\Delta K_H} = \frac{M_{л}}{M_H} = 3\Delta\cos 2q \Bigg/ \left[\frac{\left|1 + 6\Delta\cos 2q + S\Delta^2 + 3\Delta^2\sin^2 2q\right|}{\left(1 + 2\Delta\cos 2q + \Delta^2 + 3\Delta^2\sin 2q\right)^{3/2}} - 1\right].$$

Величина приведенного соотношения определялась в зависимости от Δ в интервале от 0,001 до 0,1.

Полученное в виде таблицы для угла $q = 0$ и $q = p/2$ рассматриваемое соотношение хорошо аппроксимируется зависимостью

$$\frac{\Delta K_{л}}{\Delta K_{H}} = 1 + 2,333\left|1 - 4q/p\right| \cdot a_2/R.$$

Анализируя полученные результаты, приходим к выводу, что нормальные напряжения от изгиба ГК генератором волн, вычисленные с использованием приближенных, геометрически линейных зависимостей, превосходят по величине такие же напряжения, для вычисления которых используются нелинеаризованные соотношения. В результате геометрической линеаризации возникает погрешность, которая идет в запас прочности.

$$\left|s_{qH}\right| = \left|s_{qл}\right| / \left(1 + 2,333\left|1 - 4q/p\right| \cdot a_2/R\right).$$

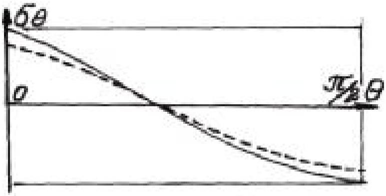

Рисунок 1

На рис. 1 сплошная линия соответствует напряжениям, вычисленным по линеаризованным зависимостям, а пунктирная – с учетом геометрической нелинейности.

В диапазоне рекомендуемых соотношений $W_{\max}/R$ погрешность вычислений напряжений $s_{и}$ не превосходит $5 \div 7\%$, а в вершине волны деформации, где гибкое и жесткое зубчатые колеса входят в полное зацепление, упомянутая погрешность частично компенсируется неучетом напряжений Δs_{m}.

Список литературы: 1. *Иванов М.Н.* Волновые зубчатые передачи. – М.: Высшая школа, 1981. – 184 с. 2. Даревский В.М. Определение перемещений и напряжений в цилиндрической оболочке при локальных нагрузках // Сб. статей «Прочность и динамика авиационных двигателей». – 1984. – Вып. 1.

Поступила в редколлегию 01.04.2009