

А.А. ЛАРИН, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ» (г. Харьков)

ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ С УЧЕТОМ ДЕМПФИРОВАНИЯ В ПЕРВОЙ ТРЕТИ XX ВЕКА (ИСТОРИЯ ВОПРОСА)

Стаття присвячена першим дослідженням коливань з урахуванням розсіяння енергії при коливаннях. Це питання стало найважливішим в 30-ті рр. XX сторіччя при вивченні вібрацій двигунів внутрішнього згорання і парових турбін. Показано внесок в розвиток цього питання українських вчених.

Article is devoted to the first study of vibrations in the light scattering of energy during the vibrations. This problem has become critical in the 30-ies. XX century in the study of vibration of internal combustion engines and steam turbines. Showed contribution to the development of this issue of Ukrainian scientists.

В работах [1, 2] мы уже рассматривали структуру и периодизацию теории колебаний – самостоятельной отрасли механики, которая, в отличие от других ее разделов, освещена недостаточно полно. Важнейшим вопросом в ней является изучение влияния сопротивления на колебательные процессы. Если на первом этапе развития прикладной теории колебаний основное внимание уделялось свободным колебаниям, поскольку основным средством борьбы с вибрациями была отстройка от резонанса, то с развитием техники избавиться от резонансов в рабочем диапазоне стало невозможно. Особенно это проявлялось в двигателях внутреннего сгорания (ДВС) и турбомашинах, имеющих достаточно плотный спектр собственных частот. В отличие от расчета свободных колебаний, заключающегося в определении собственных частот и форм колебаний и вынужденных колебаний вдали от резонанса, которые производятся без учета трения, исследование колебаний вблизи резонанса требует учета сил сопротивления. Данная статья посвящается истории исследований колебаний с учетом рассеяния энергии при колебаниях в первой трети XX века, на этапе развития прикладной теории колебаний. Вопрос этот освещен только в специальной литературе и носит характер поверхностного обзора.

В первой трети XX века началось бурное развитие двигателестроения. Мощность быстроходных бензиновых авиамоторов к концу 1920-х гг. достигла нескольких сот лошадиных сил, при массе мотора порядка 500 кг. В отличие от тихоходных стационарных и судовых дизелей, а также маломощных авто- и авиамоторов начала века, новые двигатели испытывали интенсивные крутильные колебания. Поскольку при колебаниях деформировались коленчатые валы двигателей, в резонанс попадали не только основные гармоники возбуждения, но и все остальные. Если коленчатый вал двигателя достаточно жесткий, его можно заменить

абсолютно твердым телом с суммарным приведенным моментом инерции. В этом случае на него действует суммарный момент возбуждения, который зависит только от сил давления газов, так как приведенные к валу моменты сил инерции движущихся частей различных кривошипно-шатунных механизмов при сложении взаимно уничтожаются. Тогда в разложении момента на коленчатом валу N -цилиндрового двигателя в ряд Фурье будут присутствовать только гармоники порядка N , $2N$, $3N$ и т.д. для двухтактного двигателя и $N/2$, N , $3/2 N$ и т.д. для четырехтактного¹. Если же коленчатый вал при колебаниях деформируется или цилиндры двигателя из-за разрегулировки имеют разную мощность, то в системе валопровода возбуждаются колебания всех гармонических составляющих. Это означает, что отстроить систему валопровода быстроходного двигателя от резонансных зон колебаний практически невозможно. В связи с этим актуальным стало проведение расчетов вынужденных резонансных колебаний, которые требуют обязательного учета демпфирования в системе. Первыми с этой проблемой, естественно, столкнулись специалисты США и развитых стран Европы. Им и принадлежат первые работы по исследованию рассеяния энергии при колебаниях. Что касается Советского Союза, то только к 1928 г. в нем было восстановлено довоенное (1913 г.) производство лицензионных двигателей, и исследования колебаний ДВС до 30-х гг. не производились.

Причины рассеяния энергии при колебаниях тела могут быть внешние и внутренние. Внешние – сопротивление среды, в которой колеблются тела (воздух или жидкость), трение между поверхностями скольжения в сочленениях отдельных элементов, а также в опорах. К внутренним причинам относится рассеяние энергии в самом материале за счет его несовершенной упругости. Доля этих видов демпфирования неодинакова и зависит от многих факторов: особенностей колебательной системы, материала, из которого изготовлены детали, от параметров внешней среды и ее температуры, а также от формы колебаний.

Сопротивление среды, особенно при небольших скоростях движения, хорошо моделируется так называемой зависимостью *вязкого трения*, при которой принимается, что силы сопротивления пропорциональны скорости. При больших скоростях эта зависимость принимается квадратичной и даже более высокой степени.

При моделировании трения между поверхностями скольжения обычно применяется закон Кулона-Морэна, по которому сила трения принимается пропорциональной нормальной составляющей давления, действующего между поверхностями. При этом она не зависит от скорости скольжения. Например, в случае наличия смазочного слоя, когда между скользящими поверхностями существует масляная пленка, наоборот, предполагается, что

¹ Половинные гармоники возникают оттого, что в двигателестроении для четырехтактных двигателей разложение в ряд Фурье принято относить не к периоду колебаний, который составляет у них два оборота, а к одному обороту.

сила трения не зависит от давления и пропорциональна скорости скольжения. Такая характеристика справедлива также для масляного демпфера. Действительная характеристика трения занимает некоторое промежуточное положение между этими идеальными случаями.

Среди сопротивлений, возникающих при колебаниях упругих систем, внутреннее неупругое сопротивление имеет особое значение. Первым на наличие внутреннего трения в материале указал, видимо, Ш. Кулон, обнаруживший его при проведении опытов с крутильными весами. А первым, кто занялся изучением внутреннего трения, был У. Томсон (1865 г.) [3, с. 482]. Опытными исследованиями было установлено, что упругие материалы не следуют в точности закону Гука даже при деформациях, не выходящих за пределы упругости [4, с. 82-83]. Этим обусловлены внутренние потери энергии при колебаниях.

О важности внутреннего трения в материале говорят исследования многих ученых, проведенные в начале XX века. Широко поставленные опыты Гюи над внутренними потерями в материале при крутильных колебаниях металлических проволок показали ничтожную роль трения воздуха по сравнению с потерями в самом металле. Ф. Роветт на основании исследования затухания колебаний в ряде машин установил, что на долю внутреннего рассеяния энергии в материале приходится не менее двух третей всех потерь при колебаниях. Гейгер, исследуя рассеяние энергии при колебаниях в моторах, относит к внутреннему рассеянию в металле до 64% всех потерь [5, с. 2].

Несмотря на сложный характер рассеяния энергии в материале В. Фойгт, исходя из аналогии сил внутреннего трения упругих тел с трением внутри жидкости, полагает, что силы внутреннего трения пропорциональны первой степени скорости колебаний и представляет его в виде вязкого трения. При этом он руководствовался, в первую очередь, удобством интегрирования дифференциальных уравнений колебательного движения, а не близостью данного закона к действительному. В случае вязкого трения в качестве безразмерной характеристики сопротивления используют так называемый *декремент² колебаний*, т.е. отношение двух амплитуд колебаний через интервал времени, равный периоду, а чаще более удобную величину, равную логарифму этого отношения – *логарифмический декремент колебаний*, который для системы с одной степенью свободы равен

$$d = \frac{b}{2m}T \quad , \quad (1)$$

² слово декремент происходит от латинского *decrementum* – убавление. Однако большинство авторов используют, тем не менее, словосочетание декремент затухания, что, по сути, является тавтологией.

где b - приведенный коэффициент вязкого трения, m – обобщенный коэффициент инерции, T - период затухающих колебаний, зависящий от обобщенных коэффициентов инерции и жесткости, а также от демпфирования. Нетрудно заметить, что d не зависит от амплитуды колебаний, но зато изменяется пропорционально периоду. В случае изменения массы при постоянном сопротивлении и жесткости, логарифмический декремент также будет меняться, что, вообще говоря, выглядит странно.

При исследовании установившихся гармонических колебаний применяется еще один подход, при котором демпфирование берется пропорционально скорости деформации, деленной на частоту колебаний [6, с. 65]. В этом случае оно пропорционально амплитуде колебаний.

Обе эти гипотезы чрезвычайно удобны для использования, однако недостаточно обоснованы. В частности, трение, заданное в таком виде, не приведет к полному прекращению колебаний. Благодаря многочисленным исследованиям ряда ученых, особенно О. Фёплля и его школы, было твердо установлено, что величина демпфирования не зависит от частоты в интервале от 0 до 40 Гц. Обширные исследования Ф. Роветта, посвященные вопросу о рассеянии энергии в материале при кручении круглых труб, показывают, что в пределах изменения частоты от 0 до 4200 кол/мин расхождения в рассеянии энергии не превышают 5%, т.е. рассеяние почти не зависит от частоты. Опыты проводились с тонкостенными трубками из мягкой стали, подвергавшимися знакопеременному скручиванию, не превосходящему предела упругости [6, с. 65]. Однако, благодаря своему удобству, оба указанных способа применялись и применяются сейчас многими исследователями. Внутреннее трение, пропорционально скорости задавали и основоположники прикладной теории колебаний А. Н. Крылов [7, с. 16-19] и С. П. Тимошенко [8, с. 28].

И. Ньютон в «Математических началах натуральной философии» предложил правило, позволяющее по затуханиям колебаний маятника определить зависимость силы сопротивления движению от скорости. В 1935 г. академик А. Н. Крылов показал, что для свободных затухающих колебаний, описываемых дифференциальным уравнением

$$m\ddot{x} + \text{sign } \dot{x} | \dot{x}^n + cx = 0, \quad (2)$$

с помощью забытого к тому времени метода Ньютона можно получить выражение работы рассеяния за период колебаний. Крылов считал теорему Ньютона одной из основных теорем в учении о колебательном движении [7, с. 174-179].

Для расчета резонансных вынужденных колебаний валопроводов ДВС чаще всего применялись методы Видлера и Льюиса. В их работах приведены примеры вычисления амплитуд вынужденных колебаний в валопроводах

дизелей и данные о величине сопротивления гребного винта, генератора, цилиндров двигателя и внутреннего трения [8, с. 139].

Метод энергетического баланса, предложенный Видлером в книге «Крутильные колебания в поршневых машинах» («Drehschwingungen in Kolbenmaschinenlagen»), изданной в Берлине в 1922 г., строится на том факте, что при установившихся колебаниях энергия, сообщенная системе возмущающими моментами, равна энергии, рассеянной демпфирующими силами. Метод основан на построении таблиц, подобных таблицам метода остатка Толле [8, с. 152-153]. При этом предполагается, что форма вынужденных колебаний совпадает с формой свободных колебаний системы без учета сопротивления [9, с. 54]. Таким образом, независимо от характера распределения по системе гармонических возмущающих сил резонирующей частоты и, без учета возмущающих сил, имеющих другие частоты, мы предполагаем, что вся система совершает колебания в одной фазе или противофазе, а отношения амплитуд соответствуют форме главных колебаний. Тем самым неизвестной становится только одна, например, первая амплитуда, и задача сводится к задаче с одной степенью свободы. Единственную амплитуду колебаний первой массы определяем, приравнивая по абсолютной величине работу сил трения за период работе возмущающих сил за тот же промежуток времени

$$dA_{\text{возм}} = dA_{\text{тр}} . \quad (3)$$

При этом Видлер считает, что все, без исключения, демпфирующие сопротивления двигателя сосредоточены в цилиндрах машины и принимает их пропорциональными первой степени скорости. Силы трения он относит к площади поверхности поршня, выводя для них эмпирическую зависимость, а остальными видами сопротивления пренебрегает. Метод энергетического баланса получил в свое время широкое распространение в расчетной практике благодаря своей простоте и универсальности. В СССР он применялся для расчетов авиамоторов [5, с. 2]. Однако он пригоден только для случая гармонического возбуждения и дает большие ошибки, если, вопреки предположению, действительная форма вынужденных колебаний существенно отличается от собственной формы.

Способ Льюиса основан на том предположении, что наибольшая часть рассеиваемой энергии приходится на упругий гистерезис. При этом величина рассеиваемой энергии определяется по способу Роветта. Однако метод Льюиса дает хорошие результаты при расчетах коленчатых валов тяжелых тихоходных дизелей, изготовленных из мягкой стали, на опытах с которой и была получена формула Роветта, а для быстроходных двигателей, коленчатые валы которых выполнены из легированных сталей и имеют меньшее рассеивание энергии при колебаниях, не подходит.

Вынужденным крутильным колебания валов с учетом затухания посвящена работа А. П. Филиппова [10]. В статье [11] Анатолий Петрович

рассматривает уже поперечные колебания стержней при учете затухания, причем с осью стержня связаны сосредоточенные массы, а в уравнении учтена инерция поворота сечения. Автор получает решения в замкнутом виде для различных случаев закрепления стержней. Эту статью рекомендовал к печати академик А. Н. Крылов [11, с. 637].

В 1934 г. Лаборатория двигателей внутреннего сгорания Всесоюзного теплотехнического института (ВТИ) им. Ф. Э. Дзержинского, по поручению заведующего дизельным бюро Коломенского машиностроительного завода Н. М. Урванцева построила специальную испытательную машину, предназначенную для исследования влияния трения при крутильных колебаниях. Исполнителями работы были инженеры К. Т. Шаталов и В. К. Житомирский³. Спроектированная и построенная в ВТИ испытательная машина позволяла изучить влияние различных факторов на амплитуду колебаний и, в частности, выделить влияние внутреннего трения [5, с. 3-5]. Она полностью себя оправдала как мощное средство для экспериментального исследования целого ряда сложных проблем крутильных колебаний. Работа показала обратную зависимость момента внутреннего трения от частоты и, следовательно, независимость работы за цикл от частоты, а также непропорциональную зависимость максимальных резонансных амплитуд от возбуждающих моментов. Проведенные опыты показали чрезвычайную сложность всего комплекса вопросов, неизвестных ранее и приведших к невозможности без серии специальных исследований дать расчетные данные. Коэффициент демпфирования должен характеризоваться только физическими константами данного материала, в частности модулем упругости и коэффициентом зависимости внутреннего трения от напряжения. В отчете по данной теме отмечается необходимость поставить перед математиками вопрос о способе моделирования внутреннего трения, пригодном для получения решения в общем виде [5, с. 126-128]. Отчет был передан для ознакомления в Институт строительной механики АН УССР.

Как показали многочисленные исследования, действие внутреннего сопротивления выражается в так называемых *гистерезисных потерях* энергии деформации, т.е. оно носит неупругий характер. В связи с этим была принята гипотеза зависимости рассеяния энергии в материале от величины напряжения. В соответствии с ней при составлении уравнения колебаний необходимо вводить в рассмотрение *петлю гистерезиса*, ограниченную двумя пологими кривыми, соответствующими нагрузке и разгрузке. В местах их сопряжения наблюдается резкий излом петли, отчего ее форма не поддается описанию с помощью уравнения гладкой кривой. В связи с этим контур петли гистерезиса представляется двумя уравнениями, одно из

³ К. Т. Шаталов и В. К. Житомирский - впоследствии сотрудники Центрального института авиационного моторостроения, доктора технических наук

которых относится к восходящей кривой, а другое к нисходящей. В местах же сопряжения ветвей должны удовлетворяться граничные условия.

Аналитическое описание петли гистерезиса при одномерном наряженном состоянии впервые предложено академиком АН УССР Н. Н. Давиденковым в статье [3], опубликованной в 1938 г. Однако применение полученной зависимости для анализа вынужденных колебаний упиралось в отсутствие соответствующего расчетного аппарата. Кроме того, что зависимость сопротивления от деформации нелинейна, она еще представляется разными функциями для процессов нагружения и разгрузки. В той же статье Давиденков высказал сомнения о возможности математического решения проблемы колебаний механических систем с учетом рассеяния энергии в материале. Решить эту задачу удалось в конце 1940-х гг. Г. С. Писаренко.

Д. Ю. Панов в работе [5] исследует сопротивление при крутильных колебаниях стержня при наличии упругого гистерезиса. Автор основывается на гипотезе зависимости затуханий при установившихся колебаниях от максимальной амплитуды. Исходя из рассмотрения нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями, которая приближенно отвечает зависимости, имеющей место в петле гистерезиса, и, пользуясь общими методами теории нелинейных колебаний, автор проводит математическое исследование рассматриваемой задачи и получает практически важные результаты.

В большинстве работ, посвященных вопросу о рассеянии энергии в материале, в 1920-1930-е гг. рассматривалось рассеяние в случае крутильных колебаний, что обусловлено, в первую очередь, задачами анализа колебаний валопроводов ДВС, поскольку именно они в то время стояли на первом месте. Рассеяние энергии при изгибных колебаниях было освещено мало. Кроме того, опыты с изгибными колебаниями не всегда проводились в условиях, исключающих потери энергии в зажимах образца. Следует также отметить, что почти все исследования рассеяния энергии производились при незначительных напряжениях, в то время как практический интерес представляет как раз рассеяние энергии в системе с большими амплитудами колебаний, характерными для резонанса, а, следовательно, и большими напряжениями. Несмотря на то, что изучение рассеяния энергии при крутильных колебаниях валопроводов ДВС имеет многолетнюю историю, этот вопрос и в наше время далек от разрешения. Причина такого положения в сложном характере демпфирования в ДВС и его многообразии. Созданию адекватной модели рассеяния энергии в валопроводе ДВС мешает также тот факт, что не только в разных образцах, но даже в одном двигателе на разных стадиях эксплуатации величина рассеяния энергии при колебаниях может отличаться в несколько раз. В связи с этим при исследованиях вынужденных крутильных колебаний валопроводов ДВС до сих пор трение принимается в виде линейной зависимости от скорости, причем коэффициент вязкого трения подбирается с помощью анализа экспериментальных записей

резонансных крутильных колебаний. Проведенное исследование показало, что даже при нелинейной модели колебательной системы такая замена дает вполне удовлетворительные результаты [12].

К концу 1930-х гг. большое практическое значение приобрели также задачи о колебаниях лопаток паровых турбин. Такие обстоятельства, как густота спектра возбуждающих сил и частот собственных колебаний, многообразие форм колебательных процессов потребовали проведения экспериментов с изгибными колебаниями для определения ряда величин, необходимых для вибрационного расчета. В 1940 г. к этим работам был подключен Институт строительной механики АН УССР, где было проведено исследование прочности пакетов турболопаток в связи с демпфированием и усталостью стали [13, 14]. Руководил темой академик С. В. Серенсен, а среди исполнителей был старший научный сотрудник Г. С. Писаренко. С этой работы начались его исследования, посвященные колебаниям с учетом рассеяния энергии в материале, которые выросли в новое направление в теории колебаний. Сам Писаренко стал основателем Института проблем прочности и научной школы. Его деятельность в этом направлении является темой отдельного исследования.

Список литературы: 1. *Ларин А. А.* Становление теории колебаний механических систем: исторический обзор / А. А. Ларин // Дослідження з історії техніки. - 2006. - Вип. 8. - С. 41-50 2. *Ларин А. А.* Периодизация развития теории механических колебаний / А. А. Ларин // Історія Української науки на межі тисячоліть. - 2008. - Вип. 33. - С. 134-143 3. *Давиденков Н. Н.* О рассеянии энергии при вибрациях / Н. Н. Давиденков // Журн. техн. физики. - 1938. - VIII. - Вып. 6. - С. 438-499 4. *Лурье И. А.* Крутильные колебания в дизельных установках / И. А. Лурье. - М.-Л. : Военмориздат, 1940. - 220 с 5. Отчет по изучению демпфирования материалов валов двигателей / Лаборатория двигателей внутреннего сгорания Всесоюзного теплотехнического института (ВТИ) им. Ф. Дзержинского НКТП СССР // Фонды архива Института механики НАН Украины, опись № 2.- 1935. - 132 с. 6. *Панов Д. Ю.* О крутильных колебаниях стержня при наличии упругого гистерезиса / Д. Ю. Панов // ПММ.- Т. IV.- вып. 1. - 1940. - С. 65-78 7. *Крылов А. Н.* Собрание трудов. - Т. X: Вибрация судов / А. Н. Крылов. - М.-Л. : Изд-во АН СССР, 1948. - 402 с. 8. *Тимошенко С. П.* Теория колебаний в инженерном деле / С. П. Тимошенко. - М. : ОНТИ.- 1934. - 344 с. 9. *Дондошанский В. К.* Расчет колебаний упругих систем на электронных вычислительных машинах / В. К. Дондошанский М.-Л. : Машиностроение, 1965. - 368 с. 10. *Филиппов А. П.* Вынужденные колебания крученых валов при учете затухания / А. П. Филиппов. - Изв. АН СССР, ОТН. - 1934, №4. - С. 897-904 11. *Филиппов А. П.* Вынужденные поперечные колебания стержней при учете затухания / А. П. Филиппов. - Изв. АН СССР, ОТН. - 1935, №7:4. - С. 637-649 12. *Беломятцев А. С.* Вынужденные колебания нелинейных систем при нелинейном демпфировании / А. С. Беломятцев, А. А. Ларин // Динамика и прочность машин. -1993. - №53. - С. 79-86 13. Рассеяние энергии при вибрации / Отчет по теме за 1940 г. // Фонды архива Института механики НАН Украины, опись № 2. - 35 л. 14. Исследование демпфирования в связи с прочностью пакетов турболопаток / Отчет по теме за 1940 г. // Фонды архива Института механики НАН Украины, опись № 2. - 45 л.

Поступила в редколлегию 19.11.2009