

Е.С. РЯБОВ, асп., НТУ «ХПИ»

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА РЕАКТИВНОГО ИНДУКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ С АКСИАЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОТОКОМ

Розроблено математичну модель для визначення моменту зубцевої зони реактивного індукторного двигуна з аксіальним магнітним потоком, особливість якої полягає у визначенні коенергії зубцевого шару безпосереднім інтегруванням закону зміни провідності зубцевого шару. Вихідними даними для розрахунку моменту і магнітної напруги є геометричні розміри зубцевого шару.

Mathematical model for determination of moment of tooth area of transverse flux reluctance motor is developed. The feature of which consists of determination of co-energy of tooth layer direct integration of law of change conductivity of tooth layer. As basic data for the calculation of moment and magnetic tension are geometrical sizes of tooth layer

Перспективним направлением в развитии тяговых приводов является разработка безредукторного привода. Однако, при переходе к безредукторному приводу необходимо сохранить силу тяги, что требует применения высокомоментного двигателя, способного «компенсировать» отсутствие редуктора. К тому же, такой двигатель имеет ограниченные геометрические размеры, поскольку должен разместиться в пространстве между колёсными центрами. Эти два условия оказывают решающее значение на выбор типа тягового двигателя для безредукторного привода.

Анализ источников показывает, что преимущественно для безредукторного привода используются синхронные двигатели с возбуждением от постоянных магнитов. Однако рассматриваются и другие типы тяговых двигателей. Среди них – реактивный индукторный двигатель с аксиальным магнитным потоком (АИД). Как и в реактивном индукторном двигателе традиционной конструкции, момент существенно зависит от формы фазного тока, на которую влияет скорость вращения. Однако для пусковых режимов работы, где, как правило, управление ведётся по токовому коридору, имеется возможность определения электромагнитного момента двигателя.

Цель работы: разработать математическую модель для определения электромагнитного момента и магнитного напряжения зубцового слоя индукторного двигателя с аксиальным магнитным потоком в пусковых режимах работы.

Применительно к индукторным машинам в [1] электромагнитный момент M_z , реализуемый на участке зубцового деления, предложено выражать через производную от коэнергии W' зубцовой зоны на участке

зубцового деления статора при условии постоянства магнитного напряжения $U_{\delta z}$ зубцового слоя (рис.1):

$$M_z = \left. \frac{\partial W'_z}{\partial \gamma} \right|_{U_{\delta z} = \text{const}} \quad (1)$$

Приняв допущение о том, что магнитное напряжение зубцового слоя при повороте на геометрический угол $\Delta\gamma$ не изменяется (это обеспечивается поддержанием фазного тока на неизменном уровне) перейдем в уравнении (1) к приращениям:

$$M_z = \left. \frac{\Delta W'_z}{\Delta \gamma} \right|_{U_{\delta z} = \text{const}} \quad (2)$$

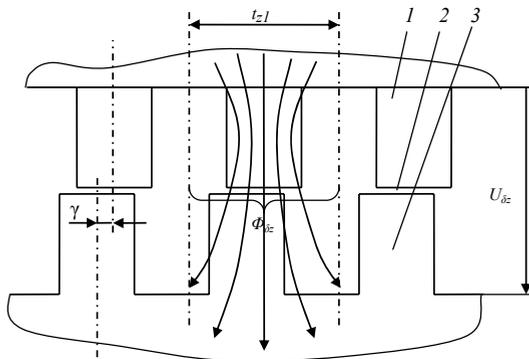


Рисунок 1 – Зубцовый слой двигателя

1 – зубец статора, 2 – воздушный зазор, 3 – зубец ротора, t_{z1} – зубцовое деление статора, γ – смещение ротора относительно статора, $U_{\delta z}$ – магнитное напряжение, приложенное к зубцовому слою, $\Phi_{\delta z}$ – магнитный поток на участке зубцового деления

Очевидно, что наибольшее приращение коэнергии $\Delta W'_z$ будет иметь место в случае, когда подключение фазы к источнику питания будет происходить при рассогласованном положении зубцов (ось зубца статора совпадает с осью «паза» ротора), а отключение – при согласованном (оси зубцов статора и ротора совпадают). В этом случае приращение коэнергии равно площади криволинейной фигуры, ограниченной кривыми 1 и 2 (заштрихованная область на рис. 2):

$$\Delta W'_z = S^{(a)} - S^{(u)} \quad (3)$$

где

$$S^{(a)} = \int_0^{U_g} [g_a(U)U] dU, \quad (4)$$

$$S^{(u)} = \int_0^{U_a} [g_u(U)U] dU \quad (4)$$

Здесь g_a – проводимость магнитной цепи, эквивалентирующей зубцовый слой, в согласованном положении,

g_u – проводимость магнитной цепи в согласованном положении.

Таким образом, задача определения момента двигателя сводится к определению закона изменения магнитной проводимости зубцового слоя от магнитного напряжения для согласованного и рассогласованного положений.

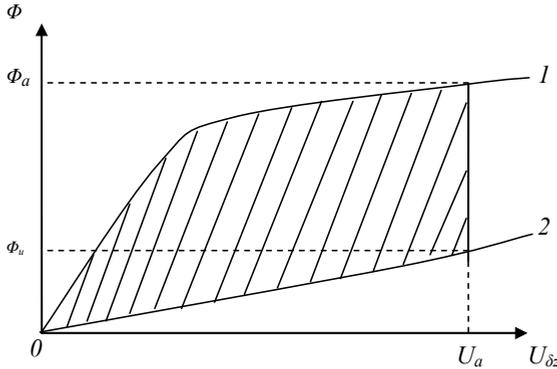


Рисунок 2 – Энергетическая диаграмма зубцового слоя 1 – вебер-амперная характеристика системы при согласованном положении; 2 – вебер-амперная характеристика при рассогласованном положении; Φ_a – магнитный поток зубца при согласованном положении зубцов и насыщенной магнитной системе; Φ_u – магнитный поток зубца при рассогласованном положении зубцов; U_a – магнитное напряжение зубцового слоя, соответствующее номинальной магнитодвижущей силе фазной катушки

На начальном этапе проектирования считаем приемлемым определять проводимости g_a и g_u по геометрическим размерам зубцового слоя. С этой целью предлагается использовать схемы замещения зубцового слоя для согласованного и рассогласованного положений (рис.3).

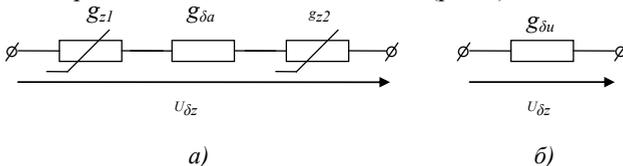


Рисунок 3 – Схема замещения зубцового слоя

a – для согласованного положения *б* – для рассогласованного положения g_{z1} – нелинейная проводимость зубца статора $g_{\delta a}$ – линейная проводимость воздушного зазора в согласованном положении g_{z2} – нелинейная проводимость зубца ротора $g_{\delta u}$ – линейная проводимость воздушного зазора в рассогласованном положении.

Эквивалентная проводимость зубцового слоя для согласованного положения находится по выражению:

$$g_a = \frac{1}{\frac{1}{g_{z1}} + \frac{1}{g_{\delta a}} + \frac{1}{g_{z2}}} \quad (6)$$

Проводимость зубца статора g_{z1} определяется по выражению:

$$g_{z1} = \mu_{z1} \mu_0 \frac{b_1}{h_{z1}} l_{z1}, \quad (7)$$

где μ_{z1} – статическая магнитная проницаемость стали при индукции в зубце статора B_{z1} ,

μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м,

b_{z1} – ширина зубца статора (рис.4),

h_{z1} – высота зубца статора,

l_{z1} – осевая длина зубца статора.

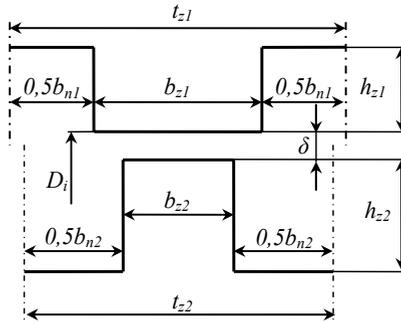


Рисунок 4 – Геометрические размеры зубцового слоя

t_{z1} – зубцовое деление статора, t_{z2} – зубцовое деление ротора, b_{z1} – ширина зубца статора, b_{z2} – ширина зубца ротора, b_{n1} – ширина «паза» статора, b_{n2} – ширина «паза» ротора, h_{z1} – высота зубца статора, h_{z2} – высота зубца ротора, D_i – внутренний диаметр статора, δ – односторонний воздушный зазор в согласованном положении,

Статическая магнитная проницаемость μ_{z1} определяется по выражению

$$\mu_{z1} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{B_{z1}}{H_{z1}} \quad (8)$$

где H_{z1} – напряжённость магнитного поля при индукции B_{z1} , которая определяется кривой намагничивания стали.

Индукция B_{z1} находится из выражения

$$B_{z1} = B_{\delta} \frac{b_{\delta} l_{\delta}}{b_{z1} l_{z1}} \quad (9)$$

где B_δ – индукция в воздушном зазоре при согласованном положении зубцов и номинальном магнитном напряжении зубцового слоя.

l_δ – осевая «длина» воздушного зазора, $l_\delta = \min(l_{z1}, l_{z2})$. Здесь l_{z2} – осевая длина зубца ротора.

Проводимость воздушного зазора $g_{\delta a}$ определяется по выражению

$$g_{\delta a} = \mu_0 \left(\frac{b_\delta}{\delta} \right) l_\delta, \quad (10)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м,

b_δ – «ширина» воздушного зазора, $b_\delta = \min(b_{z1}, b_{z2})$,

δ – односторонний воздушный зазор. Здесь b_{z2} – ширина зубца ротора.

Отношение $\frac{b_\delta}{\delta}$ принято называть коэффициентом магнитной проводимости, который можно определить по методу Поля [2-4]. Для согласованного положения $\frac{b_\delta}{\delta}$ может быть определен по выражению:

$$\frac{b_\delta}{\delta} = \frac{1}{\beta} \ln \left(1 + \frac{4\beta \cdot \Delta h_{z1}}{2\delta + \beta |b_{z1} - b_{z2}|} \right) + \frac{2}{\beta} \ln \left(1 + \frac{\beta |b_{z1} - b_{z2}|}{2\delta} \right) + \frac{b_\delta}{\delta} \quad (11)$$

где β – угол условного наклона, причём $\beta=1$ при $b_{n2}/\delta < 10$, и $\beta=1,1 \dots 1,2$ при $b_{n2}/\delta > 10$;

b_{n2} – ширина «паза» ротора, равная $b_{n2} = t_{z2} - b_{z2}$;

t_{z2} – зубцовое деление ротора, $t_{z2} = \frac{\pi \cdot (D_i - 2\delta)}{Z}$;

D_i – внутренний диаметр (расточка) статора;

$\Delta h_{z1} = (0,15 \dots 0,2)t_{z1}$;

t_{z1} – зубцовое деление статора, $t_{z1} = \frac{\pi \cdot D_i}{Z}$.

Проводимость зубца ротора g_{z2} определяется по выражению

$$g_{z2} = \mu_{z2} \mu_0 \frac{b_{z2}}{h_{z2}} l_{z2}, \quad (11)$$

где μ_{z2} – статическая магнитная проницаемость стали при индукции в зубце ротора B_{z2} ,

b_{z2} – ширина зубца ротора,

h_{z2} – высота зубца ротора,

l_{z2} – осевая длина зубца ротора.

Статическая магнитная проницаемость μ_{z2} определяется по выражению

$$\mu_{z2} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{B_{z2}}{H_{z2}} \quad (12)$$

где H_{z2} – напряжённость магнитного поля при индукции B_{z2} , которая определяется кривой намагничивания стали.

Индукция B_{z2} находится из выражения

$$B_{z2} = B_{\delta} \frac{b_{\delta} l_{\delta}}{b_{z2} l_{z2}} \quad (13)$$

где B_{δ} – индукция в воздушном зазоре при согласованном положении зубцов и номинальном магнитном напряжении зубцового слоя.

В *рассогласованном положении* магнитная цепь представлена линейной магнитной проводимостью $g_{\delta u}$:

$$g_{\delta u} = \mu_0 \left(\frac{b_{\delta}}{\delta} \right)_u l_{\delta}, \quad (14)$$

Здесь коэффициент магнитной проводимости $\frac{b_{\delta}}{\delta}$ может быть определён по выражению:

$$\frac{b_{\delta}}{\delta} = \frac{2}{\beta} \ln \left(1 + \frac{2\beta \Delta b_{z2}}{2\delta + \beta(b_{n2} - b_{z1})} \right) + \frac{2(b_{n2} - b_{z1})}{2\delta + \beta(b_{n2} - b_{z1})} + \frac{2}{\beta} \ln \left(1 + \frac{\beta b_{z1}}{2\delta + \beta(b_{n2} - b_{z1})} \right) \quad (15)$$

где $\Delta b_{z2} = 0, 1 l_{z2}$.

Особо следует оговорить, что выражения (11) и (15) дают корректные результаты лишь при определённых условиях [3]:

– не должно быть перекрытия зубцов статора и ротора, что может быть записано в виде выражения

$$b_{z1} < b_{n2} \quad (16)$$

– высота зубца статора должна превышать половину ширины «паза» статора

$$h_{z1} > \frac{b_{n1}}{2} \quad (17)$$

– высота зубца ротора должна превышать половину ширины «паза» ротора

$$h_{z2} > \frac{b_{n2}}{2} \quad (18)$$

Также, как показывают исследования многих авторов, целесообразно ограничить ещё ряд взаимосвязей между геометрическими размерами зубцового слоя:

– разность между шириной зубца статора и ротора не должна превышать четырёхкратной величиной воздушного зазора [2]

$$|b_{z1} - b_{z2}| \leq 4\delta \quad (19)$$

– разность длин зубцов статора и ротора в осевом направлении не должна превышать удвоенной величины воздушного зазора

$$|l_{z1} - l_{z2}| \leq 2\delta \quad (20)$$

Дополнительно считаем необходимым ввести ограничение минимальной ширины зубца статора (ротора)

$$\min(b_{z1}, b_{z2}) > b_{zmin} \quad (21)$$

где b_{zmin} – минимальная ширина зубца статора (ротора). Предлагаем принять равной (12...15) мм.

Магнитное напряжение зубцового слоя для согласованного положения

$$U_a = H_{z1}h_{z1} + \frac{B_\delta}{\mu_0} \cdot \frac{b_\delta}{\left(\frac{b_\delta}{\delta}\right)_a} + H_{z2}h_{z2} \quad (22)$$

Окончательно, математическая модель имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l}
M_z = \frac{Z}{\pi} \left(\int_0^{U_a} [g_a U] dU - \int_0^{U_a} [g_u U] dU \right); \\
g_a = \frac{1}{\frac{1}{g_{z1}} + \frac{1}{g_{\delta a}} + \frac{1}{g_{z2}}}; \\
g_{z1} = \mu_{z1} \mu_0 \frac{b_{z1}}{h_{z1}} l_{z1}; \\
g_{z2} = \mu_{z2} \mu_0 \frac{b_{z2}}{h_{z2}} l_{z2}; \\
g_{\delta a} = \mu_0 \left(\frac{b_{\delta}}{\delta} \right)_a l_{\delta}; \\
g_u = \mu_0 \left(\frac{b_{\delta}}{\delta} \right)_u l_{\delta}; \\
\mu_{z1} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{B_{z1}}{H_{z1}}; \mu_{z2} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{B_{z2}}{H_{z2}}; \\
B_{z1} = B_{\delta} \frac{b_{\delta} l_{\delta}}{b_{z1} l_{z1}}; B_{z2} = B_{\delta} \frac{b_{\delta} l_{\delta}}{b_{z2} l_{z2}}; H_{z1} = f(B_{z1}); H_{z2} = f(B_{z2}); \\
\left(\frac{b_{\delta}}{\delta} \right)_a = \frac{1}{\beta} \ln \left(1 + \frac{4\beta \cdot \Delta h_{z1}}{2\delta + \beta |b_{z1} - b_{z2}|} \right) + \frac{2}{\beta} \ln \left(1 + \frac{\beta |b_{z1} - b_{z2}|}{2\delta} \right) + \frac{b_{\delta}}{\delta}; \\
\left(\frac{b_{\delta}}{\delta} \right)_u = \frac{2}{\beta} \ln \left(1 + \frac{2\beta \Delta b_{z2}}{2\delta + \beta (b_{n2} - b_{z1})} \right) + \frac{2(b_{n2} - b_{z1})}{2\delta + \beta (b_{n2} - b_{z1})} + \frac{2}{\beta} \ln \left(1 + \frac{\beta b_{z1}}{2\delta + \beta (b_{n2} - b_{z1})} \right); \\
U_a = H_{z1} h_{z1} + \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \cdot \frac{b_{\delta}}{\left(\frac{b_{\delta}}{\delta} \right)_a} + H_{z2} h_{z2}; \\
l_{\delta} = \min(l_{z1}, l_{z2}); b_{z1} < b_{n2}; h_{z1} > \frac{b_{n1}}{2}; h_{z2} > \frac{b_{n2}}{2}; \\
|b_{z1} - b_{z2}| \leq 4\delta; |l_{z1} - l_{z2}| \leq 2\delta; \min(b_{z1}, b_{z2}) > b_{zmin}.
\end{array} \right. \quad (23)$$

Следует отметить, что в модели (23) не присутствует фазный ток. В реактивном индукторном двигателе момент определяется законом изменения проводимости зубцового слоя, который, как показано выше, может быть определён через геометрические размеры и индукцию. А последняя, как известно, и определяется магнитодвижущей силой катушки (при известной геометрии магнитной системы). Однако, чтобы упростить математическую модель, целесообразно выразить и момент, и магнитное напряжение зубцового слоя через геометрические размеры и индукцию, а в процессе расчётов ставить момент и магнитное напряжение, полученные при данной геометрии и индукции, в соответствие друг другу.

Таким образом, разработана математическая модель для определения момента, развиваемого зубцовой зоной АИД, особенность которой состоит в определении коэнергии зубцового слоя непосредственным интегрированием закона изменения проводимости зубцового слоя. В качестве исходных данных для расчёта момента и магнитного напряжения геометрические размеры зубцового слоя:

- внутренний диаметр статора D_b ,
- односторонний воздушный зазор в согласованном положении δ ,
- ширина зубца статора b_{z1} ,
- ширина зубца ротора b_{z2} ,
- высота зубца статора h_{z1} ,
- высота зубца ротора h_{z2} ,
- осевая длина зубца статора l_{z1} ,
- осевая длина зубца ротора l_{z2} ,

а также индукция в воздушном зазоре в согласованном положении B_{δ} и количество зубцов Z . Модель может использоваться для вычисления момента и магнитного напряжения в пусковых режимах работы двигателя.

Список литературы: 1. Птах, Г. К. Развитие методов расчёта электромагнитных процессов в электромеханических системах с индукторными машинами [Текст] : Монография / Г.К. Птах. – Юж.-Рос. гос. техн. ун-т. Новочеркасск : Ред. журн. «Изв. вузов. Электромеханика», 2003. – с. 232. 2. Ткачук, В.І Електромеханотроніка [Текст] : Підручник / В Ткачук – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2006. – с. 440. 3. Алексеева М. М. Машинные генераторы повышенной частоты. Л., «Энергия», 1967 4. Седов В.И., Леонов Д.А. Аналитический метод расчета магнитной проводимости зазора реактивного индукторного двигателя // Электровозостроение: сб. научн. тр / ОАО «Всерос. н.-и. и проектно-конструкт. ин-т электровозостроения» (ОАО «ВЭЛНИИ»). – Т.43 – Новочеркасск, 2001. – с.35-39.

Поступила в редакцию 30.09.2010