

В.О. БОГОМОЛОВ, д-р. техн. наук, проф. ХНАДУ, Харків;
В.О. ГЕЛЛО, асп. ХНАДУ, Харків

МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ КУЗОВА АВТОМОБІЛЯ У ПРОЦЕСІ ГАЛЬМУВАННЯ НА ДОРОЖНІХ НЕРІВНОСТЯХ

У статті запропонована модель коливань чотириколісної машини під дією моментів гальмівних сил та сил реакції шляху. На основі розробленої математичної моделі створена комп'ютерна модель у середовищі MATLAB/SIMULINK та виконаний чисельний розрахунок для автобуса «Еталон».

В статье предложена модель колебаний четырехколесной машины под действием моментов тормозных сил и сил реакции дороги. На основе разработанной математической модели создана компьютерная модель в среде MATLAB/SIMULINK и выполнен численный расчет для автобуса «Эталон».

In the article, the model considering the vehicle body oscillations under the impact of braking force torques and road reaction force torques for a four-wheel vehicle is proposed. On the basis if the formal model proposed, the computer model was created with MATLAB/SIMULINK environment, and a numerical experiment for a city bus "Eталon" was performed.

Вступ. Питання безпеки руху тісно пов'язані із надійністю та ефективністю гальмування, що у свою чергу включає в себе питання стабільності гальмівної системи в цілому і її приводу окремо. Одним з проявів нестабільної роботи гальмівних систем можуть бути автоколивання у приводі гальм за рахунок зворотного зв'язку регуляторів гальмових сил. Тому для передбачення негативних явищ у таких конструкціях необхідно розробити коливальну модель колісної машини.

Аналіз публікацій. Існують багато моделей коливань кузова автомобіля, що дозволяють дослідити реакцію підвіски на дорожні нерівності. Такі моделі розглянуті у [1-3]. У [1] розглянуті основні умови виникнення коливань та запропонована одномасова модель оцінки вільних коливань автомобіля. У [2] розглянутий метод Лагранжа та наведений приклад його використання для аналізу коливань спрощеної одномасової коливальної системи. У [3] проведений ґрунтовний аналіз поведінки автомобіля у повороті та наведені рекомендації щодо створення просторових динамічних моделей автомобіля.

Моделювання коливальної системи. Розглянемо двовісний чотириколісний автомобіль як коливальну систему, що складається з підресореної маси (кузова автомобіля), непідресореної маси, пружин та демпферів.

Введемо наступні позначення (як показано на рисунку 1).

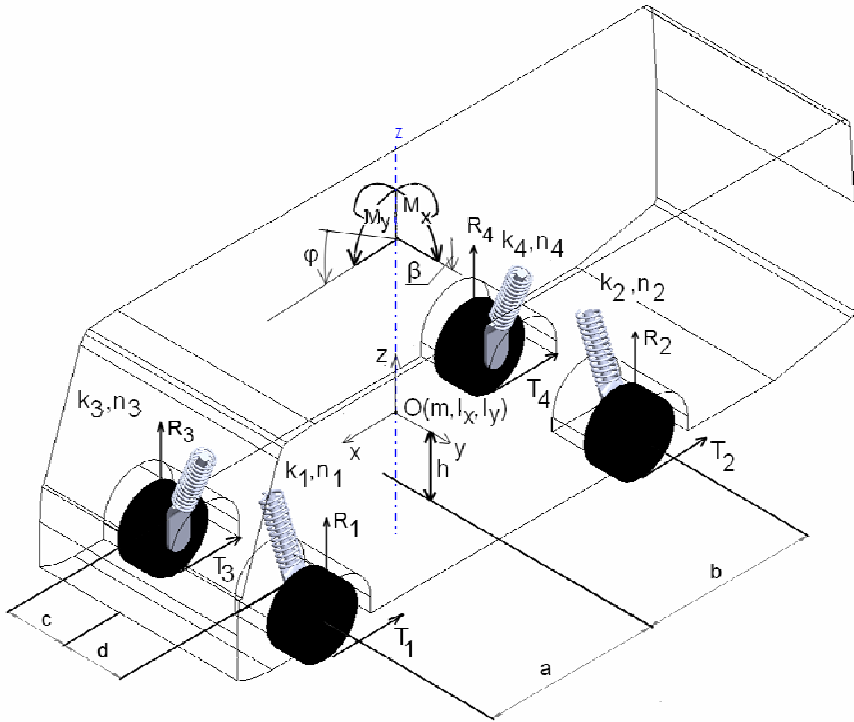


Рисунок 1 – Модель коливальної системи

Нехай $Z = Z(t)$, $\varphi = \varphi(t)$, $\beta = \beta(t)$ – відповідно вертикальне переміщення центру мас, поздовжнє кутове переміщення підресованої маси відносно центру мас та поперечне кутове переміщення підресованої маси відносно центру мас; m, I_x, I_y – відповідно підресована маса та моменти інерції підресованої маси у поздовжньому та поперечному напрямку, k_1, k_3, n_1, n_3 – коефіцієнти жорсткості та демпфірування передніх коліс; k_2, k_4, n_2, n_4 – коефіцієнти жорсткості та демпфірування задніх коліс; a, b – відповідно відстані від передньої та задньої вісі до центра мас автомобіля, c, d – відповідно відстані від центрів правих та лівих коліс до центра мас; h – висота центра мас відносно шляху; $T_1, T_3; T_2, T_4$ – гальмові сили, прикладені до коліс відповідно передньої та задньої вісі; M_x, M_y – відповідно поздовжній та поперечний крутні моменти гальмових сил; $R_1, R_2; R_3, R_4$ – сили реакції дороги.

Величини a, b та c, d є динамічними параметрами, що характеризують розподіл ваги між осями. З конструктивних міркувань бажано, щоб автомобіль зберігав рівне положення за будь якого рівня завантаженості, тому на величини коефіцієнтів жорсткості по бортах автомобіля накладаються обмеження (2) та (3) [1].

Припустимо, що величини коефіцієнтів $k_i, n_i, i = \overline{1,4}$ по колесах підпорядковуються наступним обмеженням:

$$\frac{k_1}{k_3} = \frac{k_2}{k_4} = \frac{b}{a}; \quad (1)$$

$$k_1 = k_3; \quad (2)$$

$$k_2 = k_4;$$

$$c = d, \quad (3)$$

а вертикальні переміщення кожного з коліс автомобіля зв'язані з узагальненими координатами наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z - a \cdot \operatorname{tg} \varphi - d \cdot \operatorname{tg} \beta, \\ Z_2 &= Z + b \cdot \operatorname{tg} \varphi - d \cdot \operatorname{tg} \beta, \\ Z_3 &= Z - a \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \cdot \operatorname{tg} \beta, \\ Z_4 &= Z + b \cdot \operatorname{tg} \varphi - d \cdot \operatorname{tg} \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

При цьому, умова (1) виконується для порожнього автомобіля, а умова (2) визначає рівність жорсткості лівого та правого борту.

Побудуємо систему рівнянь Лагранжа для розглянутої коливальної системи. Відомо, що рівняння Лагранжа для консервативної механічної системи має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}}. \quad (5)$$

де Π – повна потенційна енергія коливальної системи, T – її повна кінетична енергія, Φ – повна енергія, що розсіюється в демпферах, q, \dot{q} – узагальнене переміщення та його перша похідна.

Для розглянутої коливальної системи узагальненими переміщеннями є Z, φ, β . Тому система складається з трьох рівнянь відносно цих переміщень, а для побудови цих рівнянь необхідно визначити енергії Π, T, Φ та їх часткові похідні по Z, φ, β . Таким чином формулюються ліві частини рівнянь системи (5).

Так як гальмові сили T_1, T_2, T_3, T_4 направлені у площині, паралельній напрямку руху автомобіля, то вертикальна збурююча сила, що впливає на переміщення кузова Z , відсутня. Тому права частина першого рівняння (7) дорівнює нулю. Так само і поперековий крутний момент буде дорівнювати нулю для випадку прямолінійного руху автомобіля.

Для визначення поздовжнього крутного моменту M_y , припустимо, що напрямом відліку для нього є напрям руху автомобіля. Тоді крутний момент дорівнюватиме сумарному моменту сил T_1, T_2, T_3, T_4 на плечі h :

$$M_y = \sum_{i=1}^4 T_i h = (T_1 + T_2 + T_3 + T_4) h. \quad (6)$$

Додавши до відповідних рівнянь вирази, що характеризують баланс моментів сил реакції шляху, отримуємо остаточний вид системи рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial Z} + \frac{\partial \Pi}{\partial Z} + \frac{\partial \Phi}{\partial Z} - (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + (R_1 + R_3) a - (R_2 + R_4) b - \\ - (T_1 + T_2 + T_3 + T_4) h = 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \beta} + \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} + \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} + (R_1 + R_2) d - (R_3 + R_4) c - M_x = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Вираз для повної потенційної енергії коливань системи Π матиме вигляд

$$\begin{aligned} \Pi = & -(k_1 \cdot f \cdot Z + k_2 \cdot f \cdot Z + k_3 \cdot f \cdot Z + k_4 \cdot f \cdot Z) + \frac{1}{2} k_1 (Z_1 + f)^2 - \\ & - \frac{1}{2} k_1 f^2 + \frac{1}{2} k_2 (Z_2 + f)^2 - \frac{1}{2} k_2 f^2 + \frac{1}{2} k_3 (Z_3 + f)^2 - \frac{1}{2} k_3 f^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_4 (Z_4 + f)^2 - \frac{1}{2} k_4 f^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Повна кінетична енергія коливань системи T складається з поступального переміщення підресореної маси Z та її кутових переміщень у двох площинах з кутами φ, β . Тому маємо:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{Z}^2 + \frac{1}{2} I_y \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_x \dot{\beta}^2. \quad (9)$$

Аналогічно виразимо повну енергію дисипації Φ :

$$\Phi = \frac{1}{2}n_1\dot{Z}_1^2 + \frac{1}{2}n_2\dot{Z}_2^2 + \frac{1}{2}n_3\dot{Z}_3^2 + \frac{1}{2}n_4\dot{Z}_4^2. \quad (10)$$

Сили реакції шляху можна виразити через коливання не підресорених мас кожного колеса під дією кінематичного збудження, еквівалентного мікропрофілю шляху:

$$\begin{aligned} R_1 &= m_{n1}\ddot{x}_1 - n_1\dot{x}_1 - k_1x_1, \\ R_2 &= m_{n2}\ddot{x}_2 - n_2\dot{x}_2 - k_2x_2, \\ R_3 &= m_{n3}\ddot{x}_3 - n_3\dot{x}_3 - k_3x_3, \\ R_4 &= m_{n4}\ddot{x}_4 - n_4\dot{x}_4 - k_4x_4, \end{aligned} \quad (11)$$

де m_{ni} - невідресорена маса i -го колеса; $x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i$ - відповідно мікропереміщення колеса відносно нуля дороги та перша і друга похідні такого переміщення.

Узявши необхідні похідні від (8-10) та підставивши їх у (7), отримаємо шукану систему рівнянь (12-14):

$$\begin{aligned} m\ddot{Z} &= (k_1 + k_2 + k_3 + k_4)f - \\ &- k_1(Z - a \cdot \text{tg}\varphi - d \cdot \text{tg}\beta + f) - \\ &- k_2(Z + b \cdot \text{tg}\varphi - d \cdot \text{tg}\beta + f) - \\ &- k_3(Z - a \cdot \text{tg}\varphi + c \cdot \text{tg}\beta + f) - \\ &- k_4(Z + b \cdot \text{tg}\varphi + c \cdot \text{tg}\beta + f) - \\ &- n_1(\dot{Z} - a \cdot (1 + \text{tg}^2\varphi) \cdot \dot{\varphi} - d \cdot (1 + \text{tg}^2\beta) \cdot \dot{\beta}) - \\ &- n_2(\dot{Z} + b \cdot (1 + \text{tg}^2\varphi) \cdot \dot{\varphi} - d \cdot (1 + \text{tg}^2\beta) \cdot \dot{\beta}) - \\ &- n_3(\dot{Z} - a \cdot (1 + \text{tg}^2\varphi) \cdot \dot{\varphi} + c \cdot (1 + \text{tg}^2\beta) \cdot \dot{\beta}) - \\ &- n_4(\dot{Z} + b \cdot (1 + \text{tg}^2\varphi) \cdot \dot{\varphi} + c \cdot (1 + \text{tg}^2\beta) \cdot \dot{\beta}) + \\ &+ (m_{n1}\ddot{x}_1 - n_1\dot{x}_1 - k_1x_1) + \\ &+ (m_{n2}\ddot{x}_2 - n_2\dot{x}_2 - k_2x_2) + \\ &+ (m_{n3}\ddot{x}_3 - n_3\dot{x}_3 - k_3x_3) + \\ &+ (m_{n4}\ddot{x}_4 - n_4\dot{x}_4 - k_4x_4), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
I_y \ddot{\varphi} = & k_1 a (Z - a \cdot \operatorname{tg} \varphi - d \cdot \operatorname{tg} \beta + f) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) - \\
& - k_2 b (Z + b \cdot \operatorname{tg} \varphi - d \cdot \operatorname{tg} \beta + f) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) + \\
& + k_3 a (Z - a \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \cdot \operatorname{tg} \beta + f) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) - \\
& - k_4 b (Z + b \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \cdot \operatorname{tg} \beta + f) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) + \\
& + n_1 a (\dot{Z} - a \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cdot \dot{\varphi} - d \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot \dot{\beta}) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) - \\
& - n_2 b (\dot{Z} + b \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cdot \dot{\varphi} - d \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot \dot{\beta}) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) + \\
& + n_3 a (\dot{Z} - a \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cdot \dot{\varphi} + c \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot \dot{\beta}) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) - \\
& - n_4 b (\dot{Z} + b \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cdot \dot{\varphi} + c \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot \dot{\beta}) (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) + \\
& + (m_{n2} \ddot{x}_2 - n_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 + m_{n4} \ddot{x}_4 - n_4 \dot{x}_4 - k_4 x_4) \cdot b - \\
& - (m_{n1} \ddot{x}_1 - n_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 + m_{n3} \ddot{x}_3 - n_3 \dot{x}_3 - k_3 x_3) \cdot a + \\
& + (T_1 + T_2 + T_3 + T_4) \cdot h,
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
I_x \ddot{\beta} = & k_1 d (Z - a \cdot \operatorname{tg} \varphi - d \cdot \operatorname{tg} \beta + f) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) + \\
& + k_2 d (Z + b \cdot \operatorname{tg} \varphi - d \cdot \operatorname{tg} \beta + f) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) - \\
& - k_3 c (Z - a \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \cdot \operatorname{tg} \beta + f) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) - \\
& - k_4 c (Z + b \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \cdot \operatorname{tg} \beta + f) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) + \\
& + n_1 d (\dot{Z} - a \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cdot \dot{\varphi} - d \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot \dot{\beta}) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) + \\
& + n_2 d (\dot{Z} + b \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cdot \dot{\varphi} - d \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot \dot{\beta}) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) - \\
& - n_3 c (\dot{Z} - a \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cdot \dot{\varphi} + c \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot \dot{\beta}) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) - \\
& - n_4 c (\dot{Z} + b \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cdot \dot{\varphi} + c \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot \dot{\beta}) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) + \\
& + (m_{n2} \ddot{x}_2 - n_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 + m_{n4} \ddot{x}_4 - n_4 \dot{x}_4 - k_4 x_4) \cdot c - \\
& - (m_{n1} \ddot{x}_1 - n_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 + m_{n2} \ddot{x}_2 - n_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2) \cdot d + M_x.
\end{aligned} \tag{14}$$

За розробленою системою рівнянь можна передбачити характер виникнення коливань під дією гальмівних сил та дорожніх нерівностей і таким чином передбачати викликані цими коливаннями збурення гальмівного приводу по навантаженню або висоті підресореної маси. Для швидкого та якісного чисельного моделювання за отриманою системою у середовищі MATLAB/SIMULINK розроблена комп'ютерна модель та проведені розрахунки для автобуса БАЗ-А079.09 «Еталон» Бориспільського автобусного заводу.

Комп'ютерне моделювання. Розроблена модель складається з блоків введення початкових даних, підсистем розв'язку рівнянь та блоків виводу. Розв'язок рівнянь виконується за допомогою подвійного чисельного

інтегрування інтегратором ode45. Блоки введення даних реалізовані у вигляді констант, значення яких можна ввести перед стартом розрахунку. Блоками виведення є стандартний осцилограф (Scope) та вивід у простір моделі (ScopeData). Загальний вид моделі наведений на рисунку 2.

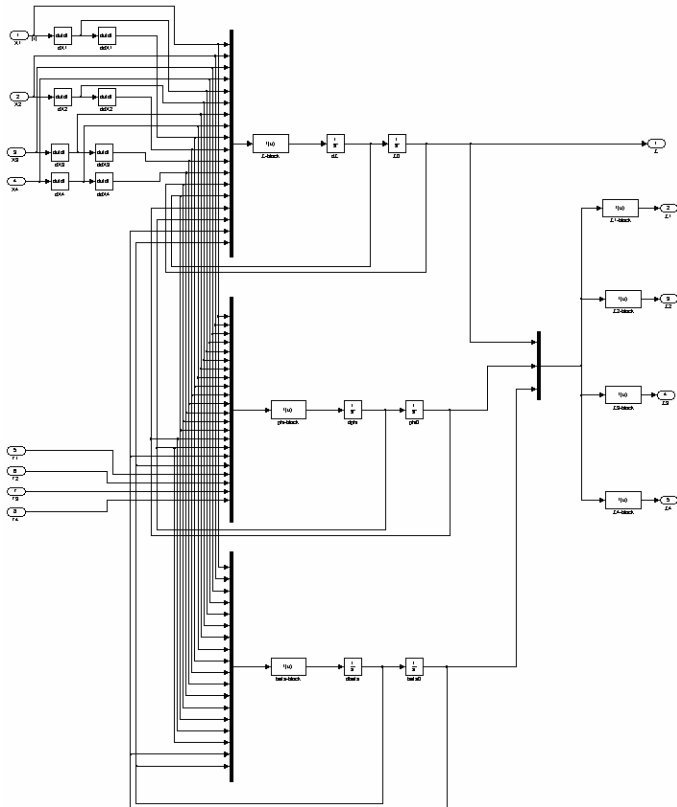


Рисунок 2 – Загальний вид моделі коливальної системи

Розглянемо початкові дані для автобуса БАЗ-А079.09 «Еталон». У розрахунках використовувалися наступні дані:

- повна маса – 7730 кг,
- відстань від центра мас до передньої вісі – 2.088 м,
- відстань від центра мас до задньої вісі – 1.711 м,
- поздовжній момент інерції підресореної маси – 44504.63 кг·м²,
- поперековий момент інерції підресореної маси – 10834.3 кг·м²,
- статичний прогин підвіски – 0.095 м за непідресореної маси 4500 кг

Для умов екстреного гальмування на межі коефіцієнту гальмування $z = 0.8$ зі швидкості 80 км/год отримані наступні графіки відносних переміщень невідресореної маси щодо кожного з коліс (дивись рисунки 3-5).

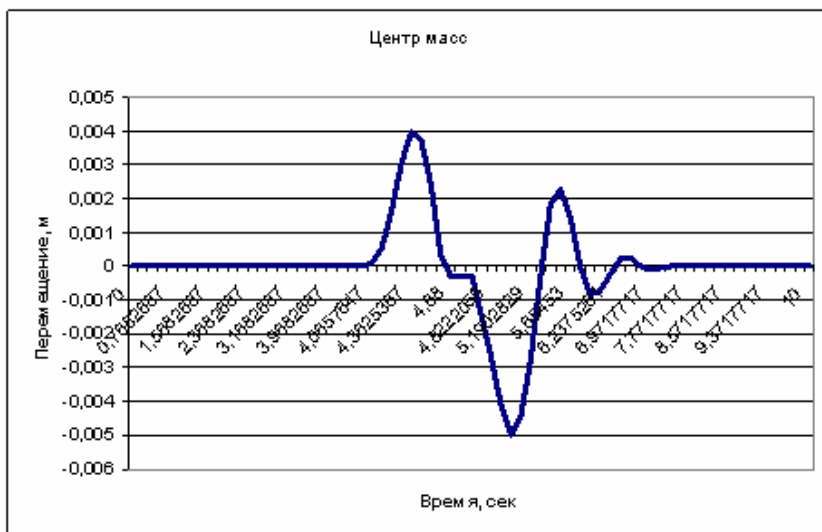


Рисунок 3 – Коливання центра мас

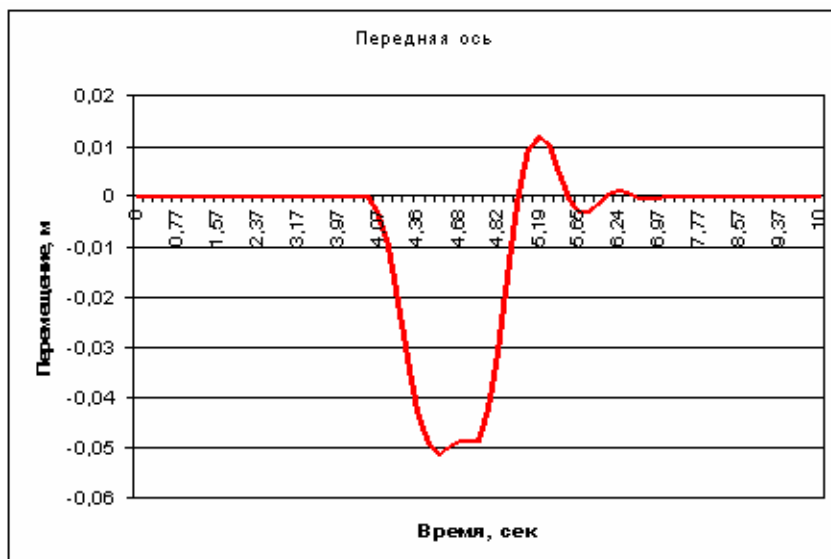


Рисунок 4 – Коливання передньої частини

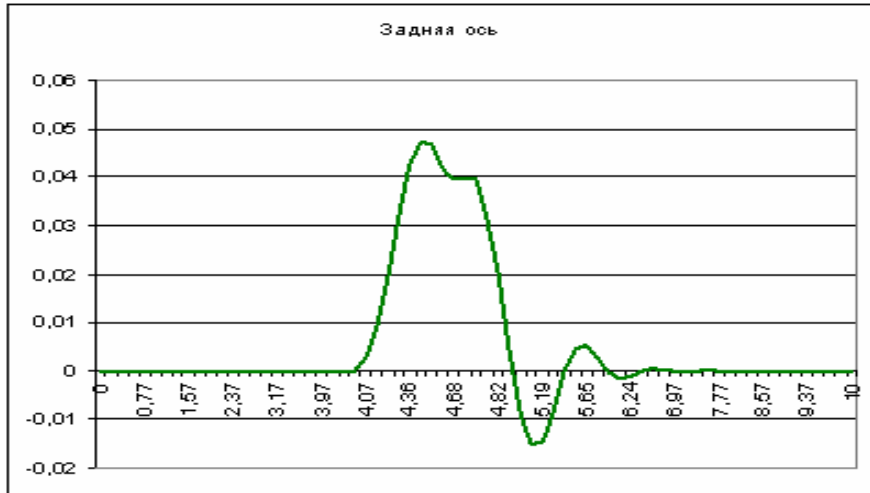


Рисунок 5 – Коливання задньої частини

Таким чином, максимальне відхилення центра мас ϵ у межах 3-5 мм, що є нормою, так як виконується умова (1). При цьому, відхилення передньої та задньої частин автомобіля є симетричними і досягають 50 мм, що є типовим для цього автобуса в умовах заводських випробувань. Отримані результати дозволяють використовувати модель як компонент замкненої системи «водій-автомобіль – дорожнє середовище» у дослідженнях впливу процесу руху на виникнення збурень у приводі гальмівних систем автобусів та вантажних автомобілів.

Висновки. У статті розглянута коливальна модель двовісної чотириколісної машини, що дозволяє визначати амплітуду та частоту коливань за вертикальним поступальним переміщенням центра мас і двома кутовими переміщеннями підресореної маси відносно нього. На основі отриманої з допомогою метода Лагранжа системи диференціальних рівнянь розроблена комп'ютерна модель у системі MATLAB/SIMULINK. Для підтвердження працездатності та адекватності моделі проведений чисельний розрахунок маневру гальмування автобуса БАЗ-А079.09 «Еталон».

Список літератури: 1. Литвинов А.С. Автомобиль. Теория эксплуатационных свойств [Текст] / А.С. Литвинов. – М.: Машиностроение, 1989. – 400 с. 2. Основы прикладной теории колебаний [Текст] : учеб. пособие / А.Н. Туренко, В.И. Клименко, В.А. Богомолов и др. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 130 с. 3. Thomas Gillespie. Fundamentals of Vehicle Dynamics / T.Gillespie, SAE Press, Michigan, 1997 – 640p.

Надійшла до редколегії 11.04.2012