

# ЗАЛІЗНИЧНИЙ ТРАНСПОРТ

УДК 621.313

**Б.Г. ЛЮБАРСКИЙ** канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПИ»;

**А.С. МАСЛИЙ** инж. НТУ «ХПИ»;

**С.Г. БУРЯКОВСКИЙ** канд. техн. наук, доц. УкрДАЗТ, Харьков;

**Н.А. ГОРДЕЕВА** инж. НТУ «ХПИ»

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕАКТИВНОГО ИНДУКТОРНОГО ТРЕХОБОМОТЧНОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ**

В работе предложена математическая модель реактивного индукторного трехобмоточного электромеханического преобразователя на основе решения уравнения Лагранжа для электромеханической системы.

У роботі запропоновано математичну модель реактивного індукторного триобмоткового електромеханічного перетворювача на основі рішення рівняння Лагранжа для електромеханічної системи.

The paper presents a mathematical model of jet-winding inductor electromechanical transducer based on the solution of Lagrange equations for electromechanical systems.

Для моделирования электромеханических преобразователей различных типов в настоящее время используются различные подходы. Первый из них моделирование на основе уравнений обобщенного электромеханического преобразователя энергии [1]. При создании таких моделей принимаются допущения о линейности магнитной системы, равномерности (гладкости) воздушного зазора. Эти допущения позволяют создавать модели систем с относительно слабыми нелинейностями. Учет локальных насыщений, таких как насыщения оснований или коронок зубцов, которые свойственны современным высокоиспользуемым ЭМП, при таком подходе невозможен. Поэтому широко используемые в настоящее время модели, созданные на этом принципе имеют значительные погрешности. Однако главным достоинством их является возможность реализовать программно-ориентированные модели позволяющие проводить расчеты динамических процессов достаточно быстро, а на современном уровне техники даже близко к реальному времени. Это позволяет использовать их в качестве основы для алгоритмов управления микропроцессорными системами автоматизированных приводов различных типов.

Вторым подходом является составления «цепно-полевой» модели ЭМП [2,3]. При таком подходе авторами предлагается определять параметры ЭМП по результатам расчета магнитного поля. Обычно для этого предлагается использование численных методов таких, как метод конечных элементов.

Полученные таким образом параметры магнитного поля (потокосцепления собственные и взаимные индуктивности) идентифицируют математическую модель. Эти модели значительно точнее описывают процессы в ЭМП однако машинное время для расчетов значительно увеличивается. Порядок таких моделей можно оценить в виде системы в которой используется десятки, сотни тысяч нелинейных алгебраических уравнений, которые в свою очередь идентифицируют параметры 1- 10 (а для асинхронного двигателя несколько десятков [3]) дифференциальных уравнений.

Предлагаемый нами подход позволит создать математическую модель ЭМП порядок которой будет значительно ниже порядка модели предложенной [2,3], однако она будет учитывать локальные насыщения и нелинейности ЭМП.

Целью данной статьи является создание математической модели реактивного индукторного трехобмоточного электромеханического преобразователя.

Основные энергетические параметры ЭМП представлены в табл. и на рис. где  $q_a, q_b, q_c$  - электрические заряды двигающиеся в фазах А,В и С соответственно,  $\gamma$  - угловая координата ротора,  $i_a, i_b, i_c$  - токи в фазах А,В и С соответственно,  $\omega$  - угловая скорость ротора,  $\psi_a, \psi_b, \psi_c$  - потокосцепления фаз,  $J$  - момент инерции ротора,  $e_a, e_b, e_c$  - напряжения приложенные к фазам А, В и С соответственно,  $M_c$  - момент сопротивления на валу ЭМП.

Если рассматривается действие неконсервативной силы  $Q_i$  по  $k$ -ой координате  $q_i$  совместно с консервативными силами системы, то согласно принципу Даламбера при динамическом равновесии сумма всех сил, включая неконсервативные, должна равняться нулю. Поэтому уравнение Лагранжа имеет следующий вид:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial F}{\partial q_i} \right) + Q_i = 0, \quad (1)$$

где  $L$  - силовая функция Лагранжа,  $F$  - релеева функция, описывающая потери в системе.

После определения обобщенных координат выбираем силовую функцию Лагранжа или лагранжиан,  $L(q, \dot{q}, t)$ , который будем использовать для получения уравнений движения. Лагранжиан определяется как разности между кинетической коэнергией  $T$  и потенциальной энергией  $V$ , т.е.:

$$L = T - V. \quad (2)$$

Через обобщенные переменные запишем выражения для кинетической коэнергии и потенциальной энергии для консервативной части системы по следующим уравнениям:

- кинетическая коэнергия:

$$T = \int_{0, \dots, 0}^{q_1, \dots, q_N} \sum_{i=1}^N p_i(q_1, \dots, q_N; \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_N; t) dq_i \quad (3)$$

- потенциальная энергия:

$$V = \int_{0, \dots, 0}^{q_1, \dots, q_N} \sum_{i=1}^N -f_i(q_1, \dots, q_N; t) dq_i \quad (4)$$

Таблица - Основные энергетические параметры реактивного индукторного трехобмоточного электромеханического преобразователя

Тип координаты	Электрическая	Электрическая	Электрическая	Механическая
$k$	1	2	3	4
$q_k$	$q_A$	$q_B$	$q_C$	$\gamma$
$q'_k$	$i_A$	$i_B$	$i_C$	$\omega$
$\dot{q}_k$	$\psi_A$	$\psi_B$	$\psi_C$	$J\omega$
$-f_k$	0	0	0	0
$Q_k$	$e_A$	$e_B$	$e_C$	$M_c$

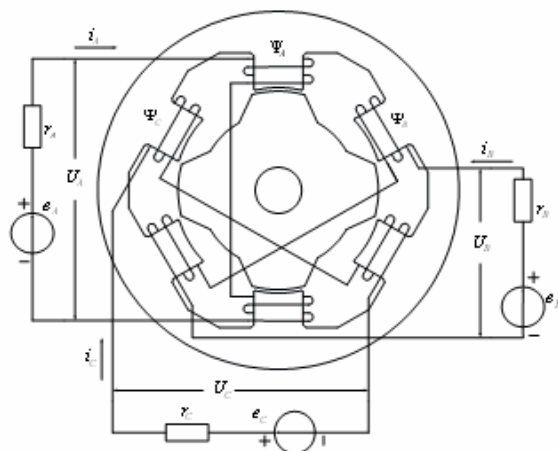


Рисунок - Схема реактивного индукторного трехобмоточного ЭМП

Через обобщенные координаты запишем выражения для кинетической коэнергии и потенциальной энергии для консервативной части системы по уравнениям (2) и (3) получим:

$$T = \frac{1}{2} \cdot J \omega^2 + \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a + \int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b + \int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c$$

$$V = 0$$

Найдем консервативный лагранжиан по (2):

$$L = T - V = \frac{1}{2} \cdot J \omega^2 + \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a + \int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b + \int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c$$

Запишем релееву функцию потерь для трехфазного ЭМП:

$$F = \frac{1}{2} r_a i_a^2 + \frac{1}{2} r_b i_b^2 + \frac{1}{2} r_c i_c^2 + \frac{1}{2} \alpha \omega^2$$

Подстановка вышеописанного в уравнение Лагранжа дает следующие уравнения для динамической системы индукторного трехобмоточного ЭМП:

$$e_a - \frac{d\Psi_a}{dt} - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \left( \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a + \int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c \right)}{\partial i_a} \right] - r_a i_a = 0$$

$$e_b - \frac{d\Psi_b}{dt} - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \left( \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a + \int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c \right)}{\partial i_b} \right] - r_b i_b = 0$$

$$e_c - \frac{d\Psi_c}{dt} - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \left( \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a + \int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b \right)}{\partial i_c} \right] - r_c i_c = 0$$

$$\left[ \frac{\partial \left( \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a + \int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b \right)}{\partial \gamma} + \frac{\partial \left( \int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c \right)}{\partial \gamma} \right] - J \frac{d\omega}{dt} - \alpha \omega + M_c = 0$$

Уравнения (9)-(11) являются уравнениями электрического баланса, а уравнение (12) - механического.

$$\text{Выражение } \frac{\alpha \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a}{\partial \gamma} + \frac{\int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b}{\partial \gamma} + \frac{\int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c}{\partial \gamma}$$

определяет электромагнитный момент трехфазного ЭМП ( $M_e$ ).

Для получения математической модели относительно токов выражения для тока в фазах ЭМП в уравнениях электрического равновесия произведем следующую замену:

$$\Psi'_a = \left( \Psi_a + \frac{\alpha \int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b + \int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c}{\partial i_a} \right) \quad (13)$$

$$\Psi'_b = \left( \Psi_b + \frac{\alpha \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a + \int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c}{\partial i_b} \right) \quad (14)$$

$$\Psi'_c = \left( \Psi_c + \frac{\alpha \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a + \int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b}{\partial i_c} \right) \quad (15)$$

После преобразования получим следующую систему уравнений электрического баланса:

$$\begin{cases} e_a - \frac{d\Psi'_a}{dt} - r_a i_a = 0 \\ e_b - \frac{d\Psi'_b}{dt} - r_b i_b = 0 \\ e_c - \frac{d\Psi'_c}{dt} - r_c i_c = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Поскольку в нашем случае потокосцепление – это сложная функция, которая зависит от четырёх переменных  $(i_a, i_b, i_c, \gamma)$ , то производные  $\frac{d\Psi'_a}{dt}$ ,  $\frac{d\Psi'_b}{dt}$ ,  $\frac{d\Psi'_c}{dt}$  можно представить в таком виде:

$$\frac{d\Psi'_a}{dt} = \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_a} \cdot \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_b} \cdot \frac{di_b}{dt} + \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_c} \cdot \frac{di_c}{dt} + \frac{\partial\Psi'_a}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (17)$$

$$\frac{d\Psi'_b}{dt} = \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_a} \cdot \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_b} \cdot \frac{di_b}{dt} + \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_c} \cdot \frac{di_c}{dt} + \frac{\partial\Psi'_b}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (18)$$

$$\frac{d\Psi'_c}{dt} = \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_a} \cdot \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_b} \cdot \frac{di_b}{dt} + \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_c} \cdot \frac{di_c}{dt} + \frac{\partial\Psi'_c}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (19)$$

Подставим выражения (17-19) в уравнения системы (16) и получим её в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_a} \cdot \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_b} \cdot \frac{di_b}{dt} + \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_c} \cdot \frac{di_c}{dt} + \frac{\partial\Psi'_a}{\partial y} \cdot \omega + r \cdot i_a &= e_a \\ \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_a} \cdot \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_b} \cdot \frac{di_b}{dt} + \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_c} \cdot \frac{di_c}{dt} + \frac{\partial\Psi'_b}{\partial y} \cdot \omega + r \cdot i_b &= e_b \\ \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_a} \cdot \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_b} \cdot \frac{di_b}{dt} + \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_c} \cdot \frac{di_c}{dt} + \frac{\partial\Psi'_c}{\partial y} \cdot \omega + r \cdot i_c &= e_c \end{aligned} \quad (20)$$

Такая система представляет собой систему с тремя неизвестными

относительно производных  $\frac{di_a}{dt}$ ,  $\frac{di_b}{dt}$ ,  $\frac{di_c}{dt}$ , решив которую методом Крамера получим:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{\begin{bmatrix} e_a - \frac{\partial\Psi'_a}{\partial y} \cdot \omega - r \cdot i_a \\ e_b - \frac{\partial\Psi'_b}{\partial y} \cdot \omega - r \cdot i_b \\ e_c - \frac{\partial\Psi'_c}{\partial y} \cdot \omega - r \cdot i_c \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_b} & \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_c} \\ \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_b} & \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_c} \\ \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_b} & \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_c} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_a} & \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_b} & \frac{\partial\Psi'_a}{\partial i_c} \\ \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_a} & \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_b} & \frac{\partial\Psi'_b}{\partial i_c} \\ \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_a} & \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_b} & \frac{\partial\Psi'_c}{\partial i_c} \end{vmatrix}} \quad (21)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{\begin{array}{c} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_A} \left[ e_A - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_A i_A \right] \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_C} \\ \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_A} \left[ e_B - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_B i_B \right] \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_C} \\ \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_A} \left[ e_C - \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_C i_C \right] \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_C} \end{array}}{\begin{array}{ccc} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_A} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_B} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_C} \\ \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_A} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_B} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_C} \\ \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_A} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_B} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_C} \end{array}} \quad (22)$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{\begin{array}{ccc} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_A} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_B} & \left[ e_A - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_A i_A \right] \\ \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_A} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_B} & \left[ e_B - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_B i_B \right] \\ \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_A} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_B} & \left[ e_C - \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_C i_C \right] \end{array}}{\begin{array}{ccc} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_A} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_B} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \alpha_C} \\ \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_A} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_B} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \alpha_C} \\ \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_A} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_B} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \alpha_C} \end{array}} \quad (23)$$

Введём следующие обозначения:  $D$  – знаменатель в формулах (21-23),  $D_A, D_B, D_C$  – числители в формулах (21-23) для соответствующих токов.

Проанализировав выше сказанное, сведём в единую систему (24) все уравнения, которые будут необходимы в дальнейшем для создания математической модели ВИМ. Такая система состоит из уравнений электрического и механического равновесия:

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{D_a}{D} \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{D_b}{D} \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{D_c}{D} \\ M_{\text{об}} - \alpha\omega - M_c = J \frac{d\omega}{dt} \\ \omega = \frac{d\gamma}{dt} \end{cases} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} D &= \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_a} \cdot \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \alpha_b} \cdot \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_c} + \frac{\partial \Psi'_a}{\partial \alpha_b} \cdot \frac{\partial \Psi'_b}{\partial i_c} \cdot \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_a} + \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_c} \cdot \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \alpha_a} \cdot \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_b} - \\ &\quad - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_c} \cdot \frac{\partial \Psi'_b}{\partial i_b} \cdot \frac{\partial \Psi'_c}{\partial \alpha_a} - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial \alpha_a} \cdot \frac{\partial \Psi'_b}{\partial i_c} \cdot \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_b} - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_b} \cdot \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \alpha_a} \cdot \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_c} \\ D_a &= \left[ e_a - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_a i_a \right] \frac{\partial \Psi'_b}{\partial i_b} \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_c} + \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_b} \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \alpha_c} \left[ e_c - \frac{\partial \Psi'_c}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_c i_c \right] + \\ &\quad + \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_c} \left[ e_b - \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_b i_b \right] \frac{\partial \Psi'_c}{\partial \alpha_b} - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_c} \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \alpha_b} \left[ e_c - \frac{\partial \Psi'_c}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_c i_c \right] - \\ &\quad - \left[ e_a - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_a i_a \right] \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \alpha_c} \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_b} - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_b} \left[ e_b - \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_b i_b \right] \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_c} \\ D_b &= \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_a} \left[ e_b - \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_b i_b \right] \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_c} + \left[ e_a - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_a i_a \right] \frac{\partial \Psi'_b}{\partial i_c} \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_a} + \\ &\quad + \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_c} \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \alpha_a} \left[ e_c - \frac{\partial \Psi'_c}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_c i_c \right] - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_c} \left[ e_b - \frac{\partial \Psi'_b}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_b i_b \right] \frac{\partial \Psi'_c}{\partial \alpha_a} - \\ &\quad - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial i_a} \frac{\partial \Psi'_b}{\partial i_c} \left[ e_c - \frac{\partial \Psi'_c}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_c i_c \right] - \left[ e_a - \frac{\partial \Psi'_a}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_a i_a \right] \frac{\partial \Psi'_b}{\partial i_a} \frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_c} \end{aligned}$$





$$D_c = \frac{\partial \Psi'_A}{\alpha_A} \frac{\partial \Psi'_B}{\alpha_B} \left[ e_c - \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_c i_c \right] + \frac{\partial \Psi'_A}{\alpha_B} \left[ e_B - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_B i_B \right] \frac{\partial \Psi'_C}{\alpha_A} +$$

$$+ \left[ e_A - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_A i_A \right] \frac{\partial \Psi'_B}{\alpha_A} \frac{\partial \Psi'_C}{\alpha_B} - \left[ e_A - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_A i_A \right] \frac{\partial \Psi'_B}{\alpha_B} \frac{\partial \Psi'_C}{\alpha_A} -$$

$$- \frac{\partial \Psi'_A}{\alpha_A} \left[ e_B - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_B i_B \right] \frac{\partial \Psi'_C}{\alpha_B} - \frac{\partial \Psi'_A}{\alpha_B} \frac{\partial \Psi'_B}{\alpha_A} \left[ e_c - \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_c i_c \right]$$

$$\frac{\partial \Psi'_A}{\alpha_A} = \frac{\partial \Psi_A}{\alpha_A} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B \right]^2}{\partial^2 i_A} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right]^2}{\partial^2 i_A}$$

$$\frac{\partial \Psi'_A}{\alpha_B} = \frac{\partial \Psi_A}{\alpha_B} + \frac{\partial \Psi_B}{\alpha_A} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right]^2}{\alpha_A \alpha_B}$$

$$\frac{\partial \Psi'_A}{\alpha_C} = \frac{\partial \Psi_A}{\alpha_C} + \frac{\partial \Psi_C}{\alpha_A} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B \right]^2}{\alpha_A \alpha_C}$$

$$\frac{\partial \Psi'_B}{\alpha_A} = \frac{\partial \Psi_A}{\alpha_B} + \frac{\partial \Psi_B}{\alpha_A} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right]^2}{\alpha_A \alpha_B}$$

$$\frac{\partial \Psi'_B}{\alpha_B} = \frac{\partial \Psi_B}{\alpha_B} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_A} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_A \right]^2}{\partial^2 i_B} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right]^2}{\partial^2 i_B}$$

$$\frac{\partial \Psi'_B}{\alpha_C} = \frac{\partial \Psi_B}{\alpha_C} + \frac{\partial \Psi_C}{\alpha_B} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_A} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_A \right]^2}{\alpha_B \alpha_C}$$

$$\frac{\partial \Psi'_C}{\alpha_A} = \frac{\partial \Psi_A}{\alpha_C} + \frac{\partial \Psi_C}{\alpha_A} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B \right]^2}{\alpha_A \alpha_C}$$

$$\frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_b} = \frac{\partial \Psi_b}{\partial i_c} + \frac{\partial \Psi_c}{\partial i_b} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a \right]^2}{\partial i_b \partial i_c},$$

$$\frac{\partial \Psi'_c}{\partial i_c} = \frac{\partial \Psi_c}{\partial i_c} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a \right]^2}{\partial i_c^2} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b \right]^2}{\partial i_c^2},$$

$$\frac{\partial \Psi'_a}{\partial \gamma} = \frac{\partial \Psi_a}{\partial \gamma} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b \right]^2}{\partial i_a \partial \gamma} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c \right]^2}{\partial i_a \partial \gamma},$$

$$\frac{\partial \Psi'_b}{\partial \gamma} = \frac{\partial \Psi_b}{\partial \gamma} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a \right]^2}{\partial i_b \partial \gamma} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_c} \Psi_c(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_c \right]^2}{\partial i_b \partial \gamma},$$

$$\frac{\partial \Psi'_c}{\partial \gamma} = \frac{\partial \Psi_c}{\partial \gamma} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_a} \Psi_a(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_a \right]^2}{\partial i_c \partial \gamma} + \frac{\partial \left[ \int_0^{i_b} \Psi_b(i_a, i_b, i_c, \gamma) di_b \right]^2}{\partial i_c \partial \gamma}.$$

### Выводы.

1. Разработана математическая модель реактивного индукторного трехобмоточного электрохимического преобразователя на основе решения уравнения Лагранжа для электрохимической системы которая позволяет учесть взаимное влияние потоков от обмоток различных фаз.

2. Для реализации программно-ориентированной модели ЭМП необходимо провести идентификацию ее параметров, что будет проведено авторами в дальнейших работах.

3. Полученная математическая модель может быть использована, как универсальная модель для любого трехобмоточного ЭМП.

**Список литературы** 1. Уайт Д. Электрохимическое преобразование энергии / Д. Уайт, Г. Будсон – Москва: Издательство «Энергия», 1964. – с.528. 2. Рымша В.В. Усовершенствованная цепно-полевая модель вентильно-реактивного двигателя / В.В. Рымша, И.Н. Радимов, М.В. Гуляй, П.А. Кравченко // Электротехника і електрохімія. – 2010 – №5. – С. 24–26. 3. Колманян П.Г. Адаптивное управление асинхронным тяговым приводом магистральных электропоездов. – Ростов н/Д: «Изд. вузов. Сев.-Кавк. регион», 2006. – 131с.

Поступила в редакцию 03.04.2012