

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ У МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УДК 539.3

А. А. АТРОШЕНКО, аспірант НТУ «ХПИ»

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ИЗГИБЕ ПОЛОСЫ

На конкретном примере в статье предлагается провести сравнение решения задачи об изгибе полосы с учетом геометрической нелинейности, решаемой методом конечных разностей (МКР) и методом конечных элементов (МКЭ), реализуемым в системе ANSYS. Размеры исследуемой полосы приближены к размерам полосы, выделенной из панели металлического зернохранилища. Проектирование таких конструкций как силосные установки (цилиндрические емкости для хранения зернопродуктов) должно, в первую очередь, базироваться на современных методах расчета, позволяющих учитывать все существенные факторы. Данные установки имеют ряд преимуществ: легкость и быстрота сборки, экономичность, легко обслуживаемые в работе и т.д. В связи с этим необходимо рассчитывать их напряженно-деформированное состояние (НДС) под действием внутреннего давления столба зерновой массы. Это влечет за собой использование той или иной расчетной модели элементов металлоконструкции исследуемого силоса.

Ключевые слова: силос, полоса, машиностроительная конструкция, нагрузка, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов, метод конечных разностей, численные методы, геометрическая нелинейность, погрешность.

Введение. Современное машиностроение разрабатывает все более сложные конструкции, обеспечение прочности и надежности которых при их высокой экономичности имеет важное значение. Проектирование таких конструкций как силосные установки (цилиндрические емкости для хранения зернопродуктов) должно, в первую очередь, базироваться на современных методах расчета, позволяющих учитывать все существенные факторы. Данные установки имеют ряд преимуществ: легкость и быстрота сборки, экономичность, легко обслуживаемые в работе и т.д. Вопросы напряженно-деформированного состояния, вызываемого влиянием геометрической нелинейности, имеют большое значение для обеспечения прочности и эффективного обоснования параметров, обеспечивающих функционирование силосных установок.

В связи с этим необходимо рассчитывать их напряженно-деформированное состояние (НДС) под действием внутреннего давления столба зерновой массы. Это влечет за собой использование той или иной расчетной модели элементов металлоконструкции исследуемого силоса [1-3, 7-13].

В качестве конкретного примера в статье предложено провести сравнение решения задачи об изгибе полосы с учетом геометрической

нелинейности, решаемой методом конечных разностей (МКР) и методом конечных элементов (МКЭ), реализуемым в системе ANSYS [4, 6, 12, 13].

Цель данной работы заключается в проведении сравнения решений исследуемой задачи об изгибе полосы с учетом геометрической нелинейности, полученные при помощи МКР и МКЭ. Ставится также задача провести анализ полученных результатов, определить погрешность результатов, получаемых с использованием предлагаемой методики решения.

Постановка задачи. Данную задачу предлагается решить на базе конкретного примера. Рассматривается полоса геометрические параметры сечения которой равны: длина $l = 1$ м, ширина $A = 0,012$ м, толщина $B = 0,003$ м. В дальнейшем будем представлять полосу в виде стержня со следующими параметрами: площадь поперечного сечения стержня $S = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$, модуль упругости материала $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, момент инерции $I = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^4$. Данные размеры приближены к размерам полосы, выделенной из панели металлического зернохранилища. Распределенная погонная нагрузка, действующая на поверхность стержня, равняется $q = 150 \text{ Н/м}$. Схема исследуемой конструкции показана на рисунке 1.

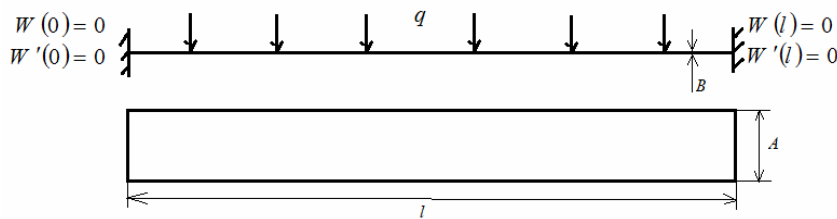


Рис. 1 – Схема исследуемой конструкции

Достоинство конечно-разностного метода заключается в том, что он сводит решение краевой задачи для дифференциального уравнения к решению системы

алгебраических уравнений относительно значений искомой функции на заданном множестве точек [2, 3, 6].

Материалы исследования. Поскольку в рассматриваемом случае предполагаются умеренные прогибы полосы, нагруженных поперечной нагрузкой, то в первом приближении для оценки напряженно-деформированного состояния можно применить геометрически нелинейные соотношения для связанного изгиба и растяжения стержней [4]. При этом для вычисления деформаций ε_x при изгибе используется соотношение:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2, \quad (1)$$

где z – расстояние по толщине от срединной линии стержня, u, w – компоненты перемещения точек стержня вдоль оси X и Z соответственно [4].

Из выражения (1) путем интегрирования по толщине и осреднения по длине определяем продольные усилия (P):

$$P = ES \left(u' + \frac{1}{2} (w')^2 \right) \approx ES \frac{1}{2l} \int_0^l (w')^2 dl \approx$$

$$\approx ES \frac{1}{2l} \sum_i^{n-1} \left(\frac{w_{i+1} - w_i}{\Delta} \right)^2 \cdot \Delta = \frac{1}{2l} \frac{ES}{\Delta} \sum_i^{n-1} (w_{i+1} - w_i)^2. \quad (2)$$

Для решения совместной задачи влияния усилий изгиба стержня и растяжения запишем систему уравнений [5]:

$$EIw^{IV} + Pw'' = q. \quad (3)$$

где E – модуль упругости, I – момент инерции, EI – изгибная жесткость стержня, w – величина прогиба, q – распределенная погонная нагрузка.

Проводится дискретизация системы (3) методом конечных разностей с привлечением матриц (M_1) и (M_2) , введенных в статье [2]. Тогда система уравнений (3) принимает следующий вид:

$$(M_1 + P \cdot M_2)W = Q. \quad (4)$$

Данное уравнение используется для определения изгиба стержня с учетом продольных усилий, в свою очередь зависящих от W по соотношению (2). Для решения системы уравнений (2), (4) будем использовать метод простой итерации с ускорением. Через значения неизвестных на k -й итерации будут находиться их значения на следующей итерации [6].

Дискретная постановка задачи. Для реализации задачи методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS [12,13], была построена модель с применением BEAM элементов, по краям полоса жестко фиксировалась и на верхнюю поверхность задавалась распределенная нагрузка q (рис. 2, 3).

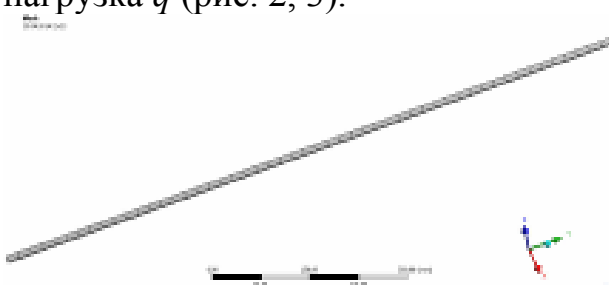


Рис. 2 – Конечно-элементная модель с BEAM элементами



Рис.3 – Приложение граничных условий

Исследуемая задача решалась в двух постановках: с учетом и без учета больших перемещений (геометрическая нелинейность).

При данном разбиении применяется конечный элемент классификации BEAM 188. Данный элемент пригоден для моделирования прямых балочных конструкций, имеющих умеренное соотношение длины и толщины. Элемент

BEAM 188 является линейным (с двумя узлами) пространственным балочным элементом. Данный элемент пригоден для линейных, а также для нелинейных задач с большими поворотами и большими деформациями [12,13]

Результаты расчета. Рассмотрим результаты полученные в системе ANSYS. На рисунке 4 показан прогиб полосы без учета больших перемещений, которое составляет 0,07229 м. На рисунке 5 показан прогиб полосы с учетом больших перемещений, которое составляет 0,009238 м.

Из полученных результатов видно, что учет больших перемещений значительно влияет на решение задач данного характера.

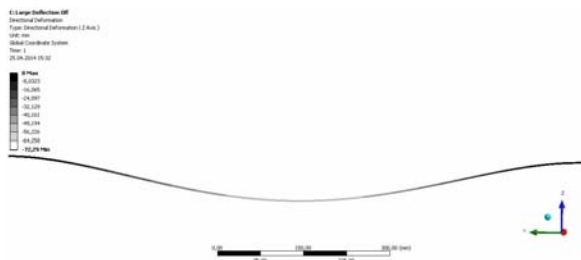


Рис. 4 – Изгиб полосы без учета больших перемещений

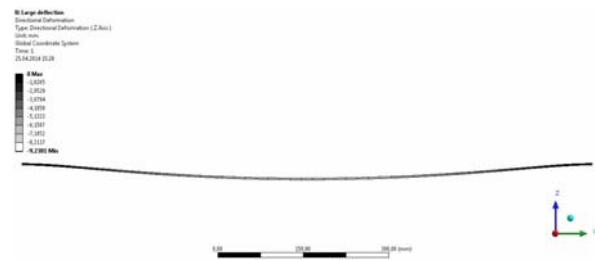


Рис.5 – Изгиб полосы с учета больших перемещений

Проведем сравнение полученных результатов решения задачи по МКР и по МКЭ. На рисунке 6 показан график зависимости максимальных прогибов исследуемой полосы от нагрузки. В таблице 1 представлены значения полученных результатов.

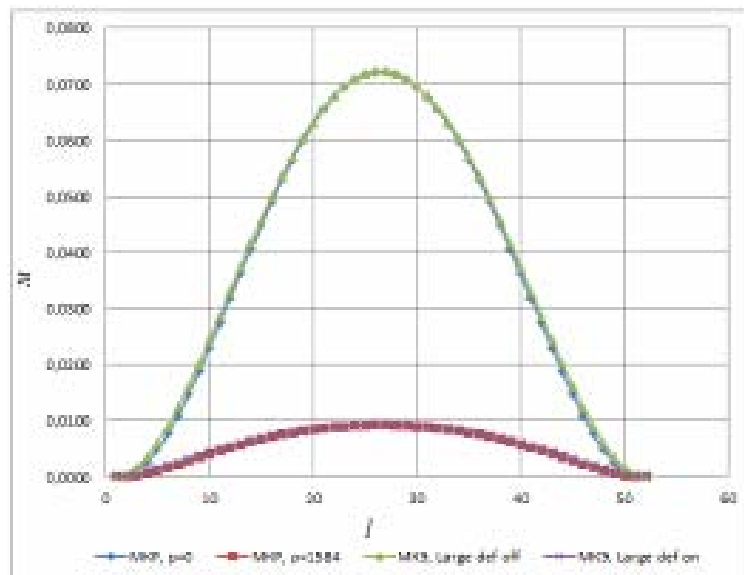


Рис. 6 – Максимальный прогиб МКР и МКЭ с учетом и без учета геометрической нелинейности

Таблица 1 – Полученные результаты при решении задачи МКР и МКЭ

№	Метод решения	Без учета больших перемещений, м	С учетом больших перемещений, м
1	МКР	0,07222	0,00932
2	МКЭ	0,07229	0,009238
3	Отличие, %	0,1	0,8

Из данных результатов следует, что при сравнении предлагаемой методики решения с использованием МКР и решением МКЭ, реализованным в системе ANSYS [12,13], наблюдается хорошее соответствие по точности с отличием в диапазоне $0,1 \div 0,8\%$.

Выводы. Предложенный в статье подход для определения изгиба полосы с учетом геометрической нелинейности с применением МКР дает хороший результат по точности в сравнении с решением задачи по МКЭ, реализованным в программном комплексе ANSYS. Отличие между результатами, получаемые с использованием сравниваемых методов, составляет $0,1 \div 0,8\%$.

В дальнейшем планируется исследование данной задачи для системы пластин, соединенных болтовым крепежом, в геометрически нелинейной постановке.

Список литературы: 1. *Атрошенко О. О.* Обґрунтування розрахункових моделей елементів силосу / *В. Б. Третьяков, И. И. Иванцов, О. В. Веретельник, О. О. Атрошенко* // Вісник НТУ «ХПІ». Серія.: Машинознавство та САПР. – 2013. – № 1. – С. 139-154. 2. *Атрошенко О. О.* Численное исследование контактных задач для системы пластин, соединенных болтовым крепежом, в геометрически нелинейной постановке / *О. О. Атрошенко* // Вісник НТУ «ХПІ». Тем.вип.: Машинознавство та САПР. – 2013. №1 (975). – с. 3-14. 3. *Атрошенко О. О.* Экспериментальное исследование системы пластин, соединенных болтовым крепежом / *О. О. Атрошенко* // Вісник НТУ «ХПІ». Серія.: Транспортне машинобудування. – 2014. №14 (1057). – с. 105-112. 4. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности: Пер. с англ. / *К. Васидзу* – М.: Мир, 1987. – 542 с. 5. *Биргер И.А.* Сопротивление материалов: учебное пособие / *И. А. Биргер, Р. Р. Мавлютов* / – М.: Наука. Гл. Ред.. физ.-мат. лит., 1986 – 560 с. 6. *Турчак Л. И.* Основы численных методов / *Турчак Л.И., Плотников П.В.* Москва ФИЗМАТЛИТ, 2002 – 304с. 7. *Бурдун Е.Т.*, Напряженно-деформированное состояние гофрированных пластин и пологих оболочек при действии поверхностных нагрузок / *Бурдун Е. Т., Кочанов В. Ю., Куприевич А. Б., Коссе В. К.* // 36. наук. пр. нац. ун-ту кораблебудування. – 2009 р. – №5(428). – 45-53 с. 8. *Короткий О. А.* Совершенствование конструкции цилиндрических силосов, используемых в сельском хозяйстве. Автореферат дис. канд. тех. наук., Москва, 2009 г. – 24 с. 9. *Ращенко С. В.* Принципы конструирования и экспериментальные исследования новых металлических спиральных силосов. Дис. канд. тех. наук., Саратов, 2003. – 172 с. 10. *Кузнецов И. М.* Пространственная работа гибкого металлического силоса с наружным стержневым каркасом. дис. канд. тех. наук., Москва, 2000. – 181 с. 11. *Ягофаров А. Х.* Совершенствование конструкции, уточнение расчета и оптимальные параметры стального круглого бункера. Дис. канд. тех. наук., Екатеринбург, 2005. – 146 с. 12. *Басов К. А.* ANSYS: справочник пользователя / *К. А. Басов.* – М. ДМК Прессе, 2005. – 640с. 13. *Капун А. Б.* ANSYS в руках инженера / *А. Б. Капун.* – М.: Единотриал, 2003. – 272 с.

Bibliography (transliterated): 1. *Atroshenko O. O.* Obgruntuvannja rozrahunkovih modelej elementiv silosu. *V. B. Tret'jakov, I. I. Ivancov, O. V. Veretel'nik, O. O. Atroshenko.* Visnik NTU «HPI». Serija.: Mashinoznavstvo ta SAPR. – 2013. – № 1. 2. *Atroshenko O. O.* Chislennoe issledovanie kontaktnyh zadach dlja sistemy plastin, soedinennyh boltovym krepezhom. v geometricheski nelinejnoj postanovke. *O. O. Atroshenko.* Visnik NTU «HPI». Tem.vip.: Mashinoznavstvo ta SAPR. – 2013. №1 (975). 3. *Atroshenko O. O.* Jeksperimental'noe issledovanie sistemy plastin, soedinennyh boltovym krepezhom. *O. O. Atroshenko.* Visnik NTU «HPI». Serija.: Transportne mashinobuduvannja. – 2014. №14 (1057). 4. *Vasidzu K.* Variacionnye metody v teorii uprugosti i plastichnosti: Per. s angl. *K. Vasidzu* – Moscow: Mir, 1987. 5. *Birger I. A.* Soprotivlenie materialov: uchebnoe posobie. *I. A. Birger, R. R. Mavljutov.* – Moscow: Nauka. Gl. Red.. fiz.-mat. lit., 1986. 6. *Turchak L. I.* Osnovy chislennyh metodov. *Turchak L.I., Plotnikov P.V.* Moskva FIZMATLIT, 2002. 7. *Burdun E. T.* Naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie gofirovannyh plastin i pologih obolochek pri dejstvii poverhnostnih zagruzok. *Burdun E. T., Kochanov V. Ju., Kuprievich A. B., Kosse V. K.* Zb. nauk. pr. nac. yn-tu korablebuduvannja. – 2009. – №5(428). 8. *Korotkij O. A.* Sovershenstvovanie konstrukcii cilindricheskih silosov, ispol'zuemyh v sel'skom hozjajstve. Avtoreferat dis. kand. teh. nauk., Moskva, 2009. 9. *Rashhepkin S. V.* Principy konstruirovaniya i jeksperimental'nye issledovanija novyh metallicheskih spiral'nyh silosov. Dis. kand. teh. nauk., Saratov, 2003. 10. *Kuznecov I. M.* Prostranstvennaja rabota gibkogo metallicheskogo silosa s naruzhnym sterzhnevym karkasom. Dis. kand. teh. nauk., Moskva, 2000. 11. *Jagofarov A. H.* Sovershenstvovanie konstrukcii, utochnenie rascheta i optimal'nye parametry stal'nogo kruglogo bunkera. Dis. kand. teh. nauk., Ekaterenburg, 2005. 12. *Basov K. A.* ANSYS: spravochnik pol'zovatelja. *K. A. Basov.* – M. DMK Prese, 2005. 13. *Kaplun A. B.* ANSYS v rukah inzhenera. *A. B. Kaplun.* – M.: Edinotrial, 2003.

Поступила (received) 16.05.2014