металлов N1893-цм 90 от 9.04.90г . **7.** *Орлова Н.Д., Гаврильченко Х.И., Светельщук Н.В.* Активация чайной пыли и крошки для получения гранулированного чая. Тезисы Всесоюзной конференции по дезинтеграторной технологии. Киев, 1991 г., с. 34 - 36. **8.** *Орлова Н.Д.* Оптимизация параметров при вибрационном измельчении. Материалы конференции. Теория и практика процессов измельчения и разделения. Часть 1. 29 - 31 августа. Одесса 1996 г. с. 99 - 103.

Поступила в редколлегию 16.09.06.

УДК 621.3.078

Н.Д. ОРЛОВА, канд. физ.-мат. наук, Одесская национальная морская академия, Украина

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ВИБРАЦИОННОМ ИЗМЕЛЬЧЕНИИ

Приведено результати досліджень на оптимізацію параметрів математичної моделі вібраційних машин.

The results of the investigation of optimal parameters to the mathematical description in the vibrating machines.

Известно, что в вибромельницах типа ВУПП-200 в зависимости от выбора параметров измельчения возможны различные типы разрушений: выносливое, упругое, пластическое, мгновенное в зависимости от напряжений, возникающих в единичном акте. В вибрационных мельницах измельчение происходит за счет удара и истирания.

Оба вида измельчения управляемы в том смысле, что изменением параметров вибрации (амплитуды и частоты) можно добиться либо только ударного либо только истирания.

Рассмотрим случай, когда измельчение происходит за счет истирания.

Поставим задачу описания оптимальной работы вибромашины, критерием оптимизации будем считать минимум затрачиваемой энергии. Движение вибрационной мельницы согласно [1] описывается следующими типами дифференциальных уравнений: уравнениями поступательного движения центра масс системы в целом; уравнениями вращательного движения; уравнениями вращения вибровозбудителя; уравнениями движения мелющих тел. Изменения и движение измельчаемого материала учтено силами реакции. Если любому положению измельчаемого материала, мелющих тел, и вообще состоянию вибромашины как единой системы поставим в соответствие энергию (кинетическую и потенциальную), то можно поставить задачу нахождения оптимальных параметров измельчения при минимальных затратах энергии на процесс измельчения. В соответствии с вариационным принципом наименьшего действия (принцип Гамильтона) сформулированная задача сводится к исследованию на экстремум функционала определенного вида.

Рассмотрим движение консервативной системы, состоящей из k - материальных точек, в потенциальном силовом поле (число степеней свободы $n \le 3k$). Каждое возможное положение системы характеризуется определенной точкой [2] $M(t, x_1, x_2 \ldots x_n)$ или в векторной форме $M(t, \overline{X})$ в некоторой области D (t -время, $x_1, x_2 \ldots x_n$ - координаты),а также $T(t, q, \dot{q}), V(t, q, \dot{q})$ кинетической и потенциальной энергией системы. Тогда функция, описывающая движение системы материальных точек из состояния $(t_1 \overline{X}_1)$ в состояние $(t_2 \overline{X}_2)$ есть стационарная функция функционала $J(t) = \int_{t_1}^{t_2} L(t, q(t), \dot{q}(t)) dt$ с соответствующими начальными или граничными условиями и уравнениями связи.

Рассмотрим несколько частных задач.

Задача 1.

Пусть одно мелющее тело ($k = 1$) совершает колебательное движение внутри барабана радиуса R, (число степеней свободы $n = 3$) под действием сил упругости. Всевозможные состояния рассматриваемого мелющего тела определяются координатами точки $M(t, x_1, x_2, x_3)$ или $M(t, x, y, z)$ при условии, что $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$ и тогда поставленная задача приводит к исследованию на минимум функционала

$$J = \frac{\mu}{2®} \int_0^{\frac{\mu}{2®}} \left(\frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - k_1 x^2 - k_2 y^2 - k_3 z^2 \right) dt$$

с граничными условиями

$$x(0) = x_0,\ y(0) = y_0,\ z(0) = z_0;\ x(\tfrac{\mu}{2®}) = x_{10},\ y(\tfrac{\mu}{2®}) = y_{10},\ z(\tfrac{\mu}{2®}) = z_{10}\ .$$

Если учесть, что в вибромельнице колебания по оси z практически отсутствуют, то поставленная задача сводится к исследованию на минимум более простого функционала

$$J = \frac{\mu}{2®} \int_0^{\frac{\mu}{2®}} \left(\frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - k_1 x^2 - k_2 y^2 \right) dt$$

с граничными условиями $x(0)=x_0,\ y(0)=y_0;\ x(\tfrac{\mu}{2®})=x_{10},\ y(\tfrac{\mu}{2®})=y_{10}$

Составим уравнения Эйлера-Лагранжа для функции

$$F(t,x,y,\dot x,\dot y)=\left(\tfrac{1}{2}m(\dot x^2+\dot y^2)-k_1x^2-k_2y^2\right)$$

и получим систему уравнений вида

$$\frac{\partial F}{\partial x}-\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial \dot x}=0,\quad \frac{\partial F}{\partial y}-\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial \dot y}=0$$

или

$$\begin{cases} m\ddot x+2k_1x=0\\ m\ddot y+2k_2y=0\end{cases}.$$

Решение этой системы с заданными граничными условиями и определяет закон движения

$$x(t)=A\cos(´_1t+¨_0);$$
$$y(t)=C\cos(´_2t+¨_1);$$

где

$$´_i=\sqrt{\frac{2k_i}{m}},\ i=1,2;\ A,C,¨_0,¨_1$$

- определяются граничными условиями. При заданных граничных условия

$$A=\frac{x_0}{\cos¨_0},\quad ¨_0=artg\left(\frac{\cos\tilde\mu-\frac{x_{10}}{x_0}}{\sin\tilde\mu}\right),\tilde\mu=\sqrt{\frac{k_1´_1^2}{2m®^2}}\quad C=\frac{y_0}{\cos¨_1},$$

$$¨_1=artg\left(\frac{\cos\hat\mu-\frac{y_{10}}{y_0}}{\sin\hat\mu}\right),\hat\mu=\sqrt{\frac{k_2´_2^2}{2m®^2}}$$

Из полученных решений следует, что амплитуда колебаний загрузки по

соответствующим осям x, y определяется по формулам

$$A=\frac{x_0}{\cos¨_0}\ \text{ и }\ C=\frac{y_0}{\cos¨_1}.$$

Задача 2.

Пусть мелющее тело совершает движение по внутренней поверхности барабана (радиуса R) вибрационной мельницы, тогда поставленная задача [2, 3] приводит к исследованию на экстремум функционала

$$J=\frac{\mu}{2®}\int_0^{\frac{\mu}{2®}}\left(\tfrac{1}{2}m(\dot x^2+\dot y^2+\dot z^2)-k_1x^2-k_2y^2-k_3z^2\right)dt\ ,$$

когда на функции $x(t), y(t), z(t)$ наложены дополнительные связи (условия) $x^2+y^2+z^2=R^2$ движение мелющего тела по внутренней поверхности барабана, а так же граничные условия

$$x(0)=x_0,\ y(0)=y_0,\ z(0)=z_0;\ x(\tfrac{\mu}{2®})=x_{10},\ y(\tfrac{\mu}{2®})=y_{10},\ z(\tfrac{\mu}{2®})=z_{10}$$

Если так же как в предыдущем случае учесть, что в вибрационной мельнице колебания по оси z практически отсутствуют, то поставленная задача сводится к исследованию на условный экстремум функционала

$$J=\frac{\mu}{2®}\int_0^{\frac{\mu}{2®}}\left(\tfrac{1}{2}m(\dot x^2+\dot y^2)-k_1x^2-k_2y^2\right)dt\quad \text{при условии}\quad x^2+y^2=R^2$$

с граничными условиями $x(0)=x_0,\ y(0)=y_0;\ x(\tfrac{\mu}{2®})=x_{10},\ y(\tfrac{\mu}{2®})=y_{10}$.

Для решения поставленной задачи составляем функцию Лагранжа

$$F_L(t,x,y,\dot x,\dot y)=\left(\tfrac{1}{2}m(\dot x^2+\dot y^2)-k_1x^2-k_2y^2+ª(t)\cdot(x^2+y^2-R^2)\right)$$

и находим уравнения Эйлера-Лагранжа для этой функции

$$\begin{cases} m\ddot x+2k_1x-2xª(t)=0\\ m\ddot y+2k_2y-2yª(t)=0\\ x^2+y^2=R^2\end{cases}$$

Решение полученной системы нелинейных уравнений, для каждой конкретной вибрационной мельницы следует проводить численным методом. Если в качестве координат движения принять сферические координаты $(t, ¨, ¯)$, то получаем задачу на экстремум функционала

$$J = \frac{µR^2 m}{4®} \int_0^{\frac{µ}{2®}} \left(\dot{¨}^2 + \dot{¯}^2 \sin^2 ¨ \right) dt$$

с граничными условиями

$$¨(0) = ¨_0, ¯(0) = ¯_0; ¨(\tfrac{µ}{2®}) = ¨_{10}, ¯(\tfrac{µ}{2®}) = ¯_{10}.$$

Уравнения Эйлера-Лагранжа имеют вид

$$\begin{cases} ¯(t) = \dfrac{t^2}{2} - \dfrac{¯_0 µ^2 + 2®^2}{2®µ} t + ¯_0 \\ \ddot{¨}(t) - t^2 \sin 2¨ = 0 \end{cases}$$

Отметим, что закон движения мелющего тела по поверхности барабана $¨(t)$ определяется по осцилляционной теореме [4] и имеет бесчисленное множество нулей, амплитуды колебаний убывают, хотя не обязательно стремятся к нулю.

Задача 3.

При работе вибрационной машины, как в любой упругой системе, происходит рассеяние энергии в окружающую среду, материале, как упругом элементе, в узлах сочленения деталей, при взаимодействии мелющих тел и обрабатываемого материала. Для описания этих сил [3] используют характеристики, представляющие зависимость диссипативной силы от скорости движения: вязкое сопротивление - $c_1 \dot{x}$; при больших виброскоростях - $c_2 \dot{x}^2 sign\dot{x}$; характеристики типа сухого трения $c_3 sign\dot{x}$. Тогда энергия диссипативных сил за один период может быть представлена в виде

$$¤(t) = c_1 \dot{x} + c_2 \dot{x}^2 sign\dot{x} + c_3 sign\dot{x}$$

В этом случае поставленная задача приводит к исследованию на минимум функционала следующего вида (с учетом замечания к случаю 1, составляющие сил диссипации вдоль оси z малы)

$$J = \frac{µ}{2®} \int_0^{\frac{µ}{2®}} \left(\tfrac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - k_1 x^2 - k_2 y^2 - c_1 \dot{x} - c_2 \dot{x}^2 sign\dot{x} - c_3 sign \right) dt$$

В этом случае кроме граничных условий следует рассматривать также уравнения связей, следовательно, получаем задачу исследования функционала на условный минимум.

В заключение отметим, что в решенных задачах 1, 2 в найденные оптимальные законы движения мелющих тел входят частотные и амплитудные характеристики вибрационных мельниц, следовательно, при эксплуатации вибрационных мельниц значения последних должны выбираться из условия принадлежности найденным стационарным кривым. Решение полученных дифференциальных уравнений Эйлера-Лагранжа для каждой конкретной вибрационной мельницы проводится численным методом в системе Mathcad [5, 6].

Список литературы: 1. *П.Ф.Овчинников* "Дифференциальные и интегральные уравнения кинетики измельчения" Межвузовский сборник трудов. Процессы в зернистых средах. Иваново. 1989 г. С. 3 - 8. **2.** *А. Коша* "Вариационное исчисление", М., Высшая школа.1983 г. 274 с. **3.** Вибрации в технике. М., Машиностроение. 1978 г.1, 2 т. 352 с. **4.** *Э. Камке.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., Наука. 1976 г. 576 с. **5.** *Д. Кирьянов* Mathcad 2001.Санкт-Петербург «БХВ- Петербург» 2002. 354 с. **6.** *Голоскоков Д.П.* Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. Питер. 2004, 538 с.

Поступила в редколлегию 16.09.06.

УДК 54.44.677.042.62

Д.Н. ДЕЙНЕКА, аспирант, ***Г.И. ГРИНЬ***, докт. техн. наук,
П.А. КОЗУБ, канд. техн. наук, ***А.А. ЛАВРЕНКО***, канд. техн. наук,
Л.Н. БОНДАРЕНКО, НТУ «ХПИ», (г. Харьков)

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОКСИДА КАЛЬЦИЯ НА ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АДСОРБЕНТА

Розглянуто вплив вмісту оксиду кальцію на фізико-хімічні властивості адсорбенту. Досліджено вплив зміни концентрації 3 $Ca(OH)_2 \cdot CaCl_2 \cdot 12\ H_2O$ в адсорбенті на його міцність та вологостійкість. Установлено, що при збільшені концентрації 3 $Ca(OH)_2 \cdot CaCl_2 \cdot 12\ H_2O$ в системі CaO – $CaCl_2$ термостійкість адсорбенту зменшується. Доказана недоцільність використання адсорбенту на основі системи CaO – $CaCl_2$ для уловлювання платини у виробництві азотної кислоти.