

*Л.М. ЧЕРНЯК*, докт. техн. наук, проф., СумГУ, Суммы,  
*С.А. ФАЛЬКО*, инженер Шосткинский институт, СумГУ, Шостка

## **РАСЧЕТ НАЧАЛЬНОЙ ТОЛЩИНЫ ПЛЕНКИ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ПАДЕНИИ ОДИНОЧНОЙ СТРУИ НА ПЛОСКОСТЬ**

Отримані в узагальненому вигляді залежності вираження початкової товщини плівки від витрати рідини.

Полученные в обобщенном виде зависимости выражения начальной толщины пленки от затраты жидкости.

Got in the generalized type of expression dependence of initial thickness of tape from the expense of liquid.

Для определения параметров движения потоков жидкости на вращающихся лопастях необходимо знать начальные условия движения жидкости в момент соприкосновения струи с плоской лопастью [1 – 3]. Ниже приводятся результаты таких расчетов.

Рассмотрим процесс растекания одиночной струи на плоском пленкообразователе.

Примем, что параметры струи до момента встречи ее с плоскостью изотропны, в частности, скорости через нормальное сечение струи вплоть до ее соприкосновения с пластинкой распределены по нормальному сечению равномерно. Простейший вариант растекания жидкости: одиночная струя падает на неподвижную пластинку (пленкообразователь) нормально ( $\alpha = 0$ ).

Модель такого движения представлена на рис. 1.

Пусть элементы жидкости вдоль оси струи и в отверстии истечения перемещаются со средней скоростью  $v_s$ . Если струя падает на неподвижную пластинку, как на рис. 1 то она, как показывает опыт, растекается по ней симметрично. Примем, что жидкость по свойствам близка к свойствам воды.

В этом случае ее в некотором приближении можно считать идеальной. Поэтому должен соблюдаться закон сохранения кинетической энергии, то есть скорости элементов жидкости внутри струи в непосредственной близости от места соприкосновения с пластиной по модулю должны быть посто-

яны по любому направлению  $i$ , и равны скорости в момент соударения струи с твердой поверхностью:  $|v_s| = |v_i|$ .

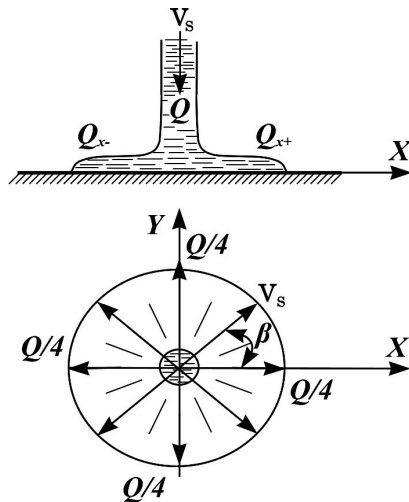


Рис. 1. Схема распределения потоков жидкости на статическом пленкообразователе, если струя падает на поверхность по нормали

Запишем выражение для среднего начального значения скорости  $u_0$  движения элементов жидкости в положительном направлении оси  $OX$  в момент соприкосновения струи с пластинкой. Она определяется по правилам нахождения среднего значения любой величины и согласно рис. 1 среднее значение начальной скорости в определенном направлении равно:

$$u_0 = \frac{1}{R_s} \int_0^{R_s} v_s(x) dx = \frac{1}{R_s} \int_0^{R_s} v_s \cos \beta dx.$$

Так как  $\cos \beta = x/R_s$ , то вдоль оси  $OX$  начальная средняя скорость в момент соприкосновения струи с пластинкой имеет величину:

$$u_{0x} = \frac{1}{R_s} \int_0^{R_s} v_s \frac{x}{R_s} dx = \frac{v_s}{2} \quad (1)$$

Аналогично средняя начальная скорость по оси  $OY$  равна  $v_{0y} = v_s/2$ .

Такое распределение начальных скоростей относится и к случаю, когда сравнительно тонкая струя жидкости падает под произвольным углом  $\alpha$  к плоскости пластинки 2 (рис. 2).

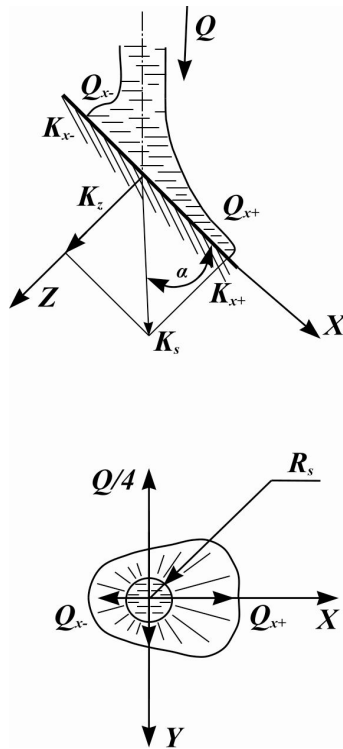


Рис. 2. Схема распределения потоков жидкости на статическом пленкообразователе, если струя падает на поверхность пластинки под произвольным углом  $\alpha$

Объемный расход  $Q$  жидкости через любое нормальное сечение струи равен:  $Q = vS$  ( $m^3/c$ ). При движении струи перпендикулярно к пластинке (рис. 1) объемный расход жидкости после соударения будет одинаковым по любому направлению. Общий расход жидкости в положительном и отрицательном направлениях осей  $OX$  и  $OY$ , равен  $Q$ . Поэтому расход жидкости по каждому из 4-х направлений имеет величину:

$$Q_{x+} = Q_{x-} = Q_{y+} = Q_{y-} = Q/4.$$

Иная картина наблюдается при наклоне струи к пластинке в плоскости  $XOZ$  на угол  $\alpha$ . Так как движение элементов идеальной несжимаемой жидкости в струе изотропно и стационарно, то объемные суммарные расходы в момент соприкосновения струи и пластинки сохраняются, т.е. постоянны по любым выбранным направлениям, хотя частные расходы в положительном и отрицательном направлениях осей координат – неодинаковы. В направлении, параллельном оси  $OX$  это можно записать как:

$$Q/2 = Q_{x+} + Q_{x-} \quad (2),$$

где  $Q_{x+}$  и  $Q_{x-}$  – частные расходы жидкости вдоль положительного и отрицательного направлений оси  $OX$ .

Аналогичное выражение можно записать и по оси  $OY$ .

Для нахождения частных расходов на пластине по направлениям, параллельным осям  $OX$  и  $OY$  (то есть расходов только в положительном или в отрицательном направлениях), решим плоскую задачу.

Применим уравнение динамики Ньютона для плоской струи для точки соударения струи и пластинки (рис. 2) при соблюдении закона сохранения энергии и условий стационарного движения, т.е. когда можно пренебречь силой вязкого трения, а равнодействующая всех сил равна нулю:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{K}}{\Delta t} = (\rho Q_{x+} \vec{v}_1 + \rho Q_{x-} \vec{v}_2) - \rho Q \vec{v}_s \quad (3),$$

где  $F$  – равнодействующая сил, которые действуют на жидкость (в случае идеальной жидкости она направлена по нормали к пластине);  $\Delta K$  – изменение импульса струи;  $Q$ ,  $Q$ ,  $Q_{x-}$  – объемные расходы жидкости: полный, в положительном и отрицательном направлениях выбранной оси (в рассматриваемом случае по  $OX$ );  $\rho$  – плотность жидкости;  $v_s$  – первоначальная скорость струи;  $v_1$  и  $v_2$  – скорости элементов струи жидкости в двух взаимно противоположных направлениях.

Проектируем векторное уравнение (3) в точках соприкосновения струи с пластиной на направление скорости  $u$  в положительном направлении оси  $OX$ .

$$0 = (\rho Q_{x+} u_1 - \rho Q_{x-} u_2) - \rho (Q/2) u_s \cos \alpha.$$

Используем (3):  $Q/2 = Q_{x+} + Q_{x-}$ .

Решая эту систему, находим зависимость расходов жидкости  $Q_{x+}$  и  $Q_{x-}$  от угла  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} Q_{x+} &= Q(1 + \cos \alpha)/4, \\ Q_{x-} &= Q(1 - \cos \alpha)/4 \end{aligned} \quad (4).$$

Используем эту общую формулу для расходов по  $OY$ . В этом случае  $\alpha = \pi/2$ . Отсюда:

$$\begin{aligned} Q_{y+} &= Q_{y-} = Q/4, \\ Q_y &= Q_{Y+} + Q_{Y-} = Q/2 \end{aligned} \quad (5).$$

Начальные толщины пленки по  $i$ -му направлению определяются, как  $h_i = Q_i / (v_i b_i)$ , где  $b_i$  – величина проекции ширины струи на ось  $OX, OY$  или иное направление. В рассматриваемом случае  $b_i$  – это диаметр струи  $D_s$  (в случае квадратной струи – сторона квадрата). С учетом зависимости  $\langle u_0 \rangle$  и  $\langle v_0 \rangle$  от средней скорости  $v_s$  струи по (1) находим средние толщины пленок жидкости:

$$\begin{aligned} h_{x+} &= \frac{2Q}{4v_s D_s} (1 + \cos\alpha) = \frac{Q}{2v_s D_s} (1 + \cos\alpha), \\ h_{x-} &= \frac{2Q}{4v_s D_s} (1 - \cos\alpha) = \frac{Q}{2v_s D_s} (1 - \cos\alpha), \\ h_{y+} &= h_{y-} = \frac{2Q}{4v_s D_s} \left( 1 + \cos \frac{\pi}{2} \right) = \frac{Q}{2v_s D_s} \end{aligned} \quad (6).$$

Поток жидкости сразу после столкновения струи с пластинкой распространяется во все стороны, в том числе и в сторону отрицательных направлений оси  $OX$ . Начальная скорость отрицательной составляющей потока, по модулю, согласно (4) меньше положительной.

Для определения влияния этого процесса на общую картину движения пленки, возникающей из струи жидкости типа воды, найдем отношение:

$$\frac{Q_{x-}}{Q_{x+}} = \frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}.$$

При  $\alpha = 30^\circ$  это отношение равно 0.071, а при часто используемом на практике угле установки пластины  $45^\circ$  это отношение не превышает – 0.17.

Это говорит о том, что в рассматриваемом случае обратный по оси  $OX$  поток жидкости незначительно влияет на общий характер движения пленки. Поэтому за средние начальные компоненты скоростей по  $OX$  и  $OY$  можно было бы принимать величину  $v_s$ , а за средний расход по осям  $OX$  и  $OY$  –  $Q/2$ . Однако, для более адекватных расчетов лучше ввести коэффициент смешивания:

$$u = \frac{v_s}{K_s} \quad (7).$$

$K_s$  – можно определить экспериментально по коэффициенту расхода и в уравнениях вместо  $v$  подставлять величину  $u$  согласно (7).

Сравнивая результаты по теоретически полученным формулам толщины пленок с полученными практическими измерениями, можно убедиться, что они в пределах ошибок измерений совпадают с точностью до 10 %.

### **Вывод.**

Получены выражения для нахождения зависимости начальной толщины жидкой пленки от объемного расхода жидкости, при произвольном угле падения струи на плоскость пластины, используются для решения дифференциальных уравнений растекания жидкости на плоскости

**Список литературы:** 1. Фриш С.Э. Курс общей физики: учебник в 3 т. / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – [13-е изд.]. – С.-Пб.: Лань, 2009. – Т. 1: Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. – 2009. – 480 с. 2. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика / Б.Т. Емцев. – М.: Машиностроение, 1978. – 464 с. 3. Кудинов А. Техническая гидромеханика: учебное пособие для вузов / А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 2008. – 368 с.

*Поступила в редколлегию 05.05.11*