

Н.Д. ОРЛОВА, канд. техн. наук, доц., Одесская национальная морская академия

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ФРАКТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ РАСЧЕТА ДИСПЕРСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕЛЬЧЕННОГО МАТЕРИАЛА

В статье предложены формулы для расчета удельной поверхности измельченного материала с использованием понятий фрактальной геометрии. Процесс разрушения рассмотрен с позиции эволюции поверхностей раздела отдельных структурных элементов с последующим развитием на этих поверхностях трещин. Зарождение и развитие трещин описывается с позиции фрактальной геометрии как формирование дробно-размерного слоя.

Ключевые слова: измельчаемый материал, удельная поверхность, фрактальная размерность.

Широкое применение порошкообразных материалов в производстве композиционных, керамических и строительных материалов требует более полного и точного учета физико-механических свойств порошков, в том числе их дисперсных характеристик. Используемый в дальнейшем измельченный материал должен удовлетворять определенным требованиям (иметь определенный гранулометрический состав, насыпной вес, обладать заданной текучестью и определенной формой частиц и т.п.). Как правило, заданные параметры достигаются в измельчительном оборудовании опытным путём [1, 2, 4], и количество опытов заранее не известно. Для быстреего достижения желаемого результата следует уметь прогнозировать результат опытов, а само прогнозирование не возможно без создания математической модели процесса.

Математические модели.

Существует несколько подходов, развиваемых достаточно давно, к математическому описанию процесса измельчения.

Первый подход, связан с математическим описанием кинетических кривых в функции среднего размера измельчаемых частиц и времени измельчения. В этом методе не представлен с нашей точки зрения [4, 7] процесс разрушения одной частицы, но такое описание, при имеющихся недостатках, дает возможность достаточно точно установить эффективность агрегатов для измельчения конкретных материалов.

© Н.Д. Орлова, 2013

Предлагаемая модель содержит два этапа разрушения - отдельной усредненной бездефектной (в смысле размера) частицы, а затем описание кинетических кривых измельчения. В модели выбирается бездефектная частица, поскольку её разрушение всегда более сложное, нежели частицы с дефектами.

Второй это, энергетический подход. При таком описании, рассчитанную энергию, идущую на изменение среднего размера измельчаемой частицы, связывают с подводимой к измельчительному агрегату энергией. Поскольку в разных аппаратах длина цепочки подводки энергии различна, а сама связь между расчетной энергией и средним размером частиц до сих пор является вообще говоря не установившейся, и практический эффект от такой модели невелик.

Третий подход связан с вероятностными оценками возможности попадания частиц в «рабочую зону» измельчительных агрегатов и с функцией плотности вероятности разрушения частиц, без учета физико-механических свойств измельчаемого материала. Этот метод в большинстве своём связан с оценкой экспериментальных данных.

Четвертый подход к изучению процесса измельчения связан с использованием понятий фрактальной геометрии. Следует отметить, что в этом случае идет речь об изменении некоторых общепринятых физических понятий, характеризующих процесс измельчения.

Согласно [1, 3, 7] процесс разрушения состоит в эволюции поверхностей раздела отдельных структурных элементов с последующим развитием из этих поверхностей трещин. Зарождение и развитие трещин можно описать с позиции фрактальной геометрии [3] как формирование дробно-размерного слоя.

Рассмотрим геометрическое построение «снежинки» Коха (рис. 1).



Рис. 1 – Геометрическое построение «снежинки» Коха

Начинается построение с «инициатора» (с черного равностороннего треугольника, длина стороны которого равна единице). Затем в средней трети каждой из сторон строим по равностороннему треугольнику с длиной сторон, равной $1/3$. На среднем отрезке снова строим равносторонний треугольник, мы как бы вытягиваем начальное ребро наружу. То же проделываем и с образовавшимися малыми ребрами. Процесс бесконечен и в пределе дает кривую Коха. На каждой стадии периметр фигуры увеличивается на $4/3$, а площадь ее только на $1/3$. Кривая бесконечна, но ограничивает конечную площадь. Она непрерывна, но вся состоит из четких углов.

Еще более реалистичные модели пористых систем можно образовать из модели фрактала под названием обобщенной губки Менгера (рис. 2). Этот фрактал получается следующим образом. Сторона ребра исходного куба размера A делится на k частей. Затем из центра куба изымается m кубиков со стороной ребра $\frac{A}{k}$. Подсчитывается доля оставшихся. Затем процедура изъятия m кубиков осуществляется уже для каждого оставшегося кубика размером $\frac{A}{k}$. Процедуру продолжаем n раз.

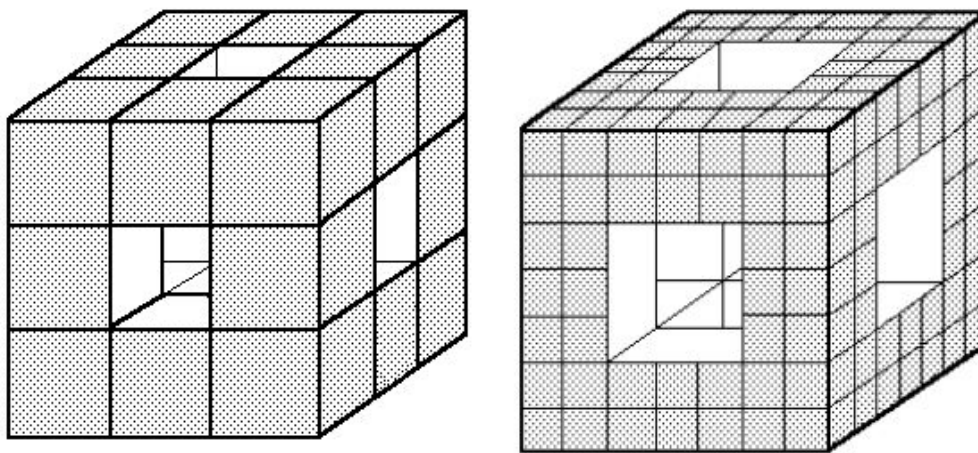


Рис. 2 – Модели фрактала (обобщенная губка Менгера).

Объем оставшейся части куба на каждом этапе построения можно определить по формулам:

$$V_1 = 20 \left(\frac{A}{3} \right)^3, \eta_1 = \frac{A}{3}; \quad \dots \quad V_n = 20 \left(\frac{A}{3^n} \right)^3, \eta_n = \frac{A}{3^n}$$

Исключая n , получим $V_{\mu} = \eta^3 \left(\frac{A}{\eta} \right)^{D_1}$, $D_1 = \frac{\ln 20}{\ln 3} \approx 2,726833$ – фрактальная

размерность.

Для характеристики дисперсности порошкообразных материалов используются понятие удельной поверхности материала, характеризующие весь ансамбль частиц, составляющих данный порошок. Составные элементы агрегата также называются частицами.

Наиболее распространенная формула для определения удельной поверхности имеет вид

$$S(t) = \frac{k(t)}{\gamma(t) \cdot \bar{x}(t)} \quad (1)$$

где k – коэффициент равный отношению площади поверхности к объёму частицы; $\gamma(t)$ – насыпной вес; $\bar{x}(t)$ – средний размер частиц в единице веса.

Для идеальных частиц порошка имеющих форму куба (шара) согласно [1] $k = \frac{6}{a}$, где a – длина ребра кубической частицы. Однако частицы порошка редко приближаются к форме куба (шара), поэтому значение коэффициента определяется экспериментально и зависит от размера частиц и измельчаемого материала.

Так согласно [1] для частиц размером $\bar{x}(t) > 1000$ мкм – $k = 4 \div 8$, для $\bar{x}(t) \leq 100$ мкм – $k = 1,5 \div 2$. При таком вычислении коэффициента [2, 3, 4] не учитывается наличие внутренних поверхностей в трещинах и изломах частиц, заметно влияющих на значение удельной поверхности.

Рассмотрим возможные случаи более точного подсчета коэффициента k .

Для пористых частиц линейный размер (a) может быть введен с помощью фрактальной геометрии (аналог кривой Коха) [6, 7]

$$a_{\eta} = a \cdot 3^{n(D-1)}, \quad D = \frac{\ln 4}{\ln 3} \approx 1,26$$

где n – количество пор, фрактальная размерность $D \approx 1,26$.

Тогда для расчета коэффициента k можно предложить формулу

$$k = \frac{6}{a \cdot 3^{n(D-1)}} \quad (2)$$

где n – количество пор, $D \approx 1,26$ – фрактальная размерность.

Значение коэффициента k можно ещё уточнить, используя понятие губки Менгера [6]. Для непористой частицы любой формы определение объёма вполне однозначно определяется $V = \frac{P}{\rho}$ (отношение веса к плотности материала). В качестве объёма агрегата принимают объём пространства, ограниченного внешней поверхностью. Для пористой частицы понятие объёма несколько видоизменяется. Пористая частица как агрегат непористых частиц моделируется губкой Менгера

Губка Менгера образуется следующим образом.

Предположим, что агрегированная пористая частица представляет собой куб с длиной стороны равной a . Сторону куба делим на три части и получаем, что в объёме куб состоит из $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ меньших кубиков со стороной $a_1 = \frac{a}{3}$.

Из центральной части объёма исходного куба удаляются 7 меньших кубиков, а в каждом из оставшихся 20 повторяется процесс описанный выше.

Объём оставшейся части куба на каждом этапе построения можно определить по рекуррентным формулам:

$$V_1 = 20 \cdot (a_1)^3; \quad a_1 = \frac{a}{3}, \quad a_n = \frac{a}{3^n}$$

$$V_n = 20^n \cdot \left(\frac{a}{3^n}\right)^3; \quad n \in \mathbb{N}$$

где \mathbb{N} – множество натуральных чисел.

При $n \rightarrow \infty$ объём оставшейся части куба согласно фрактальной теории [3, 6].

$$V_{\eta} = a_{\eta}^3 \left(\frac{a}{n} \right)^{D_1}$$

где $D_1 = \frac{\ln 20}{\ln 3} = 2,7268$ – фрактальная размерность пространства, занимаемого пористой частицей (губка Менгера).

Если частица пористая, то понятие площади поверхности для неё также можно ввести с помощью фракталов

$$S_{\eta} = 6 \cdot a^2 \cdot 3^{2n(D-1)}$$

$D \approx 1,26$ – фрактальная размерность.

В этом случае величину коэффициента $k = \frac{S_{\eta}}{V_{\eta}}$ равного отношению площади поверхности к объёму частицы предлагается рассчитывать по формуле

$$k = \frac{2 \cdot 3^{2n(D-1)+1} \cdot n^{D_1}}{a^{D_1+1}}$$

где n – количество пор.

Если использовать фрактал под названием обобщенная губка Менгера, то можно построить ещё более реалистичные модели пористых систем. Обобщенная губка Менгера строится следующим образом.

Сторона исходного куба размером X делится на m частей, после этого из центра куба изымается p кубиков со стороной ребра $\frac{X}{m}$. Подсчитывается доля оставшихся и процедура изъятия продолжается n ($n \rightarrow \infty$) раз, число кубиков масштаба $\frac{X}{m^n}$ равно $N = (m^3 - 3mp^2 + 2p^3)^n$.

Объём обобщенной губки Менгера исключая n получим $V_{\eta} = n^3 \left(\frac{X}{n} \right)^{D_s}$,

где $D_s = \frac{\ln(m^3 - 3mp^2 + 2p^3)}{\ln m}$ – фрактальная размерность обобщенной губки

Менгера. Классической губке Менгера соответствует, $m = 3$, $p = 1$ т.е. случай малой доли пор с $2 < D < 3$. Отметим, что под пористостью в этом случае понимается суммарная доля изъятых кубов из исходного куба объёма X^3 .

Выводы.

Сейчас существует целый ряд экспериментальных методов измерения и наблюдения фрактальных структур.

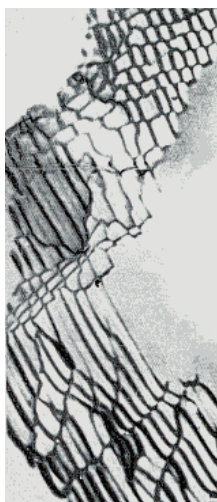


Рис. 3 – Граница блоков в германии, включая сидячие дислокации [6].

Одна из таких структур приведена на рис. 3

Границы блоков в германии, вследствие своей большой изрезанности обладают дробной фрактальной размерностью $D_1 \in [2, 3]$ ($D_1 \approx 2,7268$). Такая структура характерна для высокодеформированных границ.

Результаты наблюдений в каждом случае сопоставляются с различными математическими и компьютерными моделями. Аппарат фрактальной геометрии приведёт к уточнению и новому описанию явлений и расчету дисперсных характеристик измельчаемых материалов.

Список литературы: 1. *Ромадин В.П.* Пылеприготовление / *В.П.Ромадин.* – М.: ГЭИ, 1953. – 519 с. 2. *Ходаков Г.С.* Физика измельчения / *Г.С.Ходаков.* – М.: Наука, 1972. – 307 с. 3. *Чмель А.Е.* Проявление в рамановском спектре фрактальной геометрии трещины в стекле / *А.Е. Чмель, А.Д. Семенов, А.Н. Смирнов* // ФТТ. – 1999. – Т. 41, Вып. 6. – С. 1030 – 1034. 4. *Овчинников П.Ф.* Общий подход к способам измельчения материалов / *П.Ф. Овчинников* // Технологическое проблемы измельчения и механоактивации: науч.-техн. семинар стран содружества, 21-23 окт. 1992 г.: сборник статей. – Могилев, 1992. – С. 135 – 146. 5. *Кафаров В.В.* Системный анализ процессов химической технологии / *В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов, С.Ю. Арютунов.* – М.: Наука, 1985. – 440 с. 6. *Куликов В.Д.* Физическая природа разрушения / *В.Д. Куликов, Н.В. Меркалова, М.М. Закриничная;* под общ. ред. *И.Р. Кузеева.* – Уфа: УГНТУ, 1999. – 207 с. 7. *Орлова Н.Д.* Геометрическое и физическое толкование некоторых математических понятий / *Н.Д.Орлова* // Теория и практика процессов измельчения и разделения: Междунар. науч.-техн. конф., 21-25 авг. 2001 г.: сборник статей. – Одесса, 2001. – С. 159 – 166.

Поступила в редколлегию 21.09.13

Использование элементов фрактальной геометрии для расчета дисперсных характеристик измельченного материала / Н.Д. ОРЛОВА // Вісник НТУ «ХПІ». – 2013. – № 57 (1030). – (Серія: Хімія, хімічна технологія та екологія). – С. 97 – 104. – Бібліогр.: 7 назв.

У статті запропоновані формули для розрахунку питомої поверхні подрібненого матеріалу з використанням понять фрактальної геометрії. Процес руйнування розглянуто з позиції еволюції поверхонь розділу окремих структурних елементів з наступним розвитком на цих поверхнях тріщин. Зародження і розвиток тріщин описується з позиції фрактальної геометрії як формування дрібно-розмірного шару.

Ключові слова: подрібнюється матеріал, питома поверхня, фрактальна розмірність.

This article contains the formula for calculating the surface area of crushed material using the concepts of fractal geometry. The process of destruction examined from the perspective of the evolution of the interfaces of the individual structural elements and the subsequent development of cracks on these surfaces. Nucleation and propagation of cracks is described from the perspective of fractal geometry as the formation of a fractional-dimensional layer.

Keywords: ground material, the surface area, the fractal dimension.

В.В. ПЕСЧАНСКАЯ, канд. техн. наук., доц., НМетАУ, Днепропетровск,
А.С. МАКАРОВА, асп., НМетАУ, Днепропетровск

ВЛИЯНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПОМОЛА ЭЛЕКТРОКОРУНДА НА СВОЙСТВА НИЗКОЦЕМЕНТНОГО БЕТОНА

Проведены экспериментальные исследования по изучению влияния длительности помола электрокорунда на изменение его реакционной способности, процессы твердения матричного компонента, реологические характеристики бетонных масс и свойства низкоцементных огнеупорных корундовых бетонов.

Ключевые слова: электрокорунд, высокоглиноземистый цемент, матричный компонент, низкоцементный корундовый бетон, показатели свойств.

Постановка проблемы. Технология изготовления низкоцементных огнеупорных бетонов предусматривает использование в составе матричного компонента реакционно-активных ультрадисперсных порошков, оказывающих определяющее влияние на водопотребность и реологические свойства бетонных масс, процессы твердения, спекания, фазо- и структурообразования композита, физико-химические и эксплуатационные свойства бетона [1].

© В.В. Песчанская, А.С. Макарова, 2013