

відцентрового насоса стосовно його інтегральних показників, та високий ступінь подібності фізичних особливостей гідравлічних і електромагнітних процесів, якщо аналогом витрати є електричний струм, а аналогом напору – електрична напруга.

Список літератури: 1. Костышин В.С. Моделирование режимов работы центробежных насосов на основе электрогидравлической аналогии / В.С. Костышин. – Ивано-Франковск, – 2000. – 163 с. 2. Сотник М.І. Электромагнітний процес в електричній моделі відцентрового насосу / М.І. Сотник, В.С. Бойко // Науковий вісник НГУ. – 2014. – №3 – С. 78 – 85. 3. Бойко В.С. Дослідження електромагнітного процесу в електричній моделі шестилопатевого відцентрового насосу / В.С. Бойко, М.І. Сотник // Энергосбережение, энергетика, энергоаудит. – 2013. – Сед. Випуск Т1 № 8 (114). – С. 101 – 103. 4. Патент UA № 80301 МПК G06G 7/57./ Бойко В.С., Бойко В.В., Сотник М.І. - у 2012 12710. Заявл. 07.11.2012. Опубл. 27.05.2013, Бюл. № 10.

Bibliography (transliterated): 1. Kostyshyn, V. S. *Modelirovanie rezhimov raboty centrobezhnyh насосов на основе электрогидравлической аналогии*. Ivano-Frankovsk: Dumka, 2000. Print. 2. Sotnyk, M. I., and V. S. Boiko. "Electromagnetic process in the electrical model of centrifugal pump." *Naukovij Visnik NGU*. No. 3. 2014. 78–85. Print. 3. Boiko, V. S., and M. I. Sotnyk. "Doslidzhennja elektromagnitnogo procesu v elektrichnij modeli shestilopatevogo vidcentrovogo насосу." *Jenergosberezenie, jenergetika, jenergoaudit*. Vol. 1. No. 8 (114). 2013. 101–103. Print. 4. Boiko, V. S., V. V. Boiko and M. I. Sotnyk. *Україна, assignee. Patent UA № 80301 IPC G06G 7/57. № u 2012 12710. 27 may 2013.*

Надійшла (received) 19.05.2014

УДК 539.1

А.В. СТЕПУК, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХП»;
Л.В. АВТОНОМОВА, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., НТУ «ХП»;
С.В. БОНДАРЬ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХП»

ВЛИЯНИЕ МОДЕЛИ СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ П-ОБРАЗНОЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИ УДАРЕ ШАРОМ

Выполнен конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния П-образной тонкостенной конструкции при центральном ударе падающим жестким шаром. Рассмотрены особенности постановки динамической контактной задачи и ее реализации на пакете AVTODYN. Показано влияние выбора моделей определяющих состояния материала на величины численных значений перемещений и интенсивностей напряжений.

Ключевые слова: математическое моделирование, удар, модели состояния материала, конечный элемент, П-образная тонкостенная конструкция.

Описание проблемы. Для оценки динамической прочности конструкций под действием ударных нагрузок в процессе эксплуатации необходимо на

стадии проектирования рассматривать задачи моделирования процессов скоростного деформирования элементов конструкций при ударном воздействии с учетом динамически изменяющегося состояния свойств материала. Высокоскоростное нагружение элементов конструкций приводит к появлению обширных пластических зон деформирования, в которых происходит изменение свойств металла. Так, динамический предел текучести и скоростное упрочнение существенно зависят от величины скорости пластического деформирования. При повышении скорости относительной деформации до значений, больших 10^3 с^{-1} , заметную роль играют динамические эффекты, которые не проявляются при низких скоростях пластического течения [1, 2].

В зависимости от скорости нагружения экспериментально определяются динамические характеристики металлов, которые представляются различными моделями определяющих соотношений: эмпирические зависимости интенсивностей напряжений от деформаций, скоростей деформирования, температур, и т. д. [2, 5]. Численное моделирование таких динамических процессов высокоскоростного деформирования возможно лишь при решении нелинейной динамической задачи механики с помощью современных прикладных пакетов (AVTODYN, LSDINA и др.), которые реализуют *метод конечного элемента*.

Цель работы. Исследование влияния выбора физической модели состояния материала с учетом скоростного фактора на величины параметров напряженно-деформированного состояния элементов конструкции при ударном воздействии.

Постановка задачи. Математическая модель, которая описывает процесс ударного взаимодействия жесткого шара с закрепленной тонкостенной конструкцией П-образного профиля, включает в общем случае следующие уравнения.

- Уравнение движения: $\sigma_{ij,j} + \rho * dv_i / dt = 0$.
- Кинематические соотношения: $\dot{\epsilon}_{ij} = (v_{ij} + v_{ji}) / 2$.
- Физические уравнения в скоростной форме: $\sigma_{ij}^T = C_{ijkl} D_{kl}$,

где σ_{ij}^T – компоненты тензора скоростей напряжений; C_{ijkl} – компоненты упругопластического тензора связи напряжений-деформаций 4-го порядка; D_{kl} – компоненты тензора скоростей деформаций.

Условия в контактной зоне на подвижной границе тел:

$$F_t = \mu_t \sigma (1 - e^{5\sigma_n / 4\sigma}) / \sqrt{3},$$

где μ_t – коэффициент трения; F_t – контактные касательные напряжения; σ_n – нормальное контактное давление.

Значение коэффициента трения μ_i для различных пар контактных материалов приведены в [2].

- Условие несжимаемости: $v_{ii} = 0(4)$.
- Уравнение теплопроводности: $\rho c T = k_1 T_{ij} + \beta \sigma \dot{\epsilon}$.
- Определяющие соотношения: $\sigma_y = \sigma_y(\bar{\epsilon}^p, \dot{\bar{\epsilon}}^p, T)$.

При моделировании упругопластического скоростного деформирования под воздействием локальной импульсной нагрузки в областях интенсивных динамических напряжений с учетом тепловых эффектов, уравнения движения можно привести к следующему виду:

$$(\lambda + \mu)(\text{div} u) / \partial x_i + \mu \Delta u - 3\alpha K \partial T / \partial x_i = \rho \partial^2 u / \partial t^2, \quad (1)$$

где u – вектор перемещений; T – температура; λ и μ – коэффициенты Ляме; ρ – плотность материала; α – коэффициент теплового расширения; K – модуль объемного сжатия.

В настоящей работе исследуется влияние уравнений состояния

$$\sigma_y = \sigma_y(\bar{\epsilon}^p, \dot{\bar{\epsilon}}^p, T)$$

на поведение деформируемого объекта. Эти уравнения определяют зависимость интенсивности напряжений σ_y от деформаций ϵ_i , скорости деформаций $\dot{\epsilon}_j$ и температуры T . Основные модели состояния материалов: линейно-полиномиальная, Грюнайзена и табличная (экспериментальная), которые включаются в одну из двух моделей деформирования материалов: пластичности Джонсона-Кука или Зерилли-Армстронга.

Для линейно-полиномиальной модели зависимость от величины внутренней энергии имеет вид:

$$\sigma_y = C_0 + C_1 \mu_i^2 + C_2 \mu_i^3 + (C_4 + C_5 \mu_i + C_6 \mu_i^2) * E, \quad (2)$$

где $C_2 \mu_i^2$ и $C_6 \mu_i^2$ равны 0 при $\mu_i = \rho / \rho_0 - 1 < 0$ – изменение плотности материала по сравнению с начальной плотностью ρ_0 .

В модели Грюнайзена используются различные соотношения в зависимости от того, расширяется или сжимается материал. Для сжимаемых материалов:

$$\sigma_y = \sigma_0 C^2 \mu_j \left[1 + (1 - \gamma_0 / 2) \mu_j^2 - a \mu_j^2 / 2 \right] / \left[1 - (S_1 - 1) \mu_j - S_2 \mu_j^2 / (\mu_j + 1) - S_3 \mu_j^3 / (\mu_j + 1)^2 \right]^2 + (\gamma_0 + a \mu_j) * E \quad (3)$$

для расширяющихся материалов:

$$\sigma_y = \sigma_0 C^2 \mu_j + (\gamma_0 + a \mu_j) * E, \quad (4)$$

где C, S_1, S_2 и S_3 – константы; γ_0 – постоянная Грюнайзена; a – коррекция объема первого порядка и $\mu_j = \sigma_y / \sigma_0 - 1$.

Для учета скорости деформирования используется модель Каупера-Симонда:

$$\sigma_Y = \left[1 + (\dot{\varepsilon}_{ij} / C)^{1/P} \right] * (\sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_p^{eff}), \quad (5)$$

где σ_Y – интенсивность напряжений; σ_0 – начальная интенсивность напряжений; $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – скорость деформирования; C и P – параметры скорости деформирования модели Каупера-Симонда; ε_p^{eff} – эффективные пластические деформации без учета влияния скорости деформирования; E_p – модуль пластического упрочнения, который задается соотношением

$$E_p = E_{\tan} E / (E - E_{\tan}),$$

E_{\tan} – сдвиговые модули.

Изменение свойств материала от температуры тут не учитывается так же, как и в модели Рамбурга-Осгуда:

$$\sigma_Y = k * \varepsilon^m * \dot{\varepsilon}^n,$$

где k – параметр свойств материала; m – коэффициент упрочнения и n – чувствительность к скорости деформирования.

Альтернативный метод учета скоростных эффектов деформирования можно реализовать в кусочно-заданной линейной модели. Эта модель позволяет учесть в зависимости от скорости деформирования и температуры кривые напряжения – деформации, линеаризуя их на отдельных участках.

Для табличной (экспериментальной) модели используется линеаризация напряжений от внутренней энергии.

Численная реализация. В работе представлены результаты расчета напряженно-деформированного состояния П-подобной тонкостенной конструкции при центральном ударе жестким шаром, который падает. Схема и габаритные размеры П-образной конструкции, которая деформируется, приведены в [5]. Методом конечного элемента численно решается эта краевая задача для двух моделей состояния материала: табличная модель на основе диаграмм деформирования без учета скоростного фактора и модель, которая учитывает скорости деформаций (модель Каупера-Симонда). Для данной ударной нагрузки, рассматриваемой в этой задаче, – падение шара, целесообразно применение явной (Explicit) схемы решения. В отличие от неявной схемы, используемой при длительных воздействиях и небольших нелинейностях, расчет в явной схеме выполняется только один раз и не требует обращения матриц жесткости. Решение на каждом шаге по времени зависит только от предыдущего состояния, поэтому длительность временных отрезков (исчисляемых в мксек) должны соответствовать характерным размерам конечно-элементного разбиения. Это позволяет избежать проблем со сходимостью итерационного процесса решения и удобно для расчетов сильно-

нелинейных систем, с большими перемещениями и деформациями в процессах длительностью мсек. Из трёх основных схем нахождения явных динамических решений, в ANSYS – Explicit Dynamics: ANSYS Explicit/STR, ANSYS/LS-DYNA и ANSYS AVTO DYN – использовалась последняя схема.

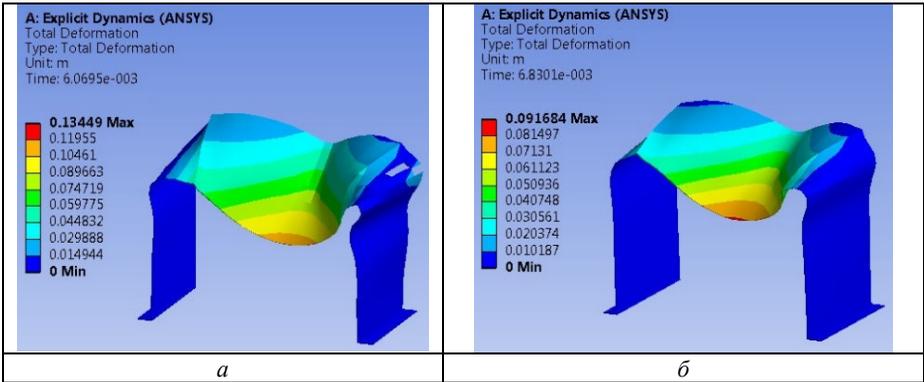


Рис. 1 – Распределение перемещений при деформировании П-образной конструкции после центрального удара по ней жестким шаром: *a* – табличная модель; *б* – модель Каупера-Симонда.

На рис. 1 и рис. 2 представлено распределение перемещений и эквивалентных напряжений при деформировании П-образной конструкции после центрального удара по ней жестким шаром, полученных при решении задачи заданием физических соотношений моделями Каупера-Симонда и табличной, позволяющей определять напряжения по кривой деформирования материала.

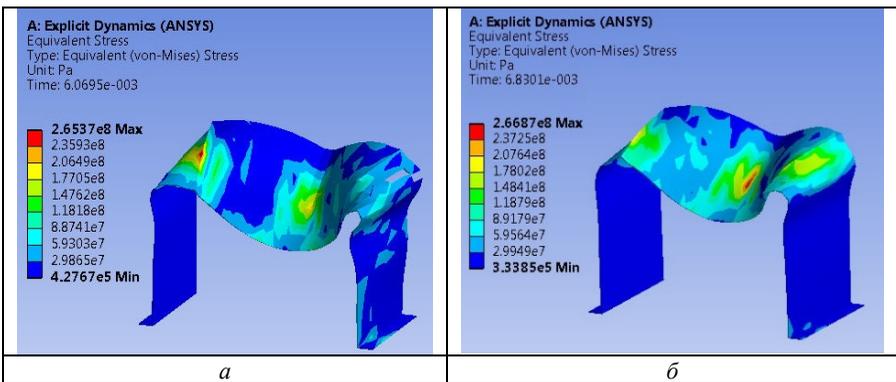


Рис. 2 – Распределение эквивалентных напряжений при деформировании П-образной конструкции после центрального удара по ней жестким шаром: *a* – табличная модель; *б* – модель Каупера-Симонда.

При сравнении численных результатов следует отметить, что учет скоростей деформации дает более низкий уровень значений перемещений, но при этом наблюдается рост величин интенсивностей напряжений. Также наблюдается перераспределение зон пластических напряжений и различия в изменении первоначальной формы при деформировании П-образной конструкции после центрального удара по ней жестким шаром.

Выводы. Анализ распределения параметров напряженно-деформированного состояния при ударе шаром показал влияние выбора моделей, определяющих состояний материала, на процесс деформирования. Отмечается расхождение значений величин перемещений до 20% и интенсивности напряжений до 10% при неизменном ударном нагружении П-образной конструкции, что свидетельствует о необходимости количественного анализа параметров динамического процесса с целью подбора модели состояния материала, корректно отражающей поведение материала при высокоскоростном адиабатическом деформировании. Необходимо проводить предварительные тестовые расчеты для сравнения с экспериментальными данными. Это позволит более точно численно смоделировать деформирование сложных конструкций при высокоскоростном нагружении.

Список литературы: 1. Воробьев Ю.С., Чернобрышко М.В. Скоростное деформирование элементов конструкций в упругопластической стадии // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій – 2010, – Вип. 14. – С. 87 – 92. 2. Бизюк А.В., Бизюк В.В., Колодяжний А.В. Скоростной удар по тонкостенным конструкциям // Вестник НТУ «ХПИ» №775, – 2007. – С. 29 – 35. 3. O'Grady H.J.P., Hayhurst C.J., Fairlie G.E. The Numerical Simulation of Warheads, Impact and Blast Phenomena using AUTODYN-2D and AUTODYN-3D. // Century Dynamics Ltd., England, – 1994. 4. Richard A. Clegg, Colin J. Hayhurst, Hartwig Nahme Validation of an advanced material model for simulating the impact and shock response of composite Materials // Shock Compression of Condensed Matter, – 2002/ American Institute of Physics. 5. Степук О.В., Автономова Л.В., Бондар С.В. Особливості деформування П-подібної тонкостінної конструкції при ударі // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 37. – С. 193 – 199.

Bibliography (transliterated): 1. Vorob'ev, Ju. S., and M. V. Chernobryvko. "Skorostnoe deformirovanie jelementov konstrukcij v uprugoplasticheskoj stadii." *Problemi obchisljuval'noji mehaniki i micnosti konstrukcij*. No. 14. 2010. 87–92. Print. 2. Bizjuk, A. V., V. V. Bizjuk and A.V. Kolodjazhnyj. "Skorostnoj udar po tonkostennym konstrukcijam." *Vestnik NTU «KhPI»*. No. 775. 2007. 29–35. Print. 3. O'Grady, H. J. P., C. J. Hayhurst and G. E. Fairlie. "The Numerical Simulation of Warheads, Impact and Blast Phenomena using AUTODYN-2D and AUTODYN-3D." *Century Dynamics Ltd*. England. 1994. Print. 4. Clegg, Richard A., Colin J. Hayhurst and Hartwig Nahme. "Validation of an advanced material model for simulating the impact and shock response of composite Materials." *Shock Compression of Condensed Matter. American Institute of Physics*. 2002. Print. 5. Stepuk, O. V., L. V. Avtonomova and S. V. Bondar "Osoblivosti deformuvannja P-podibnoji tonkostinnoji konstrukcii pri udari." *Visnik NTU «KhPI»*. Ser.: *Matematichne modeljuvannja v tehnicі ta tehnologijah*. No. 37 (1010). Kharkiv: NTU «KhPI», 2013. 193–199. Print.

Поступила (received) 27.05.2014