

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

*Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»*

Ст. Хмеленко Д.А.

Рук. доц. Синельник И.В., ст. преп. Оверко Н.Е.

Нелинейные колебания в электрических цепях представляют как практический, так и научный интерес. Реальные процессы, происходящие в сложных электрических цепях носят, как правило, нелинейный характер. Кроме того они могут служить хорошей моделью нелинейных процессов различной физической природы.

На рис. 1 представлена электрическая цепь, экспериментально исследованная П.Линсеєм [1], а позже – Д. Смитом [2]. Основным результатом оказалось появление хаотических колебаний на выходе цепи при увеличении амплитудного значения входного напряжения. Л.Чуа предложил общий подход к рассмотрению подобных систем [2]. Однако механизмы появления хаотических колебаний не были выявлены. Поэтому целью данного исследования было построение математической модели такой электрической цепи, выяснение механизмов возникновения хаотических колебаний и сравнение полученных результатов с экспериментальными.

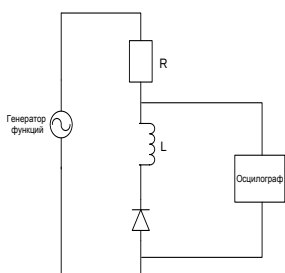


Рисунок 1. Электрическая схема исследуемой цепи

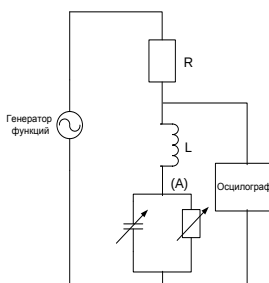


Рисунок 2. Схема с замещением диода

Объект исследования – это нелинейная электрическая цепь, состоящая из резистора R , катушки индуктивности L и диода, соединенных последовательно. Сопротивление резистора R – 200 Ом, ин-

дуктивность катушки $L = 100$ мкГн. Нелинейный элемент цепи – диод. На вход цепи подключен генератор функций. Результат фиксируется с помощью осциллографа, который подключен параллельно катушке индуктивности и диоду.

Диод – сложный нелинейный элемент, и для его рассмотрения была использована схема замещения переменным сопротивлением и переменной емкостью, соединенными параллельно, представленная на рис. 2.

На основании правил Кирхгофа, записанных для схемы, приведенной на рисунке 2, было получено следующее уравнение:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{CR_D} \right) \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \left(\frac{R}{R_D} + 1 \right) q = \frac{1}{L} \varepsilon_0 \sin \omega t, \quad (1)$$

где

R_D - динамическое сопротивление диода

C - переменная емкость диода

$\varepsilon_0 \sin \omega t$ - зависимость ЭДС от времени, начальная фаза

q - заряд на обкладках конденсатора.

Динамическое сопротивление R_D – это отношение малых приращений напряжения и тока в рабочей точке (производная). Было установлено, что результаты моделирования определяются свойствами нелинейного элемента. Поэтому ключевое значение имеет точное значение характеристик замещающих элементов – нелинейного сопротивления и емкости. Значение сопротивления вычислялось на основании ВАХ из документации диода. Для получения расчетных значений была выполнена аппроксимация вольт-амперной характеристики и зависимости емкости от входного напряжения. Исследованы различные способы аппроксимации – степенная зависимость, полиномиальная и некоторые другие. Отдельно рассмотрены вопросы экстраполяции полученных зависимостей на область малых значений входного напряжения, для которых отсутствуют паспортные характеристики.

Для численного моделирования колебаний решалось дифференциальное уравнение (1) методом Эйлера. Начальные значения $t=0$, $q=0$, $I=0$. dt – шаг по времени, который может варьироваться и выбирается из условий моделирования.

Полученное в качестве решения значение заряда можно использовать для дальнейшего расчета выходного напряжения. Формула расчета имеет следующий вид.

$$U_{\text{вых}} = \frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C} + L \left(\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{CR_D} \frac{dq}{dt} \right).$$

Было разработано приложение, реализующее приведенный алгоритм расчета выходного напряжения. Проведено экспериментальное исследование, включавшее измерение характеристик диода и изучение нелинейных колебаний в рассматриваемой цепи. Полученные путем моделирования результаты сравнивались с экспериментальными, один из которых приведен на рис.3 (зависимость выходного напряжения от времени при амплитуде входного напряжения 3,82 В и частоте 450 кГц).

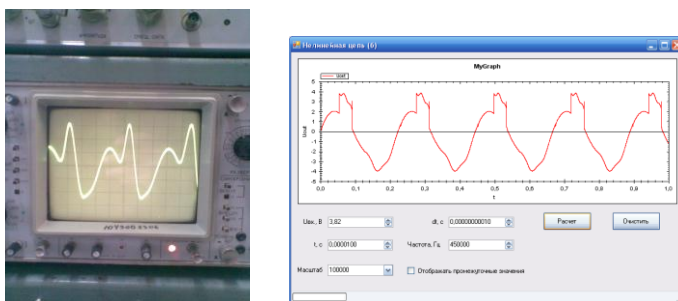


Рисунок 3. Результат эксперимента

Результаты моделирования показали хорошее качественное согласие с результатами эксперимента.

Литература

1. Смит Д. Генерирование хаоса в домашних условиях // В мире науки, 1992.- № 3. - с. 80-83.
2. P.Linsay. Period Doubling and Chaotic Behavior in a Driven Anharmonic Oscillator // Phys. Rev. Lett. – 1981. V.47. – p.1349.
3. Chua, L.O., Komuro, M., Matsumoto, T. "The Double Scroll Family, " IEEE Transactions on Circuits & Systems, 1986, vol.CAS-33, no.11, pp.1073-1118