

К ВОПРОСУ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

¹О.М.Пигнастый, ²Т.В.Меркулова

¹Харьков, Национальный Технический Университет
«Харьковский Политехнический Университет»,

²Харьков, Харьковский Национальный университет
им.В.Н.Каразина

Под проектированием технологических траекторий подразумевается расчет технологических воздействий на предмет труда для его преобразования в готовый продукт [1]. Выбор нормативной технологической траектории определяется технико-экономическими параметрами производства, изменение которых требует перехода от одной нормативной технологической траектории к другой [1,2]. Задачей проектирования технологии является поиск траектории, по которой в ходе технологического процесса предмет труда выйдет в заданную конечную точку. Геометрическое место точек в фазовом технологическом пространстве, положение которых соответствует координатам последовательных состояний предмета труда в ходе технологического преобразования, является технологической траекторией $\vec{q}(t) = (q_1(t), \dots, q_j(t), \dots, q_n(t))$ [3]. Квадрат элемента длины $d\Gamma^2$ представляет выражение

$$d\Gamma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{i,j}(q_j, q_i) \cdot dq_j \cdot dq_i, \quad (1)$$

с заданной метрикой и координатными функциями фазового технологического пространства $a_{i,j}(q_j, q_i)$ [3], определяемыми из технологической документации. Величина дуги

$$\Delta S = \int_{q_{i0}}^{q_{i1}} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{i,j}(q_j, q_i) \cdot dq_j \cdot dq_i}, \quad (2)$$

соединяющая две точки фазового технологического пространства с обобщенными координатами (q_{i0}) и (q_{i1}) , есть изменение стоимости предмета труда при переходе из

одного состояния в другое в результате технологической обработки. За время dt предмет труда проходит путь в фазовом технологическом пространстве

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{i,j}(q_j, q_i) \cdot dq_j \cdot dq_i} \quad [3].$$

С другой стороны за время dt

на предметы труда в элементе объема, ограниченном координатами $(q_1, \dots, q_j, \dots, q_n)$ и $(q_1 + dq_1, \dots, q_j + dq_j, \dots, q_n + dq_n)$, перенесены технологические ресурсы в количестве $\mu_\psi(q_1, \dots, q_j, \dots, q_n) \cdot dt$ с интенсивностью $\mu_\psi(q_1, \dots, q_j, \dots, q_n)$. Таким образом, можно записать зависимость между координатами двух рассмотренных событий в расширенном $(n+1)$ -мерном фазовом технологическом пространстве:

$$(d\mathcal{R})^2 = (\mu_\psi \cdot dt)^2 - (d\Gamma)^2 \geq 0 \quad . \quad (3)$$

Квадратичная форма (3) позволяет рассматривать интервал $d\mathcal{R}$ с формальной точки зрения, как расстояние между двумя точками в расширенном $(n+1)$ -мерном фазовом технологическом пространстве. При исследовании технологических процессов будем исходить из принципа наименьшего действия. Потребуем, чтобы для рассматриваемой производственно-технической системы интеграл

$$\mathcal{R}_{ab} = \int_a^b d\mathcal{R} = \int_a^b \sqrt{(\mu_\psi(q_j) \cdot dt)^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{i,j}(q_j, q_i) \cdot dq_j \cdot dq_i} \quad . \quad (4)$$

имел минимум в случае, когда технологический процесс обработки предмета труда выполнялся согласно нормативным технологическим параметрам. Такой путь в расширенном $(n+1)$ -мерном фазовом технологическом пространстве является прямым[3], для которого вариация $\delta \mathcal{R}_{ab}$ равна нулю. Целевой функционал (4) можно представить в виде интеграла по времени

$$\mathcal{R}_{ab} = \int_a^b \left(\sqrt{(\mu_\psi(q_j))^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{i,j}(q_j, q_i) \cdot \frac{dq_j}{dt} \cdot \frac{dq_i}{dt}} \right) dt \quad . \quad (5)$$

Подынтегральная функция

$$J = \sqrt{\mu_{\psi}^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{i,j} \cdot \frac{dq_j}{dt} \cdot \frac{dq_i}{dt}}, \quad (6)$$

есть целевая функция технологического процесса для производственно-технической системы. Из равенства $\delta \mathcal{R}_{ab} = 0$ следуют уравнения, описывающие поведение предмета труда при технологической обработке вдоль технологического маршрута в $(n+1)$ -мерном технологическом пространстве

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial J}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial J}{\partial q_i}, \quad (7)$$

Если сделать замену $J = \sqrt{\varphi}$ [3, стр.30]

$$\varphi = \mu_{\psi}^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{i,j} \cdot \frac{dq_j}{dt} \cdot \frac{dq_i}{dt}, \quad (8)$$

то для определения кривой в расширенном $(n+1)$ -мерном технологическом пространстве, уравнения Эйлера (7) примут вид уравнения в форме Канторовича-Крылова [3, стр.30]:

$$\frac{1}{2\sqrt{\varphi}} \frac{\partial \varphi}{\partial q_k} - \frac{1}{2\sqrt{\varphi}} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_i \partial \dot{q}_k} \cdot \dot{q}_i - \frac{1}{2\sqrt{\varphi}} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_k} \cdot \ddot{q}_i - \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{q}_k} \frac{d}{dt} \frac{1}{2\sqrt{\varphi}} = 0. \quad (9)$$

Для одномерного фазового технологического пространства (t, S, μ) уравнение движения (7) принимают вид

$$\frac{d\langle \mu \rangle}{dt} = \mu_{\psi}(S) \cdot \frac{\partial \mu_{\psi}(S)}{\partial S}. \quad (10)$$

Вывод: В работе предложен подход построения целевых функций производственно технических систем, основанный на данных нормативной технологической документации технологического процесса.

1.Тихонов А.Н., Кальнер В.Д. Гласко В.Б. Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении. М.: Машиностроение, 1990. – 264 с.

2.Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. Лит., 1983. 392 с.

3.Смирнов В.И., Крылов В.И., Канторович Л.В. Вариационное исчисление. – Л.: Изд. ЛГУ, 1933. – 204 с.