В.Я. Заруба, О.М. Пигнастый

КОНТИНУАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВА НА ПОТОЧНЫХ ЛИНИЯХ

Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт», Украина
pom7@bk.ru, ekmm@kpi.kharkov.ru

Конкурентоспособность промышленных предприятий в значительной степени определяется эффективностью организации и планирования их производственно-технологических процессов. Для производства изделий со схожими конструктивно-технологическими признаками создаются производственные подразделения предметной специализации, которые часто называют технологическими линиями [1]. Разновидностью технологических линий выступают поточные линии, для которых состав и последовательность выполнения технологических операций являются фиксированными. Серийное производство на поточных линиях организуется в соответствии с партионным методом, предполагающим последовательное изготовление различных партий изделий [2].

Оптимизация решений в сфере организации и планирования современного производства требует применения компьютерных информационных технологий с использованием математических моделей. С их помощью выявляются проблемы проектного или управленческого характера, подлежащие решению, определяются оптимальные параметры решений. При этом математические модели могут быть подразделены на три группы: аналитические, аналитико-численные и имитационные. Простые аналитические модели позволяют находить математические выражения характеристик процесса в явном виде. Однако для расчета значений исследуемых характеристик в аналитических моделях реальных производственных процессов требуется, как правило, применение численных методов. Тогда аналитические модели принимают форму аналитико-численных моделей. Имитационные модели представляют собой алгоритмы компьютерной имитации, воспроизводящие численные характеристики элементарных производственных явлений в последовательности, отражающей их реальные связи.

Имитационное моделирование является наиболее универсальным методом описания производственных процессов любого уровня сложности с учётом их нестационарности и вероятностной природы. Однако имитационным моделям свойственны такие недостатки как сложность и трудоемкость построения алгоритмов имитации, а также сложность использования этих моделей в задачах оптимизации решений ввиду больших затрат времени и накопления погрешностей вычислений. Поэтому развитие теоретических основ аналитического и аналитико-численного моделирования функционирования производственных объектов продолжает оставаться актуальным направлением исследований.

В зависимости от содержания непосредственно моделируемых характеристик производственных процессов могут быть выделены три типа аналитических моделей: дискретно-событийные, дискретно-потоковые и континуальные.

Дискретно-событийное моделирование направлено на определение моментов времени реализации событий, соответствующих изменениям стадий обработки и местоположения деталей в поточной линии. Недостаток дискретно-событийных моделей состоит в том, что они не отражают непосредственно количества деталей в межоперационных накопителях. Поэтому при наличии ограничений на ёмкость накопителей возникает необходимость имитационного моделирования процесса функционирования во временной последовательности событий. Учет факторов случайности осуществляется путем многократного воспроизведения процесса функционирования системы [3,4].

Построение дискретно-потоковых моделей основано на применении теории массового обслуживания (теории очередей). Эти модели наиболее активно используются для описания производственных процессов в форме clearing-функций, играющих важную роль в оперативном управлении производством [8]. В общем случае clearing-функция устанавливает значение пропускной способности (производительности) производственной системы в зависимости от распределения заделов по её элементам. Clearing-функция может быть определена для производственного объекта любого размера [4,9]. Первоначально clearing-функции строились на основе предположения о стационарности объемов незавершенного производства. Missbauer H [9] распространил использование clearing-функции на переходные процессы. Он впервые исследовал clearing-функции с использованием стохастической модели очереди при стационарных величинах интенсивности прибытия деталей на m-ю технологическую позицию и интенсивности обработки на ней. Предположение о стационарности интенсивности обработки явилось значительным ограничением для использования представленных моделей в описании переходных производственных процессов, встречающихся на практике. Armbruster D., Fonteijn J., Wienke M. исследовали модель производственной системы в виде совокупности очередей при зависимой от времени интенсивности обработки [10]:

$$\frac{dI_m(t)}{dt} = \psi_{m-1}(t) - \psi_m(t), \tag{1}$$

где $I_m(t)$ – уровень незавершенного производства для m-го технологического участка (операции). Следует отметить, что уравнение (1) может быть представлено в форме уравнений Форрестера (1961) [11]. В теории массового обслуживания Bramson M. [12] предложил так называемые fluid-модели (1), которые являются непрерывными во времени, но прерывными в пространстве, что приводит к системе M обыкновенных дифференциальных уравнений для описания конечного числа M пространственных частей потока.

Континуальные модели основаны на применении уравнений в частных производных для описания изменения с течением времени плотности распределения производственных заделов по элементам поточных линий [3-6]. В русскоязычных публикациях континуальные модели впервые предложены в работе [6] под названием статистических балансовых моделей. Аналоги континуальных моделей носят в англоязычной литературе название PDE-моделей (partial differential equation) [3-5,10]. Построение континуальной модели предполагает континуализацию (переход от дискретного к непрерывному описанию) позиций поточной линии, по которым определяются физические состояния и местоположения каждой конкретной детали из рассматриваемой партии.

Возможность континуализации обусловливается следующими соображениями. Если длительности обработки детали являются детерминированными величинами, то стадия технологических преобразований, на которой находится рассматриваемая деталь в момент времени t (с учётом пролёживания в накопителях), находится во взаимно однозначном соответствии с общей длительностью T(t) обработки детали непосредственно на производственных модулях в течение времени t. Будем интерпретировать значения некоторой монотонно возрастающей функции F времени T как значения обобщённого показателя S трансформаций детали, который должен быть достигнут после её обработки на производственных модулях в течение времени T, S = F(T). В качестве этого показателя в работах Armbruster D., Ringhofer C. предложено использовать величину x, характеризующую степень завершения изготовления изделия [4,6,14]: $x = T/T_0$, где T_0 – общее нормативное время изготовления изделия. В работах [6,7] значения функции F предложено интерпретировать как сумму затрат (перенесённую на деталь стоимость ресурсов) (грн. /шт), определяемую длительностью T обработки детали. Заметим, что поскольку в качестве функции F может быть выбрана любая монотонно возрастающая функция, то вопрос о том, насколько точно она отражает реальные затраты, может вообще не рассматриваться.

Обозначим как $\chi(t,S)$ количество деталей, на которые к моменту времени t перенесена стоимость в размере S , $S_0 = 0 < S \le S_M$. Нетрудно видеть, что функция $\chi(t,S)$ однозначно определяет количество деталей, находящихся в накопителе и в производственном модуле на каждой m-й технологической позиции.

Если длительности обработки детали являются случайными величинами, то количество деталей, которые в момент времени t имеют стоимость S , является случайной величиной, плотность распределения которой задаётся функцией $\chi(t,S,\mu)$,где μ – случайная величина, имеющая смысл скорости (грн/час) перемещения каждой детали по технологическим позициям (скорости перенесения на деталь стоимости технологических ресурсов). В этом случае можно говорить об ожидаемом количестве $[\chi]_0$ (t,S) деталей со стоимостью S в момент времени t:

$$[\chi]_0(t,S) = \int_0^{\infty} \chi(t,S,\mu)\,d\mu .$$

Для создания континуальных моделей в последние годы разработаны методы, позволяющие отыскивать функции $[\chi]_0(t,S)$, определяющие плотности распределения производственных заделов на основе уравнений переноса в механике жидкости и газа [4, 6]. Один из распространённых подходов основан на формировании системы уравнений моментов, позволяющих получить балансовые уравнения в достаточном для необходимой точности количестве [15].

Построение одномоментного описания производственной системы фактически означает определение clearing-функции, выражающей темп движения предметов производства через плотность их распределения [4, 6,9]. В случае двухмоментного описания темп движения предметов производства рассматривается как нестационарная переменная [4,6].

Анализ публикаций показывает, что использование PDE- моделей является новым и перспективным направлением в моделировании производственных систем [4,5,8,10,14]. Данные модели позволяют более точно описывать функционирование производственных систем по сравнению с моделями очередей и являются существенно менее громоздкими и трудоемкими при их разработке и использовании по сравнению с DEM-моделями. В работах Berg R.A., Lefeber , Rooda J.E. показано [5], что результаты PDE-модели, основанные на решении одного уравнения в частных производных, соответствуют в рамках тех же допущений результатам DES-моделирования, полученного в результате одного миллиона имитаций.

В настоящее время PDE-модели используются при управлении технологическими линиями на одной из крупнейших мировых компаний Интел [15]. Перспективность исследований в направлении разработки PDE-моделей для описания производственных систем в сфере моделирования производственных систем со сборочными операциями подтверждается многочисленными грантами, в частности Volkswagen. В то же время необходимы дальнейшие исследования, которые позволят более точно оценить сферу эффективного использования PDE-моделирования в задачах прогнозирования и управления производственными системами, в частности для синхронизации функционирования поточных линий, обеспечивающих комплектующими изделиями процессы сборки.

1. Летенко В.А., Родионов Б.Н. Организация, планирование и управление машиностроительным предприятием. - М.: Высшая школа, 1979. –232 с.
2. Митрофанов С.П. Куликов Д.Д. Технологическая подготовка гибких производственных систем. Л.: Машиностроение, 1987. – 352 с.
3. Armbruster D., Kempf K.G. The production planning problem: Clearing functions, variable leads times, delay equations and partial differential equations: Decision Policies for Production Networks,2012, p. 289 - 303, Springer Verlag.
4. Berg R.A., Lefeber E., Rooda J.E. Modeling and Control of a Manufacturing Flow Line using Partial Differential Equations. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008, 16(1), p.130-136.
5. Пигнастый О.М., Заруба В.Я. Сучасні та перспективні методи і моделі управління в економіці – Суми: ДВНЗ «УАБС НБУ», 2008. – Ч.2. – 256 с.
6. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Теория предприятия: Устойчивость функционирования массового производства и продвижения продукции на рынок. Х.: ХНУ, 2003. -272с.
7. Ramadge P., Wonham W., “The control of discrete event systems” IEEE Proc., 1989. – vol. 77, no. 1, pp. 81–98.
8. Karmarkar, U. S. Capacity Loading and Release Planning with Work-in-Progress (WIP) and Leadtimes. Journal of Manufacturing and Operations Management , 1989. , (105-123).
9. Missbauer H Order release planning with clearing functions: a queueing-theoretical analysis of the clearing function concept. Int J Prod Econ. doi:10.1016/j.ijpe.2009.09.003.
10. Armbruster D., Fonteijn J., Wienke M. Modeling production planning and transient clearing functions, Logistics Research, 2012. – VOL 87 -№3, P. 815 – 822.
11. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. М.: Прогресс, 1961. 341 с.
12. Bramson M. Stability of queueing networks, lecture notes in mathematics, Journal of Probability Surveys, Vol. 5 , 2008, pp 169–345.
13. Armbruster D., Marthaler D., Ringhofer C. Kinetic and fluid model hierarchies for supply chains supporting policy attributes, Bulletin of the Inst. Math., Academica Sinica, 2007, P:433-460.
14. Либов Р. Введение в теорию кинетических уравнений.– М.:Изд-во Мир,1974.-372с.
15. Armbruster D., Marthaler D., Ringhofer Ch., Kempf K. Continuum Model for a Reentrant Factory. Operations research . 2010. – VOL 54 -№5, P. 933 - 950 .