УДК 658.51.012

ПИГНАСТЫЙ О.М., ХОДУСОВ В.Д.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ОПИСАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Построение моделей производственно-технических систем связано с теоретическим и экспериментальным изучением организации и технологии производства [1-5]. Эффективность применения модели в значительной степени зависит от того, насколько модель согласуется с особенностями моделируемой производственно-технической системы, взаимосвязи между отдельными элементами которой имеют чрезвычайно сложный организационный и технологический характер [2]. Для построения моделей производственно-технических систем целесообразно использовать известные принципы механики и термодинамики. Закономерности, присущие равновесным состояниям производственно-технических систем, во многом аналогичны тем, что имеют место в термодинамических системах [1,4]. Разнообразие и сложность технологии изготовления продукта создает предпосылки к моделированию производственно-технической системы на основе представления о производственно-технической системе как совокупности предметов труда, находящихся в разных стадиях технологической обработки [2]. Однако, следить за поведением каждого предмета труда производственно-технической системы из-за их весьма большого количества и вероятностного характера воздействия на предмет труда технологического оборудования практически невозможно [1,3,4,5]. Эффективным подходом к моделированию больших систем является статистической подход [3]. Согласно этому подходу производственная система рассматривается на двух уровнях описания: микроуровне и макроуровне. На микроуровне исследуются закономерности поведения отдельных элементов системы, на макроуровне – их агрегированные характеристики и связи между этими характеристиками. Взаимосвязь между уровнями осуществляется через кинетическое уравнение. Особенностям применения статистического подхода к моделированию производственно-технических систем посвящен настоящий доклад.

1. Описание производственно-технических систем на микроуровне

Состояние производственно-технической системы может быть определено как состояние числа N предметов труда (базовых продуктов) [1-3]. Под базовым продуктом или предметом труда понимается элемент производственно-технической системы, на который при выполнении технологической операции переходит стоимость труда, материалов и стоимость амортизации орудий труда в ходе воздействия технологического оборудования. Поведение базового продукта определяется закономерностями технологического процесса. Состояние базового продукта будем описывать наблюдаемыми на микроуровне микропараметрами: суммой затрат $\mathrm{S_j}$(грн) и затрат в единицу времени μ_j(грн/час), перенесенными технологическим оборудованием на j-й базовый продукт. Состояние производственно-технической системы определено, если известны микропараметры состояния базового продукта $\mathrm{S_j}, \mu_j$, а в любой другой момент времени может быть найдено из уравнений состояния базовых продуктов:

$$dS_j \big/ dt = \mu_j , \quad d\mu_j \big/ dt = f_j(t,S) , \quad 0<j<N, \tag{1}$$

где $f_j(t,S)$ - производственная функция производственно-технической системы [4]. Если количество базовых продуктов много больше единицы, то решить систему из $2N$-уравнений практически невозможно, что и требует перехода от микроописания производственно-технической системы к макроописанию с элементами вероятностной природы. Вместо рассмотрения состояния производственно-технической системы смикропараметрами $\mathrm{S_j}$ и μ_j, введем функцию распределения базовых продуктов $\chi(t,S,\mu)$ по микросостояниям $\mathrm{S_j}$ и μ_j в фазовом технологическом пространстве

$$\int_0^\infty d\mathrm{S}\cdot\int_0^\infty d\mu\cdot\chi(t,S,\mu)=N\,. \qquad (2)$$

Условие нормировки (2) представляет закон сохранения числа базовых продуктов в технологическом процессе производственно-технической системы.

2. Кинетическое уравнение производственно-технической системы

Разобьем фазовое технологическое пространство (S,μ) на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta\Omega=\Delta\mathrm{S}\cdot\Delta\mu$ были достаточно малы и содержали внутри себя большое число базовых продуктов. Состояние базового продукта задается точкой в фазовом технологическом пространстве. Вместо того, чтобы фиксировать точные значения микропараметров базовых продуктов, будем приближенно характеризовать состояние производственно-технической системы числом базовых продуктов в каждой ячейке $\Delta\Omega$. Если размеры ячейки достаточно малы, то приближенное описание будет нести в себе почти столь же подробную информацию, что и точное. Таким образом, мы приходим к необходимости наряду с основным пределом при $N\to\infty$, рассматривать и предельный случай стремящихся к нулю размеров ячейки. В силу того, что величина $\chi(t,S,\mu)\cdot d\Omega$ представляет собой число предметов труда в бесконечно малой ячейке $\Delta\Omega$ фазового технологического пространства (t,S,μ), мы можем по изменению характерных фазовой координаты S и фазовой скорости μ, определяющих состояние каждого предмета труда в этой ячейке фазового технологического пространства, со временем судить и об изменении самой функции $\chi(t,S,\mu)$ [4]:

$$\frac{\partial\chi}{\partial t}+\frac{\partial\chi}{\partial S}\cdot\,\mu+\frac{\partial\chi}{\partial\mu}\cdot\,f=J(t,S,\mu)\,, \qquad (3)$$

$$\frac{dS}{dt}=\mu,\quad \frac{d\mu}{dt}=f(t,S)\,. \qquad (4)$$

Уравнение (4) описывает изменение усредненных по бесконечно малой ячейке фазового технологического пространства $\Delta\Omega$ характеристик состояния предметов труда S_j, μ_j. Функция $\mathrm{J}(t,S,\mu)$ определяется плотностью оборудования вдоль технологического маршрута и его техническими характеристиками [3], стремится свести при $t\to\infty$ начальное распределение предметов труда по состояниям к состоянию с равновесной функцией распределения в соответствии с технологическим процессом. Производственная функция $f(t,S)$ определяется из заданного способа производства. По своему смыслу производственная функция представляет собой аналог силы, перемещающий предмет труда по технологическому маршруту. При таком перемещении на предмет труда оказывается воздействие со стороны орудий труда (технологического оборудования). Таким образом происходит перенос технологических ресурсов на предмет труда при его движении согласно технологическим маршрутным картам. Оборудование воздействует на предмет труда, изменяя его качественно и количественно. Мы можем говорить только о вероятности того, что после воздействия со стороны технологического оборудования предмет труда будет находиться в том или ином состоянии. Этот вероятностный характер воздействия технологического оборудования на предмет труда можно учесть, задав функцию $\psi(S,\mu)$, определяющую вероятность того, что после воздействия технологического оборудования на предмет труда скорость переноса затрат на базовый продукт станет равной μ. Функция $\psi(S,\mu)$ можно задать, анализируя паспортные данные технологического оборудования и конструкторско-технические параметры технологии обработки базового продукта. Определим моменты $[\psi]_k$ функции $\psi(S,\mu)$ следующими выражениями:

$$\int_0^\infty\psi(S,\mu)\cdot d\mu=1\,,\quad \int_0^\infty\mu^k\cdot\psi(S,\mu)\cdot d\mu=[\psi]_k\,,\quad k=1,2.... \qquad (5)$$

Количество предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования в ячейке $d\mathrm{S}\cdot d\mu$ с координатами (S,μ) и переместившихся в результате воздействия в ячейку $d\mathrm{S}\cdot d\tilde{\mu}$ с координатами $(S,\tilde{\mu})$, пропорционально произведению потока предметов труда $\chi(t,S,\mu)\cdot\mu$ по технологическим операциям на вероятность перехода $\psi(S,\tilde{\mu})\cdot d\tilde{\mu}$. Что касается вероятности испытать непосредственно воздействие со стороны технологического оборудования, в ходе которого осуществляется переход предмета труда из ячейки $d\mathrm{S}\cdot d\mu$ в ячейку $d\mathrm{S}\cdot d\tilde{\mu}$, то можно утверждать, что эта вероятность пропорциональна плотности расположения оборудования $\lambda(S)$ вдоль технологического маршрута. Таким образом, число предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования и принявшие значения в пределах $(\tilde{\mu};\tilde{\mu}+d\tilde{\mu})$: $\psi(\tilde{\mu})\cdot\lambda(S)\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\cdot d\tilde{\mu}\cdot d\mathrm{S}\cdot d\mu$. Наряду с этим в элемент объема $d\mathrm{S}\cdot d\mu$ поступают предметы труда из объема $d\mathrm{S}\cdot d\tilde{\mu}$ путем обратного перехода: $\psi(\mu)\cdot\lambda(S)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu})\cdot d\tilde{\mu}\cdot d\mathrm{S}\cdot d\mu$, а общее число предметов труда в элементе объема $d\mathrm{S}\cdot d\mu$ изменяется в единицу времени на величину $d\mathrm{S}\cdot d\mu\cdot J$:

$$J=\lambda(S)\cdot\int_0^\infty\{\psi(\mu)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu})-\psi(\tilde{\mu})\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\}d\tilde{\mu}\,. \tag{6}$$

С учетом (6) уравнение (3) можно представить в виде:

$$\frac{\partial\chi}{\partial t}+\frac{\partial\chi}{\partial S}\cdot\mu+\frac{\partial\chi}{\partial\mu}\cdot f=\lambda\cdot\left\{\int_0^\infty\psi(\mu)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu})d\tilde{\mu}-\mu\cdot\chi\right\} \tag{7}$$

В большинстве практических случаях функция $\psi(\mu)$ не зависит от состояния предметов труда до испытания воздействия со стороны технологического оборудования, откуда:

$$\frac{\partial\chi}{\partial t}+\frac{\partial\chi}{\partial S}\cdot\mu+\frac{\partial\chi}{\partial\mu}\cdot f=\lambda(S)\cdot\{\psi(\mu)\cdot[\chi]_1-\mu\cdot\chi\}\,. \tag{8}$$

Решение уравнений (7) или (8) связано со значительными трудностями. Если провести процедуру агрегирования величин и перейти к макроскопическому описанию, то используя уравнение (8), можно получить более простую систему балансовых уравнений для макропараметров производственно-технической системы.

3. Описание производственной системы на макроуровне

Состояние производственно-технической системы на макроуровне будем описывать моментами функции распределения $\chi(t,S,\mu)$ предметов труда по состояниям:

$$\int_0^\infty\mu^k\cdot\chi\;d\mu=[\chi]_k\,,\qquad k=0,1,2.... \tag{9}$$

Как правило, для описания состояния больших систем используют несколько первых моментов функции распределения. Известно [2,3,5], что для описания состояния производственных систем на макроуровне используют два первых момента (9). Нулевой $\int_0^\infty\chi\;d\mu=[\chi]_0$ и первый $\int_0^\infty\mu\cdot\chi\;d\mu=[\chi]_1$ моменты функции распределения предметов труда по состояниям μ имеют производственную интерпретацию: заделы предметов труда и их темп движения вдоль технологической цепочки 2,3,5]. Умножив уравнение (8) на μ^k, $k=0,1,2....$ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим незамкнутые уравнения балансов состояния макропараметров производственно-технической системы:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=\int_0^\infty d\mu\cdot J\,, \tag{10}$$

$$\frac{\partial[\chi]_k}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S}=k\cdot f(t,S)\cdot[\chi]_{k-1}+\int_0^\infty d\mu\cdot\mu^k\cdot J\,,\qquad k=1,2,3..... \tag{11}$$

Если усредненная стоимость ресурсов $\langle\Delta S\rangle$, перенесенных в ходе выполнения технологической операции на предмет труда значительно меньше себестоимость конечного продукта S_d, что характерно для производственно-технических систем, технологический процесс которых состоит из большого количества технологических операций, балансовые уравнения (10), (11) в нулевом приближении по малому параметру $\frac{\langle \Delta S\rangle}{S_d} << 1$ примут вид:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = 0, \qquad \frac{[\chi]_k}{[\chi]_1} = [\psi]_{k-1}, \tag{12}$$

$$\frac{\partial[\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f(t,S)\cdot[\chi]_{k-1}, \qquad k = 1,2,3.... \tag{13}$$

Система балансовых уравнений (12), (13) является замкнутой. Для производственно-технической системы, макросостояние которой описывается двумя параметрами – межоперационными заделами предметов труда на технологической операции и их темпом движения, система балансовых уравнений (12), (13) может быть записана как

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = 0, \qquad \frac{[\chi]_2}{[\chi]_1} = [\psi]_1, \tag{14}$$

$$\frac{\partial[\chi]_1}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_2}{\partial S} = f(t,S)\cdot[\chi]_1. \tag{15}$$

Уравнения балансов (14), (15) описывают макросостояние производственно-технической системы через параметры состояния: заделы предметов труда на технологической операции и их темп движения.

Уравнения балансов производственно-технической системы (14), (15) в одномоментном описании представляют собой уравнения системной динамики [5].

Заключение

1.Показана самосогласованная связь между микросостоянием элементов производственно-технических систем и ее макропараметрами. Изменение состояний предметов труда приводит к количественному и качественному изменению вида функции распределения $\chi(t,S,\mu)$. Это в свою очередь приводит к изменению значений моментов функции распределения (макропараметров производственно-технической системы). Как следствие, изменение макропараметров производственно-технической системы воздействует на микроуровень, что приводит к изменению вида функции распределения.

2.Получена в нулевом приближении по малому параметру $\frac{\langle \Delta S\rangle}{S_d} << 1$ замкнутая система балансовых уравнений для макропараметров производственно-технической системы, позволяющая моделировать поведение макропараметров производственно-технических систем [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Занг З.В.-Б. Синергетическая экономика. –М.: Мир, 1999. - 335с.
2. Прыкин Б.В. Технико-экономический анализ производства. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 399 с.
3. ПИГНАСТЫЙ О.М. Статистическая теория производственных систем. Х.: ХНУ, 2007. – 388 с.
4. РУШИЦКИЙ Я.Я., МИЛОВАНОВ Т. С. Модифікована модель Філіпса-Лоренца для єкономічної системи. // Доповіді НАНУ. -1997. -№12, -С.36-40.
5. ФОРРЕСТЕР Д. Основы кибернетики предприятия. М.: Прогресс, 1961. – 341 с.

ПИГНАСТЫЙ Олег Михайлович — инженер, к.т.н., НПФ Технология.
Научные интересы:
- *исследование производственно-технических и социально-экономических систем.*

ХОДУСОВ Валерий Дмитриевич — профессор, доктор физико-математических наук, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина.
Научные интересы:
- *теоретическая физика;*
- *исследование производственно-технических и социально-экономических систем.*