Ответственный редактор
к.ф.-м.н. Н.Н. Кизилова

«Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях». Тезисы докладов международной конференции, г. Харьков, 17-22 апреля 2011 г. Под ред. проф. Г.Н.Жолткевича, доц. Н.Н.Кизиловой, доц. П.С.Кабалянца. – Х.: Вировец А.П. «Апостроф», 2011. - 257 стр.

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на Международной конференции «Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях» (Харьков, 17-22 апреля 2011 г.), посвященной 50-летию механико-математического факультета.

Программный комитет

Борисенко А.А., Чуешов И.Д., Жолткевич Г.Н., Гандель Ю.В., Гордевский В.Д., Кизилова Н.Н., Коробов В.И., Руткас А.Г., Фаворов С.Ю., Янцевич А.А.

Организационный комитет

Жолткевич Г.Н., Тарапова Е.И., Кизилова Н.Н., Кабалянц П.С., Бархаев П.Ю., Соляник Ю.В., Иванова М.А., Чистина Э.О.

Целью конференции является обмен новейшими результатами, полученными отечественными и зарубежными исследователями в области математики, механики и информатики, математического моделирования процессов и явлений в физико-механических, химико-биологических и технических системах.

Работа конференции организована по секциям:

1. Механика
2. Алгебра, логика и основания информатики
3. Геометрия и топология
4. Дифференциальные уравнения
5. Информационные технологии
6. Математическая физика
7. Математический анализ
8. Математическое моделирование
9. Теория функций

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА»

Geramy A., Kizilova N. FEM Modeling in Dentistry.....11
Hamadiche M., Kizilova N., Klepikov V. Fluid-Structure Interaction Problems in Nanofluid MEMS Devices.......12
Kizilova N., Szekeres A. Biothermohygromechanics: Biomimetic Comosites with Optimal Properties..........13
Meleshko V.V. Axisymmetric Vortex Rings Interactions in an Inviscid Fluid...14
Nikishov V.I., Gorodetska N.S., Pihur S.V., Oleksiuk V.V., Tkachenko I.V. Development of longitudinal vortices in boundary layer over Curved surface.............14
Skorikov A. B. Magnetohydrodynamic Frictional Units..15
Tropina A.A. Plasma Assisted Combustion Modeling....15
Авраменко О.В., Ріжняк Г.Р. Динамічне рівняння стохастичних амплітуд у двошаровій рідині............16
Адашевский В.М. Исследования студентов НТУ "ХПИ" в биомеханике спорта 17
Александров Д.Ю. Нелинейный жидкий осциллятор...17
Банникова Е.Ю., Конторович В.М., Пославский С.А. Движение кольцевых вихрей в центральном радиальном потоке..18
Бауэр С.М., Ермаков А.М. , Каштанова С.В., Морозов Н.Ф. О деформации многослойных асбестовых нанотрубок с наполнителем...................19
Безнос А. С. Решение динамических задач для твердых тел с упругими связями....................................19
Белова Ю.А., Потапов Д.Ю. Исследование динамики кровотока артериальной системы почки человека....20
Беспалова О.І.,Урусова Г.П. Динамічна стійкість оболонок обертання знакозмінної кривизни при періодичних навантаженнях..............................20
Бобылев Д.Е., Масько Л.В. Эффективная регуляризация метода граничных элементов при моделировании многосвязных областей с тонкими или малыми элементами структуры..........................21
Борисов Д.И., Руднев Ю.И. Малые движения капиллярной жидкости в сосуде с перфорированными перегородками..21
Борисов И.Д., Руднев Ю.И., Яценко Т.Ю. Ветвление равновесных форм свободной поверхности намагничивающейся капиллярной жидкости..........22
Босяков С. М., Юркевич К. С. Анализ перемещений зуба в костной ткани под действием сосредоточенной нагрузки..23
Бреславский И.Д. Колебания тонких пластин с учетом геометрической и физической нелинейности...........24
Будников Н. А., Тимченко Г. Н. Исследование нелинейных колебаний многослойных пластин........24
Бурлаєнко В. М., Садовський Т., Назаренко С.О. Моделювання динамічної поведінки пластин з композиційного матеріалу, які містять деламінацію..25
Ван Чживэй Влияние затухания на параметрическую устойчивость конструктивно анизотропных оболочек...26
Васільєв К. В., Сулим Г.Т. Півсмуга зі стрічковими неоднорідностями за антиплоскої деформації.........27
Васильєва Л.Я., Жук Я.О. Аналіз термомеханічних процесів у локально опроміненому сталевому диску з врахуванням мікроструктурних перетворень...........28
Ветров О.С. Асимптотические представления в задачах динамики ортотропных пластин и оболочек...29
Волкова О.С., Гашененко И.Н. Точные решения уравнений движения гиростата вокруг неподвижной точки 30
Воропай А. В. Нестационарные колебания прямоугольной пластины с установленным на ней амортизатором..31
Воропай Н.И., Янютин Е.Г. Нестационарное деформирование упругого пространства с цилиндрической полостью..................................32
Гаев Е.А. Теория легкопроницаемой шероховатости для задач техники и окружающей среды.................33
Гаев Е.А., Бердник О.М. Сравнительный анализ алгебраических моделей турбулентности для легкопроницаемой шероховатости в каналах и трубах...34
Гирька Ю. В. Анализ устойчивости и управляемости летательного аппарата с использованием присоединенных масс..34
Гнесин В.И., Колодяжная Л.В. Численное моделирование аэроупругого поведения лопаточных венцов осевого компрессора в трехмерном потоке газа...35
Годованная Н.В., Господарев И.А., Котляр А.В., Кравченко К.В., Манжелий Е.В., Сыркин Е.С., Феодосьев С.Б. Квазичастичные спектры содержащих дефекты нанообъектов на основе углерода..............36
Голубев Г.В.. Нелинейные задачи теории фильтрации..37
Городецкая Н.С., Соболь Т.В. Влияние двухфазности среды на свойства поверхностной волны Стоунли....38
Грибкова В. П., Новосельская Л. В. Исследование процесса обработки расплава металла низкотемпературной азотной плазмой..................38
Григоренко А.Я., Пузырев С.В. Исследование свободных колебаний некруговых цилиндрических оболочек на основе метода сплайн-коллокации.......39
Григоренко Я.М., Авраменко О.А. Исследование влияния угла раствора конуса на напряженно-деформированное состояние нетонких конических оболочек...40
Гризун М.Н., Ершов С.В. Метод Ньютона в неявной разностной схеме для уравнений газовой динамики...41
Гуртовий О.Г. Порівняльний функціональний аналіз уточнених моделей шаруватих пластин................41
Гуртовий О.Г., Тинчук С.О. Аналіз напруженого стану багатошарового покриття на жорсткій основі...42
Денина О.В. Об идентификации полости в цилиндре...43
Деревянко А.И., Ершов С.В. Численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода...44

Несвит Е. В. Оптимальное управление дискретными дескрипторными системами с квадратичным критерием качества........232
Павлов П.А. Конкурирующие процессы при ограниченном числе копий программного ресурса........232
Паточкин Б.В., Посухов В.С., Тимченко Н.М. Статистическая проверка генераторов случайных чисел........233
Петренко О. Е., Фролов О.С. Математичне моделювання складової процесу побудови параметрів для криптографічних перетворень........234
Пигнастый О.М. Статистическая двухуровневая модель технологического процесса........235
Радуль А.А., Зеленцов Д.Г. Применение нейросетевых моделей при расчете корродирующих конструкций........236
Резуненко В.А., Бондарева Т.А., Воробьёв Р.С. Расчёт поля плоской акустической волны, рассеянной жестким сферическим сегментом с нагрузкой........237
Резуненко В. А., Москалец Е. В. , Комышан И. В. Электростатический потенциал горизонтальных диполей в присутствии сферических поверхностей........237
Ручкин К.А. Компьютерные методы исследования в задачах хаотической динамики........238
Саруханян Г. Э., Лазурик В. Т. Моделирование выхода тормозного излучения от электронных пучков с широким спектром........239
Слепцов В.Б. Оценка вероятности неразорения страховой компании........240
Трончук А.А., Угрюмов М.Л. Применение эволюционных методов для решения многокритериальных задач стохастической оптимизации........240
Уваров Б. В. Оценка погрешности метода упорядоченной минимизации риска........241
Федюк Р.С. Современная математическая модель теплопередачи через ограждающие конструкции здания........241
Филипковская М. С. О продолжении решений полулинейного вырожденного уравнения........242
Цейтлин Н. А., Горбач А. Н. Анализ спонтанных последовательностей и регрессионных моделей в экспериментальных исследованиях........243
Целуйко А.Ф., Лазурик В.Т., Рогов Ю.В., Боргун Е.В., Рябчиков Д.Л. Компьютерное моделирование направленности излучения плотных плазменных образований........245
Яковенко Г.Н. Алгебраическая модель взаимодействия популяций........246

СЕКЦИЯ «ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ»

Bilavska S. I. Bounded elementary divisor domains of stable range 1........247
Афанасьева Е. С. Интегральные условия продолжимости отображений на границу........247
Балгимбаева Ш.А. Восстановление оператора дифференцирования на классах гладких периодических функций........248
Димитрова-Бурлаенко С.Д. Непрерывность производной в более слабой топологии........249
Климентов С.Б. Краевая задача Римана-Гильберта в классах Харди, Смирнова и ВМО для обобщенных аналитических функций........250
Ковтонюк Д.А., Петков И.В., Рязанов В.И. О граничном поведении регулярных решений уравнений Бельтрами........251
Ломако Т.В. О компактности классов регулярных решений уравнений Бельтрами........251
Новиков О.А., Ровенская О.Г., Шулик Т.В. Приближение классов нтегралов Пуассона г-повторными суммами Валле Пуссена........252
Перетятькин Ф.Г. Некоторое обобщение краевой задачи Римана-Гильберта........253
Рыкова О.В. О распределении дискриминантов и расстояний между корнями целочисленных многочленов........254
Севостьянов Е.А. О нормальных семействах отображений с неограниченной характеристикой квазиконформности........254
Стонякин Ф.С. Предельная форма свойства Радона-Никодима для векторных зарядов........255
Хвощинская Л.А. Решение одной задачи определения системы двух аналитических функций по заданной группе монодромии........256
Шепельская В. Д. Плюс-минус свойство как обобщение свойства Даугавета........257

СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА»

FEM MODELING IN DENTISTRY

Geramy A.[1], *Kizilova N.*[2]
[1] Tehran University of Medical Sciences, Iran
[2]V.N.Karazin Kharkov National University, Ukraine

Finite element analysis (FEM) is widely used in dentistry for detailed 3D modelling of the stress-strain state of the upper and lower jaws and teeth in their realistic complex interaction with bone and soft tissues, fillings and pins, artificial crowns and orthodontic apparatus. The orthodontic procedures, teeth fillings and load-bearing artificial implants can be virtually modelled first and vast computer simulations and analyses for clinical prognosis and treatment prescription can be carried out using FEM technique. Here a brief review of the FEM modelling in dentistry is given and some results obtained by the authors are presented.

1. Orthodontic tooth movement. Orthodontic Treatment steps may be roughly divided into: Leveling & Aligning; Canine Retraction; Anterior Retraction and Midline Correction; Posterior Space Closure; Ideal tooth Positioning and Finishing; Settlement; Retention. Different types of tooth movement are planned in treating orthodontic cases: tipping, bodily movement and root movement. The ratio of moment to force determines the type of tooth movement which varies between teeth and types of tooth movement. The favorite M/F ratio needed to produce bodily movement is modified by bone loss, tooth orientation and some other factors. A series of numerical results on the tooth movement are presented in the paper.

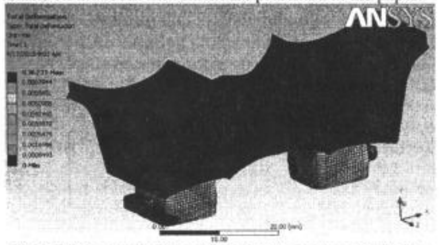
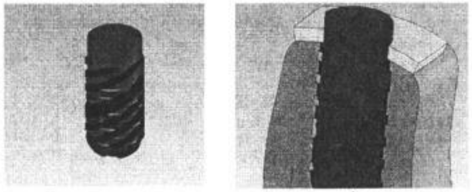


Fig.1. FEM computations of the tooth displacement during the orthodontic reatment.

2. Modeling of osseointegration. Tooth implants are widely used in dentistry and detailed 3D modelling of the complex system bone with a load-bearing artificial implant, stress-strain computations, computer simulations and analyses for clinical prognosis and treatment prescription are mainly based on finite element method (FEM). Structure and mechanical properties of the bone-implant interface influence the implant anchorage and stress-strain distribution in the system. Most failures, either physiological or mechanical, are initiated from the interfacial region. Despite the high success rates reported in literature, time dependent marginal bone resorption around implants is often unavoidable and is observed in practice. Clinical studies have reported significant bone loss around the implant neck that leads to the implant failure, and the bone loss occurrence is determined by biomechanical factors which thus have to be studied thoroughly.

According to histological studies a close physical adaptation of the bone tissue to the surfaces of the threaded, surface-roughened and porous-coated implants is observed in a few months after implantation. The growing and developing bone produces protuberances around the implant surface which can be modelled as it is depicted in fig.2. The direct structural and functional connection between the bone and the implant surface is called osseointegration (OI), which is determined as both apparent direct attachment and connection of osseous tissue to an implant without intervening connective tissue and the interface between the bone and the implant. Influence of the OI development on tooth strength and displacement at given external load has been studied by the authors on a series of models.

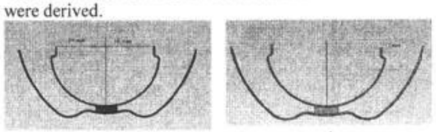


a b

Fig 2. Model of OI (a) and a tooth embedded into the solid and soft tissues(b).

3. Asymmetrical head gears. The asymmetrical headgears are useful orthodontic devices for the unilateral distalisation of molars or for the correction of an unilateral anchorage loss. Here the asymmetry of the innerbow of the head gear produced by asymmetric molar dislocation is studied. It is shown the function of an asymmetrical face-bow can be increased or decreased by eccentric bendings. According to the geometry at the outer-bows the force at the outer-bow is divided at a different percentage onto the molars. The shifting and rotating components of the forces produced by the head gear are computed both analytically and numerically by FEM analysis.

Two finite element models of cervical headgears with asymmetric inner bows (fig.3) were designed in SolidWorks 2006. Models were meshed in ANSYS Workbench Ver. 11.0. A 150-gram force was applied at each side of the outer bow after model transfer to ANSYS Ver. 11.0. Inner bow ends were restrained and force results were derived.



a b

Fig.3. An asymmetric headgear with 2 mm difference in medio-lateral (a) and mesio-distal (b) position of moalrs.

и триплетами чисел; математическое ожидание и дисперсия всех ГСЧ тоже соответствовали ожидаемым результатам; остальные данные по проверкам генераторов требуют дополнительного анализа.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДОВОЇ ПРОЦЕСУ ПОБУДОВИ ПАРАМЕТРІВ ДЛЯ КРИПТОГРАФІЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Петренко О. Е., Фролов О.С.
Харківський інститут банківської справи, м. Харків, Україна,
Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна

Існування сучасного документообігу неможливо без використання інформаційних технологій. Вимоги, що висунуті до сучасного ділового спілкування – це конфіденційність, цілісність та автентичність інформації, яка передається електронними мережами. Забезпечити дані вимоги можливо використовуючи криптографічні перетворення в групах точок еліптичних кривих. Перспективність їх застосування полягає в тому, що вони спроможні забезпечити рівень складності, застосовуючи параметри, довжини яких в 8 разів менше модуля перетворення параметрів криптографічних перетворень в полях та кільцях. Застосування еліптичних кривих не набуло поширеного використання в порівнянні з перетвореннями в полях та кільцях. Пов'язано це з недосконалістю алгоритмів виконання операцій в групах точок даних кривих, що привело до порушення співвідношення прийнятної обчислювальної складності методів та швидкодії їх програмних реалізацій.

Робота по вдосконаленню методів здійснення перетворень на еліптичних кривих в напрямку зменшення їх обчислювальної складності є актуальною як у світі, так і в Україні. Перший етап вказаних перетворень – це етап побудування загальносистемних параметрів. Обчислення порядку еліптичної кривої є трудомісткою складовою цього етапу, особливо тоді, коли необхідно застосовувати еліптичні криві, що визначені на полях характеристики два, ступень розширення яких n перебільшує 617.

Метою роботи є створення елемента математичної моделі побудови загальносистемних параметрів криптографічних систем, які використовують еліптичні криві, що визначені на полях $GF(2^n)$, де n перебільшує 617, а саме найскладнішого з етапів – обчислення порядку кривої.

Протягом останнього часу питаннями, що пов'язані з розробкою методів обчислення порядку еліптичної кривої, займалися Р. Скуф [1], Т. Сато [2], Ф. Морейн, Р. Ласиер [3]. Дані роботи були присвячені розробці методів обчислення порядку будь-якої еліптичної кривої. Недоліками методів [1, 3] є те, що їх програмні реалізації мають низку швидкодію, коли обираються поля, ступень розширення яких перебільшує 431. Перспективним методом, який спроможній обчислювати порядки еліптичних кривих в полі, ступень розширення якого перебільшує 617. є метод, наведений в роботі [4]. Головний недолік методу [4] полягає в тому, що за його допомогою можливо обчислювати порядки еліптичних кривих, які визначені в розширені поля 2-адичних цілих. Побудова загальносистемних параметрів здійснюється при застосуванні еліптичних кривих, які визначені в полі $GF(2^n)$. З огляду на це, запропонована математична модель методу обчислення порядку кривої, що дозволяє використовувати рівняння еліптичної кривої E, що визначена на полі $GF(2^n)$, здійснити її канонічне підняття до еліптичної кривої E', яка визначена Q_{2^n} за допомогою j-ого інваріанта j_E. На відміну від метода [2] в запропонованому методі для здійснення підняття використовують лемму Гензеля, за допомогою якої знаходять розв'язок лише одного порівняння виду: $\Phi_2(j_E, x) \equiv 0 \bmod (2^k, f(x))$. Початковим коренем для ітерацій є значення j_E. Ітераційний процес здійснюється з 2-адичною точністю k, яка визначає кількість елементів частинної суми ряду $\sum_{i=0}^{+\infty} a_i 2^i$, де a_i приймають значення або нуль або один. Далі визначаємо послідовність за наступними правилами: $a_0 = 1 + 8\alpha, b_0 = 1, a_{i+1} = (a_i + b_i)/2, b_{i+1} = \sqrt{a_i b_i}$, де $\alpha \in Q_{2^n}$ та є коефіцієнтом рівняння еліптичної кривої E'. За допомогою даної послідовності обчислюється значення сліду відображення ендоморфізма Фробеніуса $trFr$. Обчислення порядку еліптичної кривої $\# E$ здійснено за формулою $\# E = 2^n + 1 - trFr$, де n - ступень розширення поля, на якому визначена крива.

Запропонована математична модель, що покладена в основу методу обчислення порядку кривої, дозволяє обчислювати порядки еліптичних кривих, що визначені на полях $GF(2^n)$, де n перебільшує 617. При цьому кількість операцій множення, що необхідно виконати для обчислення порядку еліптичної кривої запропонованим методом, дорівнює $n^2/2 + 6n$, а кількість операцій множення при застосуванні вдосконаленого метода Сато дорівнює $13n^2/2 + 10n$, де n - ступень розширення поля, на якому визначена крива. В результаті зменшується час, який необхідно витратити для обчислення порядку кривої при програмної реалізації методу, що, в свою чергу, дозволяє генерувати загальносистемні параметри на полях, ступень розширення яких перебільшує 617.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schoof R. Counting points on an elliptic curve over finite fields // Proc. Journees Arithmetiques. – 1995. – № 93. – P. 219-252.
2. Satoh T. Canonical lifting of elliptic curves and p – adic point counting. (theoretical background) // Department of Mathematics, Faculty of Science, Saitame University. – 2001. – P. 1–21.
3. Lersier R. Counting the number of points on an elliptic curve over finite fields: strategies and performense // Proc. Eurocrypt. – 1995. – P. 101–116.
4. Mestre J. Moyenne arifmetico – gemetrique p-adique // C.R. Acad. Sci. Paris Ser. I Math. – 1989. - № 13 – P 391-395.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ДВУХУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Пигнастый О.М.
НТУ «ХПИ», Харьков, Украина

Моделирование производственно-технических систем (ПТС) является эффективным методом их исследования [2,3]. Распространенный класс образуют ПТС, где детерминированный характер технологических процессов сочетается с их стохастической природой. Закономерности функционирования ПТС во многом подобны тем, которые имеются в термодинамических системах. Они столь глубоки и полезны, что провозглашены в качестве общих принципов: Ле Шателье-Самуэльсона, Карно-Хикса и др.[2]. На основании этих принципов технологический процесс ПТС с серийным или массовым выпуском продукции может быть представлен в виде стохастического процесса [1,3].

Предметно-технологическая модель ПТС. Состояние ПТС определим как состояние числа N базовых продуктов. Под базовы продуктом (БП) или предметом труда понимается элемент ПТС, на который при выполнении технологической операции переходит стоимость труда, материалов и орудий труда в ходе воздействия оборудования. Поведение БП определяется закономерностями технологического процесса. Состояние БП будем описывать наблюдаемыми на микроуровне микропараметрами: суммой затрат S_j (грн) и затрат в единицу времени μ_j (грн/час), перенесенными оборудованием на j-й БП. Состояние ПТС определено, если известны S_j, μ_j, а в любой момент времени найдено из уравнений состояния БП:

$$dS_j/dt = \mu_j, \quad d\mu_j/dt = f_j(t,S), \quad 0<j<N, \quad (1)$$

где $f_j(t,S)$ - производственная функция ПТС [2]. Если количество БП много больше единицы, то решить систему из 2N-уравнений практически невозможно, что требует перехода от микроописания ПТС к макроописанию с элементами вероятностной природы. Вместо рассмотрения состояния ПТС с микропараметрами S_j и μ_j, введем функцию распределения БП $\chi(t,S,\mu)$ в фазовом технологическом пространстве (ФТП)

$$\int_0^\infty dS \cdot \int_0^\infty d\mu \cdot \chi(t,S,\mu) = N. \quad (2)$$

Условие нормировки (2) представляет закон сохранения числа БП в производственном процессе.

Кинетическое уравнение ПТС. Разобьем ФТП (S,μ) на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta S \cdot \Delta\mu$ были достаточно малы и содержали внутри себя большое число БП. Состояние БП задается точкой в ФТП. Вместо того, чтобы фиксировать точные значения микропараметров БП, будем приближенно характеризовать состояние ПТС числом БП в каждой ячейке $\Delta S \cdot \Delta\mu$. Так как, величина $\chi \cdot dS \cdot d\mu$ представляет число БП в бесконечно малой ячейке $\Delta S \cdot \Delta\mu$, мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ со временем судить об изменении самой функции χ [4]:

$$\frac{\partial\chi}{\partial t} + \frac{\partial\chi}{\partial S}\cdot\mu + \frac{\partial\chi}{\partial\mu}\cdot f = J(t,S,\mu), \quad \frac{dS}{dt} = \mu, \quad \frac{d\mu}{dt} = f(t,S) \quad (3)$$

Генераторная функция $J(t,S,\mu)$ определяется характеристиками технологического процесса[4], стремится при $t \to \infty$ свести распределение БП в ФТП к равновесному. Производственная функция $f(t,S)$ есть аналог силы, перемещающий БП по технологической цепочки. При таком перемещении оборудование воздействует на БП, изменяя его качественно и количественно. Мы можем говорить о вероятности того, что после воздействия со стороны оборудования БП будет находиться в том или ином состоянии. Процесс воздействия оборудования на БП обозначим $\psi(\mu)$, где μ - скорость изменения затрат, которую принимает БП после воздействия. Функция $\psi(\mu)$ определяется паспортными данными оборудования. Свойства $\psi(\mu)$ могут быть получены из общих соображений, представляя вероятность перехода в любое состояние равную единице:

$$\int_0^\infty \psi(\mu)\cdot d\mu = 1. \quad (4)$$

Число БП, испытавших в единицу времени воздействие со стороны оборудования, есть произведение потока $\chi(t,S,\mu)\cdot\mu$ на вероятность для БП испытать воздействие в элементе $dS \cdot d\mu$. Вероятность испытания воздействия пропорциональна плотности расположения оборудования $\lambda(S)$ вдоль технологической цепочки. Число БП, испытавших в единицу времени воздействие со стороны оборудования и принявшие значения в пределах $(\tilde{\mu}; \tilde{\mu} + d\tilde{\mu})$ есть $\psi(\tilde{\mu})\cdot\lambda(S)\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\cdot d\tilde{\mu}\cdot dS\cdot d\mu$. В элемент $dS \cdot d\mu$ поступают БП с $dS \cdot d\tilde{\mu}$ путем обратного перехода: $\psi(\mu)\cdot\lambda(S)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu})\cdot d\tilde{\mu}\cdot dS\cdot d\mu$, а общее число БП в элементе $dS \cdot d\mu$ изменяется в единицу времени на величину $dS \cdot d\mu \cdot J$:

$$J = \lambda(S)\cdot\int_0^\infty \{\psi(\mu)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu}) - \psi(\tilde{\mu})\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\} d\tilde{\mu} \quad (5)$$

В большинстве практических случаях функция $\psi(\mu)$ не зависит от состояния БП до испытания воздействия со стороны технологического оборудования, откуда с учетом свойства (4):

$$\frac{\partial\chi}{\partial t} + \frac{\partial\chi}{\partial S}\cdot\mu + \frac{\partial\chi}{\partial\mu}\cdot f = \lambda(S)\cdot\{\psi(\mu)\cdot[\chi]_1 - \mu\cdot\chi\} \quad (6)$$

Потоковая модель ПТС. Нулевой $[\chi]_0$ и первый $[\chi]_1$ моменты функции распределения имеют производственную интерпретацию: заделы БП и их темп движения вдоль технологической цепочки. Умножив уравнение (6) на μ^k, $k = 0,1,2....$ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим незамкнутые уравнения балансов ПТС [2]:

$$\frac{\partial[\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S} = k\cdot f\cdot[\chi]_{k-1} + \int_0^\infty d\mu\cdot\mu^k\cdot J, \quad \int_0^\infty \mu^k\cdot\chi\, d\mu = [\chi]_k \quad (7)$$

Возможность получить замкнутую систему уравнений основана на свойствах функции $\psi(\mu)$ и наличии малого параметра $Kv \ll 1$ [1,2], характеризующих ПТС. В нулевом приближении по параметру $Kv \ll 1$ из уравнения балансов (7) может быть получена замкнутая многомоментная система уравнений ПТС

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0;\ \frac{\partial[\chi]_k}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S}=k\cdot f\cdot[\chi]_{k-1},\ k=1,2.. \quad (8)$$

Уравнения балансов ПТС (8) в одномоментном описании представляют собой уравнения системной динамики [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Пигнастый О.М. Статистическая теория производственных систем. Х.: ХНУ, 2007г. – 388 с.
2. Рушицкий Я.Я., Милованов Т. С. Модифікована модель Філіпса-Лоренца для економічної системи. / Доповіді НАНУ. 1997. №12, С.36-40
3. Форрестер Д. *Основы кибернетики предприятия.* М.: Прогресс, 1961. – 341 с.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИ РАСЧЕТЕ КОРРОДИРУЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

**Радуль А.А., Зеленцов Д.Г.*
ГВУЗ «Украинский государственный химико-технологический университет», Днепропетровск

Значительная часть строительных конструкций в период эксплуатации подвергается воздействию сильноагрессивных сред, вызывающих повреждение сооружений и даже выход их из строя. Особенно это относится к промышленным объектам, где жидкая и газообразная окружающая среда, контактирующая со строительными конструкциями, является загрязненной продуктами и отходами производства, что приводит к ускорению разрушения стальных конструкций.

Для большинства высокоагрессивных сред характерно то, что механические напряжения существенно влияют на скорость коррозионного процесса. В этом случае поведение конструкции в агрессивной среде моделируется путем численного решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (СДУ), описывающих процесс коррозии в ее элементах [1]. Это приводит, с одной стороны, к существенному усложнению алгоритма решения задачи долговечности, и особенно – оптимального проектирования, с другой – к тому, что погрешность получаемого решения с трудом поддается прогнозированию.

Использование искусственных нейронных сетей (ИНС) при решении задач строительной механики корродирующих конструкций позволяет в некоторых случаях решить данные проблемы.

Основной проблемой при численном решении задачи Коши для СДУ, описывающих коррозионный процесс, является правильный выбор шага интегрирования таким образом, чтобы при минимальных вычислительных затратах он обеспечивал заданную точность вычислений.

При решении задачи долговечности корродирующих конструкций значение шага интегрирования предлагается определять с помощью специально обученной ИНС. Массив учебных образцов для настройки сети генерируется с использованием аналитических формул и известных численных алгоритмов решения задачи Коши для СДУ. На модельных задачах авторами показано, что правильно обученная ИНС позволяет вычислять шаг интегрирования СДУ, удовлетворяющий сформулированным выше требованиям, на основе информации о параметрах агрессивной среды, начальных напряжениях, геометрических характеристик элементов и заданной погрешности вычислений.

Предлагается адаптация алгоритма метода скользящего допуска для решения задачи оптимизации корродирующих конструкций с использованием ИНС для определения шага интегрирования в зависимости от требуемой точности на различных этапах решения задачи.

Обосновывается возможность использования ИНС при решении задачи долговечности корродирующей плосконапряженной пластины с круговым вырезом. Для определения долговечности пластины в существующих работах используется конечно-элементная модель, позволяющая учесть изменение напряжений и толщины пластины по ее области и во времени [2]. Такой подход предполагает наличие соответствующего программного обеспечения и оставляет открытым вопрос о погрешности полученного решения. Показано, что для решения данной задачи может быть использована аналитическая формула, определяющая долговечность корродирующей пластины в случае, если напряжения постоянны по ее области. В этом случае принимается гипотеза о том, что существует единственное значение скорости коррозии v ($v > v_0$), при котором напряжение достигают предельного значения в любой точке пластины без выреза за то же время, что и в окрестности выреза исследуемой пластины. ИНС определяет коэффициент скорости коррозии $f = v / v_0$, как функцию начальной скорости коррозии, начальных напряжений, диаметра и толщины пластины.

При оптимизации сечения корродирующих балок установлено, что на размер сечения существенное влияние оказывает периметр сечения [3], причем его влияние возрастает по мере увеличения агрессивности среды. В [3] показана возможность сведения такой задачи к задаче оптимизации сечения без влияния агрессивной среды для обобщенной формулы, включающей периметр сечения с некоторым весовым коэффициентом, и последующее увеличение размеров на величину жертвенного слоя. Аппроксимация достаточно сложной зависимости весового коэффициента от параметров агрессивной среды с заданной точностью осуществляется с помощью ИНС. Полученные в этом случае решения точнее тех, что были получены с помощью аппроксимационных функций.

Таким образом, применение нейросетевых моделей в ряде задач расчета и оптимизации корродирующих конструкций позволяет лучше контролировать погрешности получаемых решений, сократить количество необходимых для решения итераций и упростить алгоритм расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зеленцов Д.Г. Расчёт конструкций с изменяющейся геометрией в агрессивных средах. Стержневые системы / Д.Г. Зеленцов. – Днепропетровск: УГХТУ, 2002. – 168 с.

2. Зеленцов Д.Г. Імітаційне моделювання процесу корозії в плосконапружених пластинах із круговим вирізом / Д.Г. Зеленцов, О.А. Радуль // Вісник Сумського державного університету. Технічні науки. – 2008. – № 4. – С. 126–131.
3. Зеленцов Д.Г. Уточнение модели с двумя последовательными одноконтурными связями при решении задачи весовой оптимизации корродирующих балок / Зеленцов Д.Г., Радуль А.А. // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 4 (63). – Дніпропетровськ, 2009. – С. 99-106.

РАСЧЁТ ПОЛЯ ПЛОСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ, РАССЕЯННОЙ ЖЕСТКИМ СФЕРИЧЕСКИМ СЕГМЕНТОМ С НАГРУЗКОЙ

**Резуненко В. А., *Бондарева Т. А., *Воробьёв Р. С.*
ХНУ им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина

В работе методом полуобращения матричного оператора построено решение задачи рассеяния плоской звуковой волны на мягкой сфере, экранированной жесткой сферой с круговым отверстием [1-3]. Мы рассматриваем задачу Неймана для уравнения Гельмгольца. Разместим начало сферической и декартовой систем координат в центр замкнутой полой сферы радиуса a_0 и полой сферы с круговым отверстием радиуса a_1. Пусть ось OZ является осью симметрии структуры. Пусть на отверстии внешней сферы полярный угол ϑ меняется на отрезке $(\vartheta_0, \pi]$. Для решения задачи пространство R^3 разбиваем на три области: $0 \le r < a_0$, $a_0 < r < a_1$, $r > a_1$. Отыскиваем полные поля во второй и в третьей областях, а в первой области $0 \le r < a_0$, по определению, поле отсутствует. Потенциал скоростей плоской звуковой волны представим следующим рядом Фурье:

$$U_0=\sum_{n=0}^{\infty}F_n j_n(kr)\,P_n(\cos\vartheta),\quad F_n=(-i)^n(2n+1),\quad r\in[0,\infty) \quad (1)$$

где $j_n(kr)$ - сферические функции Бесселя первого рода в обозначениях Дебая аргумента kr, k - волновое число, $P_n(\cos\vartheta)$ - полиномы Лежандра первого рода аргумента $\cos\vartheta$. Вторичные потенциалы представляем в виде ряда (1) с отыскиваемыми коэффициентами, в частности, в третьей области потенциал представим в следующем виде:

$$U_3=\sum_{n=0}^{\infty}C_nF_nh_n^{(1)}(kr)P_n(\cos\vartheta),\quad r>a_1.$$

Коэффициенты рядов Фурье для потенциалов вторичных полей, должны принадлежать пространству числовых последовательностей $\tilde{l}_2$, обеспечивающему единственность решения задачи. Из граничных условий получаем систему парных функциональных уравнений в виде рядов по полиномам Лежандра. Для решения системы применим метод полуобращения матричного оператора. На первом шаге используем для полиномов Лежандра интегральные представления Мелера – Дирихле и связь полиномов с их производными. Этим приходим к однородным интегральным уравнениям Вольтерра I рода. Каждое из этих интегральных уравнений имеют единственное решение, которое является тригонометрическим рядом из $L^2(0,\pi)$. Затем, с помощью введения параметра малости

$$\varepsilon_n=4i(ka_1)^3\frac{h_n^{(1)}(ka_0)[j_n(ka_1)]'-j_n(ka_0)[h_n^{(1)}(ka_1)]'}{2n+1}\frac{[h_n^{(1)}(ka_1)]'}{h_n^{(1)}(ka_0)} \quad (2)$$

выделим обращаемую часть парных тригонометрических рядов. После некоторых преобразований (в том числе интегральных преобразований) получаем систему линейных алгебраических уравнений второго рода:

$$D_n=\frac{1}{\pi}\left\{\sum_{m=0}^{\infty}D_m\varepsilon_m\beta_{n,m}(Q_0)+\right. \quad (3)$$
$$\left.+\sum_{m=0}^{\infty}4i(ka_1)^3\frac{F_n}{2n+1}\left(j_m(ka_1)-\frac{j_m(ka_0)h_m^{(1)}(ka_1)}{h_m^{(1)}(ka_0)}\right)\beta_{n,m}(Q_0)\right\}$$

где

$$\beta_{n,m}=\frac{1}{2}\int_0^{\vartheta_0}\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)y\,\sin\left(m+\frac{1}{2}\right)y\,dy,\quad n,m=0,1,2,\ldots$$

Матричный оператор системы (3) является вполне непрерывным в $\tilde{l}_2$, что следует из оценки для параметра малости $\varepsilon_n = O(n^{-2})$, $n\to\infty$ и равномерной ограниченности β_{nm} $(n,m=0,1,2,\ldots)$. Система (3) эффективно разрешима аналитически и численно.

В качестве тестовых вариантов решены задачи для предельных параметров постановки задачи и для них выполнено сравнение с известными результатами. В работе, в частности, выполняется расчёт распределения акустического потенциала в различных областях R^3, в том числе внутри сферической области, образованной замкнутой сферой и сферой с круговым отверстием.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скучик Е. Основы акустики. –М.: Мир. –1976. –Т.2. -542 с.
2. Thomas D. P. Diffraction by a spherical cap. – Proc. Cambridge Philos. Soc. – 1963. – 59. – С. 197-209.
3. Резуненко В. А. Рассеяние плоской волны сферой с круговым отверстием. // Электромагнитные волны и электронные системы. - 2005. - Т. 10. – В. 8. - С. 3-15.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ДИПОЛЕЙ В ПРИСУТСТВИИ СФЕРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

**Резунеко В. А., *Москалец Е. В. , *Комышан И. В.*
ХНУ им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина

В работе методом регуляризации парных сумматорных функциональных уравнений построено решение задачи расчёта электростатического потенциала сферического сегмента, размещенного внутри секционированной замкнутой сферы в присутствии горизонтальных диполей [1-3]. Пусть центр сферического сегмента и центр экранирующей сегмент секционированной сферы помещены в начало декартовой и сферической систем координат. Полагаем a_0 – радиус сферического сегмента, θ_0 - полярный угол, измеряющий сегмент (на сегменте $0<\theta\le\theta_0$). Пусть a_1 – радиус секционированной сферы ($a_1>a_0$), V_0 – заданный потенциал сферического сегмента. Сферический сег-