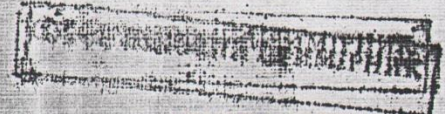


4.05.



ISSN 1025-6415

Д

ОПОВІДІ

**НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ**

МАТЕМАТИКА
ПРИРОДОЗНАВСТВО
ТЕХНІЧНІ НАУКИ

ГОЛОВНИЙ
РЕДАКТОР ЖУРНАЛУ
академік НАН УКРАЇНИ
П.Г. КОСТЮК

3

2006

Засновник — Президія Національної академії наук України

Свідоцтво про державну реєстрацію журналу —
серія КВ № 8889, видане 21 червня 2004 р.

Адреса редакції:

Україна, 01601, Київ, 1, вул. Терещківська, 3

Тел. (044) 235-12-16

«ДОПОВІДІ НАН УКРАЇНИ» публікують короткі повідомлення про оригінальні і ніде не надруковані дослідження в галузі математики, природознавства і техніки, авторами яких є дійсні члени та члени-кореспонденти НАН України. Журнал публікує також повідомлення інших авторів, подані дійсними членами та членами-кореспондентами НАН України з відповідної спеціальності, які тим самим беруть на себе відповідальність за наукові достоїнства поданої статті.

Призначення «ДОПОВІДЕЙ НАН УКРАЇНИ» полягає перш за все в публікації повідомлень про нові наукові дослідження, що мають пріоритетний характер.

«ДОПОВІДІ НАН УКРАЇНИ» не публікують статті полемічні, класифікаційні і вузькоспеціальні, що містять розв'язки стандартних задач; статті описові, оглядові та методичні (якщо метод не є принципово новим); статті з систематики рослин, тварин і мікроорганізмів; статті, в яких викладаються окремі етапи досліджень або матеріал, поділений на кілька послідовних публікацій; статті про рядові дослідження, що не становлять загального інтересу і не містять значущих висновків.

Публікація в «ДОПОВІДЯХ НАН УКРАЇНИ» не перешкоджає опублікуванню розширеного варіанта статті в інших періодичних виданнях.



Д О П О В І Д І
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

3 • 2006

Науково-теоретичний журнал Президії Національної академії наук України

Заснований у 1939 р.

Виходить щомісяця

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ ЖУРНАЛУ

П. Г. Костюк (головний редактор), С. А. Андронаті, В. Г. Бар'яхтар, А. Ф. Булат,
Г. М. Гавричкова (заст. головного редактора), В. В. Гончарук, Я. М. Григоренко,
В. Т. Грінченко, Д. М. Гродзінський, О. М. Гузь, В. М. Єремєєв, В. П. Кухар,
І. М. Коваленко, С. В. Комісаренко, В. С. Королук, Ю. О. Митропольський,
О. О. Мойбенко, А. Г. Наумовець (заст. головного редактора), І. М. Неклюдов,
Г. Г. Полікарпов, В. Д. Походенко, І. К. Походня, А. М. Самойленко,
В. П. Семиноженко, І. В. Сергієнко, О. О. Созинов, В. І. Старостенко,
В. С. Стогній, В. М. Шестопапов, А. П. Шпак, М. П. Щербак, Я. С. Яцків

© Президія Національної академії наук України, 2006

Державна
наукова бібліотека
ім. В. Г. Короленка

м. Тернопіль

К

Зміст

Математика

<i>Гончарова О. А.</i> Стандартные линейчатые поверхности в E^n	7
<i>Кміть І. Я.</i> Нелінійні задачі для гіперболічних систем першого порядку із сингулярними вихідними даними	12
<i>Пелюх Г. П., Богай Н. А.</i> Про неперервні розв'язки систем лінійних різницьових рівнянь з неперервним аргументом	17
<i>Сейфуллин Т. Р.</i> Идемпотентные косизигии системы полиномов	22
<i>Стоян Ю. Г., Чугай А. М.</i> Размещение цилиндров и параллелепипедов в призме с учетом заданных кратчайших расстояний	29
<i>Юрачківський А. П.</i> Простір гіпермір	35

Механіка

<i>Божко А. Е., Гусятин Е. М.</i> Метод формирования широкополосной вибрации на основе суммы коррелированных случайных процессов	41
<i>Гаврилов Г. В.</i> Определение вязкоупругих характеристик композита на основе рациональной аппроксимации	47
<i>Каминский А. А., Быковцев А. С., Кипнис Л. А., Хазин Г. А.</i> Об интенсивности напряжений в концах сдвиговых трещин, исходящих из угловой точки границы раздела сред	51
<i>Крупка А. Н.</i> Зависимость краевых эффектов от геометрических характеристик в трехслойной пластине	54
<i>Ложкин В. Н., Кодак Н. И.</i> Предельное состояние весомой изотропной полуплоскости с эллиптическим отверстием	57

Фізика

<i>Демуцкий В. П., Пигнастый О. М.</i> Вопросы устойчивости макроскопических параметров технологических процессов массового производства	63
<i>Сорокин В. А., Спольник А. И., Карачевцев В. А.</i> Взаимодействие одностенных углеродных нанотрубок с полинуклеотидами	68

Інформатика

<i>Стоян Ю. Г., Пацук В. Н.</i> Покрытие многоугольной области минимальным количеством одинаковых кругов заданного радиуса	74
--	----

Енергетика

<i>Бекиров Э. А., Резцов В. Ф.</i> Возмущения и устойчивость распределения тока и напряжения в параллельно-последовательно связанных фотопреобразователях	78
<i>Божко А. Е.</i> Аргументация новой концепции о переходных процессах в электроцепях с позиций волновой механики	83

Матеріалознавство

<i>Лавренко В. А., Лось В. В., Олейник Г. С., Бошицкая Н. В.</i> Экспериментальное моделирование взаимодействия с электролитом полости рта гидроксиапатита кости на контакте с титановым имплантатом при старении протеза	89
---	----



УДК 658.51.012

© 2006

В. П. Демуцкий, О. М. Пигнастый

Вопросы устойчивости макроскопических параметров технологических процессов массового производства

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины Н. Ф. Шульгой)

The equations for a disturbed state of the closed system of the equations of state for the macroscopic parameters of a production system are derived. The stability conditions of functioning the production system are written. The interconnection between the surplus and the rate of motion of the basic products along a technological chain, which guarantees the stable functioning of the production, is shown.

В последнее время все чаще в физических журналах появляются научные статьи, посвященные построению экономических моделей с применением законов естественных наук [1, 2]. Данное направление получило название "физическая экономика". Одним из основных вопросов при построении экономических моделей является вопрос устойчивости моделируемого процесса. Настоящая работа посвящена исследованию устойчивости функционирования процессов массового производства в стохастической модели производственных систем [3]. Хорошо известно, что влияние малых возмущающих факторов на поведение производственно-сбытовой системы будет не одинаковым для различных процессов. На одни технологические процессы это влияние незначительно, так как возмущенное состояние мало отличается от невозмущенного. Напротив, на других технологических процессах влияние возмущений сказывается весьма значительно, как бы ни были малы возмущающие воздействия. Так как возмущающие факторы всегда существуют неизбежно, то становится понятным, что задача устойчивости производственного процесса приобретает очень важное теоретическое и практическое значение.

Исследование устойчивости производственного процесса будем рассматривать через макропараметры производственной системы с массовым выпуском продукции. Макропараметрами системы являются заделы базовых продуктов $[\chi]_0$ между технологическими операциями вдоль технологической цепочки производственного процесса и темп перемещения базовых продуктов $[\chi]_1$ от одной технологической операции к другой. Под базовым продуктом (или предметом труда) будем понимать элемент производственной системы, на который происходит перенос стоимости живого труда, сырья; материалов и орудий труда в ходе его

движения по операционной цепочке технологических карт. В ходе такого движения происходит превращение исходного сырья и материалов в готовый продукт путем целенаправленного воздействия общественно-полезного труда. Поведение базового продукта подчиняется определенным законам в соответствии с установленным на предприятии технологическим процессом, производственным планом, наличием трудовых ресурсов и оборудования. Состояние j -базового продукта будем описывать микроскопическими величинами (S_j, μ_j) , где S_j (грн) и $\mu_j = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta S_j / \Delta t)$ (грн/ч) — соответственно сумма общих затрат и затрат в единицу времени, перенесенных производственной системой на j -й базовый продукт. Макропараметры для описания функционирования производственной системы представляют собой нулевой $[x]_0$ и первый $[x]_1$ моменты функции распределения $\chi(t, S, \mu)$ базовых продуктов по скоростям изменения затрат μ в фазовом пространстве (S, μ) , удовлетворяющей кинетическому уравнению [3]:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} f(S) = J(t, S, \mu). \quad (1)$$

Инженерно-производственная функция $f_j(S)$ характеризует установленный на предприятии технологический процесс изготовления продукции в соответствии с производственным планом, наличием трудовых ресурсов и оборудования, а генераторная функция $J(t, S, \mu)$ определяется плотностью оборудования вдоль технологической цепочки и его техническими характеристиками [3]. Генераторная функция $J(t, S, \mu)$ при $t \rightarrow \infty$ стремится свести начальное распределение базовых продуктов по скоростям изменения затрат к состоянию с равновесной функцией распределения в соответствии с технологическим процессом. Инженерно-производственная функция $f(S)$ определяется из документооборота предприятия: таблиц норм расходов сырья (материалов), нормативных цен на сырье (материалы), сменных норм и расценок за выполнение работником технологических операций. Под возмущающими факторами будем понимать воздействия, не учитываемые при описании производственного процесса вследствие их малости по сравнению с основными факторами, влияющими на производство и выпуск продукции. Они могут действовать как мгновенно, что сведется к малому изменению начального состояния производственной системы, так и непрерывно, что будет означать: составленные уравнения производственного процесса отличаются от истинных на некоторые малые поправочные члены, не учтенные в уравнениях производственного процесса. Замкнутая система уравнений для макропараметров производственной системы в нулевом приближении по малому параметру $Kv = (l/\xi) \ll 1$, представляющего собой отношение длины l свободного перемещения базовых продуктов между единицами оборудования вдоль технологической цепочки к характерному размеру технологической цепочки ξ , имеет вид [1]:

$$\frac{\partial [x]_0}{\partial t} + \frac{\partial [x]_1}{\partial S} = 0, \quad \frac{\partial [x]_1}{\partial t} + \frac{\partial [x]_2}{\partial S} = f(t, S)[x]_0, \quad [x]_2 = [x]_1 \left(\frac{[x]_{1\psi}}{[x]_0} \right), \quad (2)$$

где $[x]_2$ представляет собой второй момент функции распределения $\chi(t, S, \mu)$ базовых продуктов по скоростям изменения затрат μ , а макровеличина $[x]_{1\psi}$ задается паспортными данными оборудования [3].

Пусть системе уравнений (2) соответствует невозмущенное решение

$$[x]_0^* = [x]_0^*(t, S); \quad [x]_1^* = [x]_1^*(t, S). \quad (3)$$

Невозмущенное решение (3) соответствует плановым показателям производственного процесса. Производственный план выражает баланс между темпом движения базовых продуктов вдоль технологической цепочки и требуемым месячным выпуском продукции. Пусть наблюдаемые производственной или диспетчерской службой макропараметры: технологические заделы $[x]_0$ и темп движения базовых продуктов вдоль технологической цепочки $[x]_1$, получают случайные малые возмущения $[y]_0, [y]_1$:

$$[y]_0 = [x]_0 - [x]_0^*; \quad [y]_1 = [x]_1 - [x]_1^*. \quad (4)$$

Линеаризуем систему уравнений макропараметров производственной системы (2) относительно малых возмущений (4) в окрестности невозмущенного состояния (3):

$$\begin{aligned} \frac{\partial [y]_0}{\partial t} + \frac{\partial [y]_1}{\partial S} &= 0, \\ \frac{\partial [y]_1}{\partial t} + \frac{\partial [y]_1}{\partial S} B_1 + [y]_1 A_1 + \frac{\partial [y]_0}{\partial S} B_0 + [y]_0 A_0 &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где введены коэффициенты

$$\begin{aligned} A_0 &= -\frac{\partial B_0}{\partial S} - \left. \frac{\partial(f(t, S)[x]_0)}{\partial [x]_0} \right|_{[x]_0=[x]_0^*, [x]_1=[x]_1^*}, & B_0 &= -\frac{[x]_1^*[x]_1^*\psi}{([x]_0^*)^2}, \\ A_1 &= \frac{\partial B_1}{\partial S} - \left. \frac{\partial(f(t, S)[x]_0)}{\partial [x]_1} \right|_{[x]_0=[x]_0^*, [x]_1=[x]_1^*}, & B_1 &= \frac{[x]_1\psi}{[x]_0^*}. \end{aligned} \quad (6)$$

Период существования возмущения $T_{\text{возм}}$ производственных макроэкономических показателей на практике составляет от нескольких дней до нескольких недель, в то время как период изменения коэффициентов (6), определяемый стратегическим управлением предприятия, составляет от нескольких месяцев до нескольких лет. Это дает возможность предполагать, что введенные коэффициенты (6), фиксируемые диспетчерской службой предприятия, на протяжении периода $T_{\text{возм}}$ существования возмущения не зависят явно от времени, а их изменения во времени $\Delta B_1, \Delta B_0, \Delta A_1, \Delta A_0$ много меньше значений самих коэффициентов B_1, B_0, A_1, A_0 :

$$\frac{B_1}{T_{\text{возм}}} \gg \frac{\partial B_1}{\partial t}, \quad \frac{B_0}{T_{\text{возм}}} \gg \frac{\partial B_0}{\partial t}, \quad \frac{A_1}{T_{\text{возм}}} \gg \frac{\partial A_1}{\partial t}, \quad \frac{A_0}{T_{\text{возм}}} \gg \frac{\partial A_0}{\partial t}. \quad (7)$$

Таким образом, будем считать, что коэффициенты в уравнениях в частных производных (5) зависят только от S . Разложим малые возмущения $[y]_0, [y]_1$ макропараметров $[x]_0$ и $[x]_1$ в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} [y]_0 &= \{y_0\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \{y_0\}_j \sin[k_j S] + \sum_{j=1}^{\infty} [y_0]_j \cos[k_j S]; & k_j &= \frac{2\pi j}{S_d}; \\ [y]_1 &= \{y_1\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \{y_1\}_j \sin[k_j S] + \sum_{j=1}^{\infty} [y_1]_j \cos[k_j S], \end{aligned} \quad (8)$$

где $\{y_0\}_0, \{y_0\}_j, [y_0]_j, \{y_1\}_0, \{y_1\}_j, [y_1]_j$ — коэффициенты разложения малых возмущений макропараметров производственной системы $[y]_0, [y]_1$ вдоль технологической цепочки производственного процесса. Подставляя в систему уравнений (5) вместо $[y]_0, [y]_1$ их разложение

в ряд Фурье (8), получим системы уравнений для коэффициентов разложения малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ макропараметров $[x]_0$ и $[x]_1$:

$$\frac{d\{y_0\}_0}{dt} = 0, \quad \frac{d\{y_1\}_0}{dt} + A_1\{y_1\}_0 + A_0\{y_0\}_0 = 0 \quad (9)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{d\{y_0\}_j}{dt} - [y_1]_j k_j &= 0, & \frac{d[y_0]_j}{dt} + \{y_1\}_j k_j &= 0, \\ \frac{d\{y_1\}_j}{dt} - B_1[y_1]_j k_j + A_1\{y_1\}_j - B_0[y_0]_j k_j + A_0\{y_0\}_j &= 0, \\ \frac{d[y_1]_j}{dt} + B_1\{y_1\}_j k_j + A_1[y_1]_j + B_0\{y_0\}_j k_j + A_0[y_0]_j &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

с соответствующими характеристическими уравнениями для $j = 0$ и для $j > 0$:

$$\begin{vmatrix} (\vartheta_0) & 0 \\ (A_0) & (A_1 + \vartheta_0) \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} (\vartheta_j) & 0 & 0 & (-k_j) \\ 0 & (\vartheta_j) & (k_j) & 0 \\ (A_0) & (-B_0 k_j) & (\vartheta_j + A_1) & (-B_1 k_j) \\ (B_0 k_j) & (A_0) & (B_1 k_j) & (\vartheta_j + A_1) \end{vmatrix} = 0. \quad (11)$$

Характеристические уравнения (11) дают связь между собственным числом ϑ_j и волновым числом k_j :

$$\vartheta_0(B_1 + \vartheta_0) = 0, \quad \vartheta_j^2 + \vartheta_j(A_1 \pm iB_1 k_j) + (k_j^2 B_0 \mp ik_j A_0) = 0. \quad (12)$$

Если корни ϑ_j уравнений (13) имеют отрицательную реальную часть, то производственный процесс устойчив. Случай положительной реальной части ϑ_j свидетельствует об экспоненциальном нарастании амплитуды возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ со временем, т. е. о неустойчивости.

Система уравнений состояния производственной системы (9) имеет характеристическое уравнение (12) с одним нулевым корнем $\vartheta_{01} \equiv 0$. Такие системы в теории устойчивости относятся к критическим случаям исследования устойчивости и требуют дополнительного внимания. Система уравнений (9) относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ имеет решение:

$$\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0} = \text{const}, \quad \{y_1\}_0 = \exp(-A_1 t) + \{\tilde{y}_1\}_0. \quad (13)$$

Постоянная интегрирования $\{\tilde{y}_1\}_0 = \text{const}$ определяется из равенства

$$A_1\{\tilde{y}_1\}_0 + A_0 c_{\{y_0\}_0} = 0. \quad (14)$$

Тривиальное решение $\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0} = 0$, $\{y_1\}_0 = 0$ содержится в семействе решений рассмотренной системы уравнений и соответствует нулевому значению постоянной $c_{\{y_0\}_0} = 0$. В этом случае система уравнений состояния производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ допускает интеграл — семейство инвариантных поверхностей, на каждой из которых имеется особая точка $\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0}$, $\{y_1\}_0 = \exp(-A_1 t) + \{\tilde{y}_1\}_0$ [4]. Тривиальному решению соответствует исследуемое невозмущенное установившееся состояние

рассматриваемой производственной системы (3). Точно так же решению (13) соответствуют другие установившиеся состояния рассматриваемой производственной системы.

Таким образом, в особом случае одного нулевого корня исследуемое невозмущенное состояние принадлежит к семейству установившихся состояний, которое определяется системой уравнений (10). В особом случае невозмущенное состояние всегда устойчиво. Устойчивость при этом не будет асимптотической. Однако всякое возмущенное состояние, достаточно близкое к невозмущенному, не стремясь при $t \rightarrow \infty$ к невозмущенному состоянию, стремится все же к одному из установившихся состояний вышеуказанного семейства. Другими словами, для всякого решения уравнений возмущенного состояния, для которого начальные значения $\{y_0\}_0|_{t=0} = c_{\{y_0\}_0}$, $\{y_1\}_0|_{t=0} = \{\tilde{y}_1\}_0$ достаточно малы, справедливы равенства

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (\exp(-A_1 t)) = 0. \quad (15)$$

Следовательно, условия устойчивости макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ технологического процесса производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ можно записать в виде отрицательности реальной части корней характеристического уравнения (12). Полученные условия устойчивости макропараметров функционирования производства через коэффициенты системы уравнений (5) дают соотношения между величиной операционных заделов и темпом движения заготовок от операции к операции вдоль технологического процесса. Условиями устойчивости макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ функционирования производственного процесса определяются условия синхронизации поставок сырья, материалов, комплектующих смежными организациями и структурными участками предприятия. При этом мы предполагали, что система уравнений (5), описывающая состояние производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$, аналитична в рассматриваемой области и исследуемое невозмущенное состояние (3) лежит в указанной области.

Авторы выражают признательность директору Института теоретической физики им. А. И. Ахиезера ННЦ "ФТИ", члену-корреспонденту НАН Украины Н. Ф. Шульге за ценные замечания при обсуждении результатов работы.

1. Чернавский Д. С., Старков Н. И., Щербаков А. В. О проблемах физической экономики // Усп. физ. наук. – 2002. – 172, № 12. – С. 1045–1066.
2. Рушицкий Я. Я., Мілованов Т. С. Модифікована модель Філіпса-Лоренца для економічної системи (корпорації фірм) із стабільним капіталом // Доп. НАН України. – 1997. – № 12. – С. 36–40.
3. Демуцкий В. П., Пигнастая В. С., Пигнастый О. М. Теория предприятия: устойчивость функционирования массового производства и продвижения продукции на рынок. – Харьков: Изд. Харьк. нац. ун-та, 2003. – 272 с.
4. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. – Москва: Гостехиздат, 1950. – 395 с.

Харьковский национальный университет
им. В. Н. Каразина
НПФ "Технология", Харьков

Поступило в редакцию 30.08.2005