

Пигнастый О.М.

Национальный технический университет “Харьковский политехнический институт”, Харьков, Украина

PDE-модели производственных систем

В докладе обсуждается введенный автором (2003 г.) [1] класс моделей производственных систем с поточным способом организации производства, широко используемый в настоящее время для построения эффективных систем управления производственными линиями [2, 3]. Модели класса, определяющие поведение параметров производственной системы с помощью уравнений в частных производных, получили название PDE-моделей производственных систем [2–4], успешно использованы в последнее десятилетие для описания квазистатических, так и некоторых неустановившихся переходных процессов [5].

Введение. Наличие однообразных задач планирования и управления производством привело исследователей к идее создания единой теории производственных систем. Graves S.C. (1986) [6], Karmarkar U.S. (1989) [7] предложили использовать в качестве основных параметров состояния таких систем объем незавершенного производства (WIP: work in process), пропускную способность (capacity, throughput) и длительность производственного цикла (lead time). Корректно определенное Karmarkar U.S. (1989) [7] уравнение состояния производственной системы, получившее название clearing-функции, задавало для устойчивых стационарных производственных процессов мгновенную связь между пропускной способностью, производственным циклом и объемом незавершенного производства. Для вывода уравнения состояния исследователями использовались основные три типа моделей и их комбинации: модели массового обслуживания (TQ-model) [8], дискретно-событийные модели (DES-model) [9], модели жидкости (fluid-model) [10]. Каждый тип моделей имеет преимущества, но ни один из них не подходил в полной мере для моделирования как установившихся, так и переходных процессов функционирования производственной системы [2–4, 11]. Как правило, TQ-модели описывают поточные линии в стационарном режиме [8]. Применение их для переходных нестационарных режимов приводит к чрезмерному усложнению задачи. DES-модели хорошо подходят для описания поточных линий, функционирующих в переходном и стационарном режиме, но требуют больших затрат машинного времени и не пригодны для неустойчивых режимов [5]. Дискретные и непрерывные fluid-модели ориентированы на малое количество интервалов разбиения технологического маршрута и линейные стационарные решения. Повышение точности приводит к увеличению количества интервалов обобщения и к увеличению размерности системы дифференциальных уравнений, что значительно усложняет вычисления. Так как производственные процессы большую часть жизненного цикла изделия протекают в переходном неустановившемся режиме [5], то перед исследователями стали задачи построения моделей, не требующих значительных вычислительных ресурсов и способных описать поведение системы в неустойчивых переходных режимах.

Основные результаты. С целью решения указанных проблем в последнее десятилетие для проектирования поточных линий разработаны PDE-модели [1–4], описывающие поведение производственной системы с помощью уравнений в частных производных. Класс PDE-моделей объединил преимущества TQ-моделей [8], DES-моделей [9], и fluid-моделей [10], значительно расширил возможности для проектирования систем управления производственными линиями. PDE-модели [1–4] в общем случае являются непрерывными, успешно используются в настоящее время для описания переходных режимов при незначительных затратах машинного времени [1, 4, 12]. Балансовые многомоментные уравнения PDE-модели впервые записали и исследовали Пигнастый О.М., Демущий В.П. [1, 12] (2003) и Armbruster D., Ringhofer C., Berg V., Lefebvre E. (2004) [4, 5]. Уравнения задавали распределение предметов труда вдоль технологического маршрута, являлись незамкнутыми. Для замыкания системы балансовых уравнений Armbruster D., Ringhofer C., Berg V., Lefebvre E. предложили использовать уравнение состояния

Исследование выполнено в рамках гранта №14-07 Фонда Фундаментальных Исследований Харьковского Национального Университета им.В.Н.Каразина, 2007г.

[4, 5], представленное известными видами clearing-функций [7]. Так как использование DES-моделей [9] для вывода уравнений состояния требовало больших затрат машинного времени, то основным инструментом решения задач являлось применение TQ- [8] и fluid-моделей [10], что привело к построению квазистатических PDE-моделей. Возможность построения квазистатических PDE-моделей расширило границы исследования производственных систем, но все же не позволила в полной мере осуществить их описание для переходных режимов.

Принципиально иной подход использован автором [1], применившим математический аппарат статистической теории динамических систем [13]. Детально исследованные законы сохранения, характеризующие стохастический процесс переноса технологических ресурсов на предмет труда, были положены в основу вывода уравнения траектории движения предмета труда в фазовом пространстве состояний [13]. Уравнение послужило фундаментом при построении нестационарного кинетического уравнения для описания эволюции функции распределения предмета труда по состояниям. Применение метода моментов позволило получить из кинетического уравнения систему незамкнутых многомоментных балансовых уравнений. Для замыкания многомоментной системы уравнений использовано нестационарное уравнение траектории движения предмета труда в фазовом пространстве состояний и уравнения, представляющие собой законы сохранения, характеризующие стохастический процесс переноса технологических ресурсов на предмет труда. Балансовые уравнения содержат дополнительные слагаемые [14], учитывающие переходные процессы. В предельном переходе к условиям квазистатичности, уравнения приобретают вид уравнений квазистатических PDE-моделей [3,4].

Заключение. В докладе представлены новые результаты, основанные на предметно-технологическом и потоковом описании производственных систем, функционирующих в переходных режимах. Актуальность исследования PDE-моделей подтверждена многочисленными грантами известных мировых корпораций Intel, Philips, Volkswagen [5].

Литература. 1. Демуцкий В.П. Теория предприятия: Устойчивость функционирования массового производства и продвижения продукции на рынок. / Демуцкий В. П., Пигнастая В. С., Пигнастый О. М. – Х.: ХНУ, 2003. – С. 272. 2. He F. L. Modeling and analysis of material flows in re-entrant Supply Chain Networks Using modified partial differential equations / He F. L., M. Dong, X. F. Shao - Journal of Applied Mathematics, 2011. P. 14 3. Berg R. A. Modelling and Control of a Manufacturing Flow Line using Partial Differential Equations. IEEE Transactions on Control Systems Technology. / Berg R. A., Lefeber E., Rooda J. E. – Boston, 2008. – P. 130 – 136. 4. Lefeber E. Modeling, Validation and Control of Manufacturing Systems. / E.Lefeber, R. A.Berg, J. E. Rooda — (Proceeding of the 2004 American Control Conference). Massachusetts, 2004. – P. 4583 – 4588. 5. Armbruster D. Continuous models for production flows. In Proceedings of the 2004 American Control Conference. / Armbruster D., Ringhofer C., Jo T- J. – Boston, MA, USA, 2004. – P. 4589 – 4594. 6. Graves S. C. A tactical planning model for a job shop. Operations Research 34 (4). / S. C. Graves– New York, 1986. – P. 522 – 533. 7. Karmarkar U.S. Capacity Loading and Release Planning with Work-in-Progress (WIP) and Leadtimes. / U. S. Karmarkar. – Journal of Manufacturing and Operations Management 2, 1989. – P. 105 – 123. 8. Gross D. Fundamentals of Queueing Theory. / D. Gross, C. M. Harris. – New York, 1974. – P. 490. 9. Ramadge P. J. The control of discrete event systems. Proceedings of IEEE. / P. J. Ramadge, W. M. Wonham. 1989. –v. 77(1). – P. 81 – 98. 10. Perturbation analysis for on-line control and optimization of stochastic fluid models/ C.Cassandras, Y.Wardi, B.Melamed, G.Sun, C.Panayiotou IEEE Trans. Autom. Control.– Netherlands, 2002. vol. 47, no. 8. – P. 1234 – 1248. 11. Berg R. Partial differential equations in modelling and control of manufacturing systems / R. Berg. – Netherlands, Eindhoven Univ. Technol., 2004. – P. 157.. 12. Пигнастый О.М. Статистическая теория производственных систем. – Х.: Изд. ХНУ им.Каразина, 2007. – 388 с.. 13. Красовский А. А. Фазовое пространство и статистическая теория динамических систем. / А. А. Красовский. – М.: Наука, 1974. – С. 232.. 14. Азаренков Н.А., Пигнастый О.М., Ходусов В.Д. К вопросу подобия технологических процессов производственно - технических систем - Доповіді Національної академії наук України, 2011. -N02- С.29-35, <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/37227/>.