

*Запропоновано математичну модель і метод розв'язання динамічної задачі багатокритеріальної оптимізації змісту проекту при нечітких вихідних даних, за наявності обмежень і заданих альтернативних варіантів виконання робіт, представлених у вигляді мережевих моделей. Зміст проекту оптимізується за критеріями прибуток, час, вартість, якість і ризику*

*Ключові слова: проект, зміст, багатокритеріальна оптимізація, динамічна задача, нечіткі вихідні дані*

*Предложены математическая модель и метод решения динамической задачи многокритериальной оптимизации содержания проекта при нечетких исходных данных, при наличии ограничений и заданных альтернативных вариантов выполнения работ, представленных в виде сетевых моделей. Содержание проекта оптимизируется по критериям прибыль, время, стоимость, качество и риски*

*Ключевые слова: проект, содержание, многокритериальная оптимизация, динамическая задача, нечеткие исходные данные*

# МОДЕЛЬ И МЕТОД МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СОДЕРЖАНИЯ ПРОЕКТА ПРИ НЕЧЕТКИХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

**И. В. Кононенко**

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой\*

Контактный тел.: 050-514-20-16

E-mail: igorvkononenko@gmail.com

**М. Э. Колесник**

Аспирант\*

Контактный тел.: 066-903-88-19

E-mail: Rozaeduard@gmail.com

\*Кафедра стратегического управления  
Национальный технический университет  
«Харьковский политехнический институт»  
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

## 1. Введение

Современные тенденции развития мировой экономики проявляются в том, что все чаще осуществляются масштабные проекты, на реализацию которых затрачивают огромные ресурсы. Последствия таких проектов, их влияние на жизнь общества, а также риски, с которыми они связаны, свидетельствуют о необходимости тщательного выполнения стадии планирования.

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Перед реализацией проекта целесообразно осуществить оптимизацию его содержания по ряду критериев. В работе [1] рассматривается задача оптимизации содержания проекта по критериям прибыль, время, стоимость, качество, риски и предложена математическая модель для ее решения. В работе [2] предложены модель и метод оптимизации содержания проекта по критерию прибыль при наличии ограничений. Математическое обеспечение оптимизации содержания проекта по критериям прибыль, время, стоимость, качество, риски представлено в работах [3,4].

В указанных работах рассмотрены модели и методы оптимизации содержания проекта при условии, что исходные данные задачи представлены в виде действительных чисел. Однако на практике очень часто

приходится иметь дело со значительной неопределенностью исходных данных. Так неопределенным является представление о будущем спросе на продукцию, о ценах на нее, об остаточной стоимости выбывающих основных фондов, о качестве продукта проекта, который будет получен в результате, о последствиях возможных рисков событий, об объеме денежных средств, которые могут быть выделены на осуществление проекта на конкретном этапе. Данный вид неопределенности исходных данных удобно описывать с помощью нечетких чисел, которые являются частным случаем нечетких величин.

Нечеткой величиной называют [5] произвольное нечеткое множество, которое задано на множестве действительных чисел. Нечеткое число - это нечеткая величина, которая имеет выпуклую и унимодальную функцию принадлежности.

Для применения на практике удобны нечеткие числа (L-R) типа [5,6]. Функции L и R типа определяют как произвольные невозрастающие на множестве неотрицательных действительных чисел функции.

Нечетким числом (L-R) типа называют нечеткую величину  $C = \{x, \mu_c(x)\}$ , у которой функция принадлежности  $\mu_c(x)$  имеет вид:

$$\mu_c(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right), x \leq a; \\ R\left(\frac{x-a}{\beta}\right), x > a, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\alpha > 0, \beta > 0$ .

Параметр  $a$  называют модой или модальным значением нечеткого числа, а параметры  $\alpha$  и  $\beta$  называют, соответственно, левым и правым коэффициентами нечеткости.

Целью работы является разработка математической модели и метода оптимизации содержания проекта по критериям прибыль, время, стоимость, качество, риски при нечетких исходных данных.

Перейдем к рассмотрению математической модели оптимизации содержания проекта в нечеткой постановке.

Предположим, что  $C_t^{(l)}$  – стоимость продукции  $l$ -го вида в  $t$ -м году представлена нечетким числом (L–R) типа

$$C_t^{(l)} = \langle c_t^{(l)}, \alpha_{c_t^{(l)}}, \beta_{c_t^{(l)}} \rangle. \tag{2}$$

Объем продаж продукции  $l$ -го вида в  $t$ -м году  $D_t^{(l)}$  представлен нечетким числом (L–R) типа

$$D_t^{(l)} = \langle d_t^{(l)}, \alpha_{d_t^{(l)}}, \beta_{d_t^{(l)}} \rangle.$$

Прогнозируемый спрос на продукцию  $l$ -го вида в  $t$ -м году также задается нечетким числом (L–R) типа

$$B_t^{(l)} = \langle b_t^{(l)}, \alpha_{b_t^{(l)}}, \beta_{b_t^{(l)}} \rangle.$$

Остаточная стоимость выбывающих основных фондов при осуществлении на  $h$ -м этапе  $j$ -го варианта выполнения работ по проекту как нечеткое число (L–R) типа имеет вид

$$E_{hj} = \langle e_{hj}, \alpha_{e_{hj}}, \beta_{e_{hj}} \rangle.$$

Показатель качества  $r$  для  $j$ -го альтернативного варианта выполнения работ по проекту или их комплексов на этапе  $h$  при его нечетком задании может быть представлен следующим образом

$$\Psi_{hjr} = \langle \psi_{hjr}, \alpha_{\psi_{hjr}}, \beta_{\psi_{hjr}} \rangle.$$

Негативные последствия от наступления  $i$ -го рискового события при осуществлении  $j$ -го варианта сетевой модели на  $h$ -м этапе проекта удобно представлять в виде следующего нечеткого числа

$$V_{hji} = \langle v_{hji}, \alpha_{v_{hji}}, \beta_{v_{hji}} \rangle.$$

И, наконец, объем денежных средств, выделяемых на  $h$ -м этапе, также является нечеткой величиной, которая может быть представлена нечетким числом (L–R) типа

$$K_h = \langle k_h, \alpha_{k_h}, \beta_{k_h} \rangle.$$

В данной работе мы предполагаем, что сроки выполнения  $i$ -й операции на  $h$ -м этапе для  $j$ -го варианта

осуществления операций  $\tau_{hij}$  представлены детерминировано. В противном случае для определения времени выполнения всех работ по проекту необходимо применять метод критического пути или его аналог в нечеткой постановке.

В качестве детерминированной величины мы принимаем и стоимость выполнения  $i$ -й операции на  $h$ -м этапе для  $j$ -го варианта выполнения операций.

### 3. Математическая модель задачи оптимизации содержания проекта в нечеткой постановке

Математическая модель задачи оптимизации содержания проекта в нечеткой постановке примет следующий вид:

$$\left\langle \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L c_t^{(l)} d_t^{(l)} - \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} e_{hj} x_{hj} - \sum_{t=1}^T U_t, \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L (c_t^{(l)} * \alpha_{d_t^{(l)}} + d_t^{(l)} * \alpha_{c_t^{(l)}}) + \right. \tag{3}$$

$$\left. + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \alpha_{e_{hj}} x_{hj}, \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L (c_t^{(l)} * \beta_{d_t^{(l)}} + d_t^{(l)} * \beta_{c_t^{(l)}}) + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \beta_{e_{hj}} x_{hj} \right\rangle = P' \rightarrow \max_{x_{hj}}$$

$$T_{pr} = \varphi(G, x_{hj}) \rightarrow \min_{x_{hj}}; \tag{4}$$

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} = F \rightarrow \min_{x_{hj}}; \tag{5}$$

$$\left\langle \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^{R_h} b_{r, \Psi_{hjr}^{norm}} x_{hj}, \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^{R_h} b_{r, \alpha_{\Psi_{hjr}^{norm}}} x_{hj}, \right. \tag{6}$$

$$\left. \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^{R_h} b_{r, \beta_{\Psi_{hjr}^{norm}}} x_{hj} \right\rangle = Q \rightarrow \min_{x_{hj}}$$

$$\left\langle \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{i=1}^I P_{hji} v_{hji} x_{hj}, \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{i=1}^I P_{hji} \alpha_{v_{hji}} x_{hj}, \right. \tag{7}$$

$$\left. \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{i=1}^I P_{hji} \beta_{v_{hji}} x_{hj} \right\rangle = R_{neg} \rightarrow \min_{x_{hj}}$$

$$S_h = \left\langle S_{h-1} + k_h - \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj}, \alpha_{k_h}, \beta_{k_h} \right\rangle; S_h \geq 0; h = \overline{1, H}; \tag{8}$$

$$T_{pr} \leq T_{pr}^{def}; T_{pr} = \varphi(G, x_{hj}); j = \overline{1, M_h}; h = \overline{1, H}; \tag{9}$$

$$\left\langle \Psi_{hjr} x_{hj}, \alpha_{\Psi_{hjr}} x_{hj}, \beta_{\Psi_{hjr}} x_{hj} \right\rangle \leq Q_{hr}^{def}; \tag{10}$$

$$j = \overline{1, M_h}; h = \overline{1, H}; r = \overline{1, R_h};$$

$$\sum_{j=1}^M x_{hj} = 1; h = \overline{1, H}; \tag{11}$$

$$x_{hj} \in \{0,1\}; j = \overline{1, M_h}; h = \overline{1, H}, \quad (12)$$

$$\text{где } \left\langle d_t^{(l)}, \alpha_{d_t^{(l)}}, \beta_{d_t^{(l)}} \right\rangle = \begin{cases} A_t^{(l)}, & \text{если } A_t^{(l)} \leq \left\langle b_t^{(l)}, \alpha_{b_t^{(l)}}, \beta_{b_t^{(l)}} \right\rangle; \\ \left\langle b_t^{(l)}, \alpha_{b_t^{(l)}}, \beta_{b_t^{(l)}} \right\rangle, & \text{если } A_t^{(l)} > \left\langle b_t^{(l)}, \alpha_{b_t^{(l)}}, \beta_{b_t^{(l)}} \right\rangle; \end{cases}$$

$$A_t^{(l)} = \varphi_A(G, x_{hj}); t = \overline{1, T}; x_{hj} \in \{0,1\}; h = \overline{1, H}; j = \overline{1, M_h}.$$

Все переменные сохранили смысл, который пояснялся в работах [1,4].

В модели (3)-(12) значение целевой функции (3) отражает прибыль предприятия до налогообложения за все годы жизненного цикла продуктов, включающего фазы планирования, инвестиционную (осуществления проекта) и фазу эксплуатации или потребления продуктов проекта.

Значение целевой функции (4)  $T_{pr} = \varphi(G, x_{hj})$  представляет собой время выполнения инвестиционной фазы проекта, которое рассчитывается с помощью метода критического пути или иного метода в сетевой модели  $G = \{A, Z, \tau, W\}$ .

Значение целевой функции (5) равно единовременным затратам на осуществление проекта.

Значение целевой функции (6) представляет собой значение обобщенного показателя качества продукта проекта. Причем качество тем выше, чем меньше  $Q$ .

Значение целевой функции (7) является оценкой рисков, связанных с реализацией проекта.

Ограничение (8) предполагает, что при осуществлении проекта не должно быть финансовых задолженностей после завершения каждого этапа.

Ограничение (9) означает, что время выполнения инвестиционной фазы проекта должно быть не больше значения  $T^{def}$ , которое заранее указано заказчиком.

Выражение (10) определяет ограничение, согласно которому качество продукта в результате выполнения  $h$ -го этапа должно удовлетворять заданному граничному значению  $r$ -го показателя качества  $Q_{hr}^{def}$ .

Для каждого  $h$ -го этапа выполнения работ по проекту или их комплексов,  $h = \overline{1, H}$ , задаются требования по значению  $r$ -го показателя качества продукта этапа, где  $r = \overline{1, R_h}$ .

Выражение (11) характеризует ограничение, согласно которому на каждом этапе  $h$  можно осуществить не более одного варианта выполнения работ.

Целевые функции (3), (4) и ограничения (9) являются алгоритмическими, остальные целевые функции и ограничения – аналитические.

В модели (3)-(12) могут быть и иные ограничения, например на расходование некоторых ресурсов, в том числе кадров, оборудования, сырья, материалов, комплектующих, на последовательность осуществления вариантов выполнения работ.

Предложенная модель является многокритериальной, динамической, с булевыми переменными, с алгоритмическими и аналитическими целевыми функциями, с алгоритмическими и аналитическими ограничениями.

#### 4. Метод решения задачи

Перейдем к рассмотрению метода решения рассмотренной задачи.

Данный метод по аналогии с методом оптимизации содержания проекта в детерминированной постановке опирается на результаты решения однокритериальных задач оптимизации содержания проекта по критериям прибыль, время, стоимость, качество, риски в нечеткой постановке.

В методе оптимизации содержания проекта по многим критериям используется значение прибыли предприятия до налогообложения за все годы планового периода  $F_1$ , которая получается в результате оптимизации содержания проекта только по критерию прибыль.

Также используются аналогичные значения времени  $F_2$ , стоимости  $F_3$ , качества  $F_4$  и рисков  $F_5$ , полученные в результате решения однокритериальных задач оптимизации содержания проекта по критериям: время, стоимость, качество, риски, соответственно.

В основу многокритериального метода положено использование обобщенной целевой функции и метода неявного перебора.

Рассмотрим метод в виде последовательности шагов.

1. Полагаем  $\theta_h := \emptyset$ ;  $h := 1$ ;  $f^* := +\infty$ .
2. Принимаем  $j_h := 1$ .
3. Проверяем выполнение ограничения (8).

$$S_h = \left\langle S_{h-1} + k_h - \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj}, \alpha_{k_h}, \beta_{k_h} \right\rangle; S_h \geq 0; h = \overline{1, H}.$$

Вводим фиктивную вершину «финиш», которая обозначает окончание всех операций на этапе  $h$ .

Определяем общее время  $t_h$  выполнения операций от 1-го до  $h$ -го этапа путем расчета продолжительности критического пути.

Присваиваем значение  $f^t = t_h$ .

Определяем

$$T'_{pr} = t_{\min_{h+1}} + \dots + t_{\min_{h+1}}.$$

Обозначаем  $T_{pr} = f^t + T'_{pr}$ ,

Проверяем выполнение ограничения (9)  $T_{pr} \leq T^{def}$ ;

$$T_{pr} = \varphi(G, x_{hj}); j = \overline{1, M_h}; h = \overline{1, H}.$$

Проверяем выполнение ограничения (10):

$$\left\langle \Psi_{hj} x_{hj}, \alpha_{\Psi_{hj}} x_{hj}, \beta_{\Psi_{hj}} x_{hj} \right\rangle \leq Q_{hr}^{def}; r = \overline{1, R_h}.$$

Проверяем и остальные ограничения, если они присутствуют в модели. И если хоть одно ограничение не выполняется, переходим к шагу 12.

4. В результате осуществления работ в соответствии с вариантами, которые приняты на этапах от 1-го до  $h$ -го, в течение фаз выполнения проекта, эксплуатации или потребления продуктов проекта будет получена следующая прибыль (без учета налогов)

$$P'_h = \left\langle \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L c_t^{(l)} d_t^{(l)} - \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} w_{kj} x_{kj} + \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} e_{kj} x_{kj} - \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{t=1}^T U_{kjt} x_{kj}, \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L \left( c_t^{(l)} * \alpha_{d_t^{(l)}} + d_t^{(l)} * \alpha_{c_t^{(l)}} \right) + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \alpha_{e_{kj}} x_{kj}, \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^L \left( c_t^{(l)} * \beta_{d_t^{(l)}} + d_t^{(l)} * \beta_{c_t^{(l)}} \right) + \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \beta_{e_{kj}} x_{kj} \right\rangle = \\ = \langle p'_h, \alpha_{p'_h}, \beta_{p'_h} \rangle.$$

Оцениваем нижнюю границу для затрат, которые могут быть понесены в результате осуществления работ на всех оставшихся этапах, т.е. начиная от  $h+1$ -го до  $N$ -го включительно

$$Z'_h = Z_{h+1, \min} + Z_{h+2, \min} + \dots + Z_{N, \min} = \langle z'_h, \alpha_{z'_h}, \beta_{z'_h} \rangle.$$

Значения  $Z_{h+1, \min}, Z_{h+2, \min}, \dots, Z_{N, \min}$  были определены на этапе подготовки информации при решении задачи оптимизации содержания проекта по критерию прибыли в нечеткой постановке.

Величина  $\pi - P'_h - Z'_h = \langle p'_h - z'_h, \alpha_{p'_h} + \beta_{z'_h}, \beta_{p'_h} + \alpha_{z'_h} \rangle$  является верхней границей для прибыли, которая может быть получена в результате выполнения операций на этапах от 1-го до  $N$ -го включительно.

Нормируем  $f^1$  так:

$$f^1_{\text{norm}} = \frac{F_1}{\pi} = \frac{\langle f_1, \alpha_{f_1}, \beta_{f_1} \rangle}{\langle \pi, \alpha_{\pi}, \beta_{\pi} \rangle} = \left\langle \frac{f_1}{\pi}, \frac{(f_1 \beta_{\pi} + \pi \alpha_{f_1})}{\pi^2}, \frac{(f_1 \alpha_{\pi} + \pi \beta_{f_1})}{\pi^2} \right\rangle = \\ = \langle f^1_{\text{norm}}, \alpha_{f^1_{\text{norm}}}, \beta_{f^1_{\text{norm}}} \rangle.$$

5. Присваиваем  $f^2 = T_{pr}$ . Нормируем  $f^2$  так:

$$f^2_{\text{norm}} = \frac{f^2}{F_2}.$$

6. Определяем  $w'_h$  – стоимость выполнения работ на всех этапах проекта от 1-го до  $h$ -го включительно:

$$w'_h = \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} w_{kj} x_{kj}.$$

Присваиваем  $f^w := w'_h$ .

Рассчитываем  $W'_{prh} = w_{\min_{h+1}} + \dots + w_{\min_h}$ , где  $W'_{prh}$  – нижняя граница для стоимости выполнения работ всех последующих этапов после  $h$ .

Обозначим  $f^3 = f^w + W'_{prh}$ .

Нормируем  $f^3$  так:  $f^3_{\text{norm}} = \frac{f^3}{F_3}$ .

7. Определим качество продукта  $q'_h$ , которое задается работами, выполненными на этапах от 1-го до  $h$ -го включительно

$$q'_h = \left\langle \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{r=1}^{R_h} b_r \Psi_{kjr}^{\text{norm}} x_{kj}, \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{r=1}^{R_h} b_r \alpha_{\Psi_{kjr}^{\text{norm}}} x_{kj}, \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{r=1}^{R_h} b_r \beta_{\Psi_{kjr}^{\text{norm}}} x_{kj} \right\rangle.$$

Присваиваем  $f^q := q'_h$ .

Определяем

$$Q'_{ph} = Q_{h+1, \min} + Q_{h+2, \min} + \dots + Q_{N, \min} = \langle q'_{ph}, \alpha_{q'_{ph}}, \beta_{q'_{ph}} \rangle.$$

Обозначим  $f^4 = f^q + Q'_{ph} = \langle \tilde{f}^4, \alpha_{\tilde{f}^4}, \beta_{\tilde{f}^4} \rangle$ .

Нормируем  $f^4$  так:

$$f^4_{\text{norm}} = \frac{f^4}{F_4} = \frac{\langle \tilde{f}^4, \alpha_{\tilde{f}^4}, \beta_{\tilde{f}^4} \rangle}{\langle \tilde{F}_4, \alpha_{\tilde{F}_4}, \beta_{\tilde{F}_4} \rangle} = \left\langle \frac{\tilde{f}^4}{\tilde{F}_4}, \frac{(\tilde{f}^4 \beta_{\tilde{F}_4} + \tilde{F}_4 \alpha_{\tilde{f}^4})}{(\tilde{F}_4)^2}, \frac{(\tilde{f}^4 \alpha_{\tilde{F}_4} + \tilde{F}_4 \beta_{\tilde{f}^4})}{(\tilde{F}_4)^2} \right\rangle = \\ = \langle \tilde{f}^4_{\text{norm}}, \alpha_{\tilde{f}^4_{\text{norm}}}, \beta_{\tilde{f}^4_{\text{norm}}} \rangle.$$

8. Оценим риски проекта, которые появляются после выполнения работ на этапах от 1-го до  $h$ -го включительно

$$r'_h = \left\langle \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{i=1}^I P_{kji} v_{kji} x_{kj}, \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{i=1}^I P_{kji} \alpha_{v_{kji}} x_{kj}, \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{i=1}^I P_{kji} \beta_{v_{kji}} x_{kj} \right\rangle.$$

Присваиваем  $f^r := r'_h$ .

Определяем

$$R'_h = R_{h+1, \min}^{\text{neg}} + R_{h+2, \min}^{\text{neg}} + \dots + R_{N, \min}^{\text{neg}} = \langle r'_h, \alpha_{r'^{\text{neg}}}, \beta_{r'^{\text{neg}}} \rangle.$$

Обозначим  $f^5 = f^r + R'_h = \langle \tilde{f}^5, \alpha_{\tilde{f}^5}, \beta_{\tilde{f}^5} \rangle$ .

Нормируем  $f^5$  так:

$$f^5_{\text{norm}} = \frac{f^5}{F_5} = \frac{\langle \tilde{f}^5, \alpha_{\tilde{f}^5}, \beta_{\tilde{f}^5} \rangle}{\langle \tilde{F}_5, \alpha_{\tilde{F}_5}, \beta_{\tilde{F}_5} \rangle} = \left\langle \frac{\tilde{f}^5}{\tilde{F}_5}, \frac{(\tilde{f}^5 \beta_{\tilde{F}_5} + \tilde{F}_5 \alpha_{\tilde{f}^5})}{(\tilde{F}_5)^2}, \frac{(\tilde{f}^5 \alpha_{\tilde{F}_5} + \tilde{F}_5 \beta_{\tilde{f}^5})}{(\tilde{F}_5)^2} \right\rangle = \\ = \langle \tilde{f}^5_{\text{norm}}, \alpha_{\tilde{f}^5_{\text{norm}}}, \beta_{\tilde{f}^5_{\text{norm}}} \rangle.$$

9. Определим  $f = \lambda_1 f^1_{\text{norm}} + \lambda_2 f^2_{\text{norm}} + \dots + \lambda_5 f^5_{\text{norm}}$ ,

где  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5$  – весовые коэффициенты, которые задаются лицом, принимающим решение, для каждой целевой функции,  $1 \geq \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5 \geq 0$ ;  $\sum_{i=1}^5 \lambda_i = 1$ . Если  $f \geq f^*$ , переходим к шагу 12.

1. При  $h < N$  анализируем следующий этап проекта, т.е.  $h := h + 1$  и возвращаемся к шагу 2.

2. Величине  $f^*$  присваиваем новые значения  $f^* := f$  и фиксируем множество  $\theta_H := \{j_h\}_{h=1}^H$ .

3. При  $j_h < M_h$  рассматриваем следующий вариант, т.е.  $j_h := j_h + 1$  и переходим к шагу 3.

4. При  $h > 1$  переходим на предыдущий этап, т.е.  $h := h - 1$ . Извлекаем из памяти  $j_h$ , и переходим к шагу 12. При  $h = 1$  и  $\theta_H := \emptyset$  задача не имеет решения, в противном случае оптимальное решение получено. При этом значения величин  $f^p, f^t, f^w, f^q$  и  $f^r$  для  $\theta_H$  определяют прибыль от осуществления проекта, время выполне-

ния проекта, его стоимость, качество продукта проекта и риски, связанные с ним, соответственно.

## 5. Выводы

В результате проведенной работы предложены математическая модель и метод многокритериальной оптимизации содержания проекта по прибыли, срокам, стоимости, качеству и рискам при нечетких исхо-

дных данных, при наличии ограничений и заданных альтернативных вариантах выполнения работ или их комплексов, представленных в виде сетевых моделей.

Метод основан на применении обобщенного критерия в сочетании с методом неявного перебора, и предназначен для решения задач оптимизации содержания проекта в нечеткой постановке для условий, когда любая работа последующего этапа в проекте не может быть начата до завершения работ предыдущего этапа.

## Литература

1. Кононенко, И.В. Оптимизация содержания проекта по критериям прибыль, время, стоимость, качество, риски [Текст] / Кононенко И.В., Колесник М.Э. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – №1/10 (55). – С. 13-15.
2. Кононенко, И.В. Модель и метод максимизации прибыли в процессе оптимизации содержания проекта [Текст] / Кононенко И.В., Колесник М.Э. // Высокие технологии в машиностроении: сб. науч. Трудов. – Харьков, НТУ «ХПИ», 2012. – Вып. 1 (22). – С. 139-144.
3. Кононенко, И.В. Математическое обеспечение оптимизации содержания проекта по критериям прибыль, время, стоимость, качество, риски [Текст] / Кононенко И.В., Колесник М.Э. // IX Міжнародна конференція «Управління проектами у розвитку суспільства». Тези доповідей. – К.:КНУБА, 2012. – С. 105-106.
4. I. V. Kononenko. Project scope optimization model and method on criteria profit, time, cost, quality, risk [Text] / Igor V. Kononenko, Valeriy A.Fadeyev, Mariia E.Kolisnyk // 26th IPMA World Congress Proceedings. – Conference Centre Creta Maris, Hersonissos, Crete, Grece, 2012. – pp. 287-293.
5. Леоненков, А.В. Нечеткое моделирование в среде Matlab и fuzzyTECH [Текст] / Леоненков А.В. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.
6. Раскин, Л.Г. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения [Текст] / Раскин Л. Г., Серая О. В. – Харьков: Парус, 2008. – 352 с.

## Abstract

*The paper presents a mathematical model and method of the structural project scope optimization with fuzzy input data, which includes five objective functions. One of the functions reflects the profit for the entire project product life cycle. The other reflects the time of its realization. The third is the cost of the project. The fourth is the value of the generalized indicator of project product quality and the fifth is a risk assessment associated with the project. The model and method takes into account the restrictions on the lack of financial debt after each phase completion, the duration of the project, the quality of the separate stages products.*

*It is assumed that the project scope is given in the form of a network model with the alternatives of the work execution.*

*The suggested model is a multi-objective, dynamic, containing Boolean variables, algorithmic and analytical objective functions and constraints.*

*To solve the problem the method of multi-objective structural project scope optimization with fuzzy input data with constraints, based on application of generalized criterion in conjunction with the method of implicit enumeration is proposed*

**Keywords:** project; scope; multi-objective optimization; the dynamic problem; fuzzy input data