

# ОПТИМИЗАЦИЯ СОДЕРЖАНИЯ ПРОЕКТА ПО КРИТЕРИЯМ ПРИБЫЛЬ, ВРЕМЯ, СТОИМОСТЬ, КАЧЕСТВО, РИСКИ

**И.В. Кононенко**

Доктор технических наук, профессор, заведующий  
кафедрой\*

Контактный тел.: 050-514-20-16

E-mail: igorvkononenko@gmail.com

**М.Э. Колесник**

Аспирант\*

Контактный тел.: 097-655-76-74

E-mail: Rozaeduard@gmail.com

\*Кафедра стратегического управления

Национальный технический университет «Харьковский  
политехнический институт»

ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

*Запропоновано математичну модель динамічної задачі багатокритеріальної оптимізації змісту проекту при наявності обмежень і заданих альтернативних варіантах виконання робіт, представлених у вигляді мережевих моделей*

*Ключові слова: проект, зміст, багатокритеріальна оптимізація, мережева модель, динамічна задача*

*Предложена математическая модель динамической задачи многокритериальной оптимизации содержания проекта при наличии ограничений и заданных альтернативных вариантах выполнения работ, представленных в виде сетевых моделей*

*Ключевые слова: проект, содержание, многокритериальная оптимизация, сетевая модель, динамическая задача*

*A mathematical model of dynamic multi-objective optimization problem scope of the project with constraints and given alternative embodiments of the works presented in the form of network models is suggested*

*Keywords: project, scope, multi-objective optimization, network model, dynamic problem*

Традиционно при управлении проектами рассматривают так называемый треугольник управления проектами, сторонами которого являются содержание проекта, время и стоимость. Данные характеристики влияют на качество проекта и его продукта. Наш взгляд более правильно рассматривать пирамиду управления проектами, ребрами которой являются содержание проекта, экономический, социально-политический, экологический, технологический эффекты от проекта, время, стоимость, качество продукта и риски проекта. Только вся совокупность указанных характеристик действительно определяет качество проекта с точки зрения заказчика и общества на всех фазах его жизненного цикла, включая и эксплуатационную фазу или фазу потребителя.

Существующие модели и методы оптимизации содержания проекта ограничиваются в основном рассмотрением только времени и стоимости проекта, а также качества продукта проекта.

В работе [1] предложены модель и метод оптимизации содержания проекта с точки зрения времени его выполнения. В работе [2] рассматриваются модель и метод оптимизации содержания проекта по критерию затраты на его осуществление при наличии ограничений на сроки. В работе [3] впервые предложена многокритериальная модель задачи оптимизации содержания проекта по критериям время и стоимость при наличии альтернативных вариантов выполнения работ или их комплексов, заданных в виде сетевых моделей. В работе [4] предложены модель и метод оптимизации

содержания проекта по срокам и стоимости его выполнения при наличии ограничений на качество продукта после выполнения определенных этапов проекта. Для решения задач в работах [1, 2] предложены методы, основанные на неявном переборе. В работе [3] для решения двухкритериальной задачи предложен метод, основанный на сочетании минимакса и неявного перебора. Для решения двухкритериальной задачи в статье [4] предложено использовать обобщенный критерий и неявный перебор. Во всех указанных работах получил развитие оптимизационно-имитационный подход, предложенный в работе [5].

Целью данной работы является создание математической модели многокритериальной оптимизации содержания проекта по критериям прибыль, сроки, стоимость, качество и риски проекта, при наличии ограничений и заданных альтернативных вариантах выполнения работ или их комплексов, представленных в виде сетевых моделей.

Предложена математическая модель задачи, которая содержит пять, подлежащих минимизации целевых функций. Одна из функций отражает прибыль предприятия до налогообложения за все годы жизненного цикла, другая – время выполнения проекта, которое рассчитывается с помощью метода критического пути или иного метода в сетевой модели, третья – затраты на осуществление проекта, четвертая – значение обобщенного показателя качества продукта проекта, а пятая – представляет собой оценку рисков, связанных с реализацией проекта.

В модели предполагается, что после завершения отдельных этапов выполнения проекта не должно быть финансовых задолженностей. Также ограничением модели является максимальное время выполнения проекта. Заданы ограничения на качество продукта проекта и на риски, связанные с ним.

При этом предполагается, что на каждом этапе проекта может осуществляться не более одного из альтернативных вариантов выполнения работ. Модель задачи имеет вид:

$$\sum_{t=T_{pr}+1}^T \sum_{l=1}^L C_t^{(l)} D_t^{(l)} \alpha_t - \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{t=1}^{T_{pr}} W_{hjt} \alpha_t x_{hj} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{t=1}^T E_{hjt} \alpha_t x_{hj} - \sum_{t=T_{pr}+1}^T U_t \alpha_t = P_M \rightarrow \max; \tag{1}$$

$$T_{pr} = \varphi(G, x_{hj}) \rightarrow \min, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \tag{2}$$

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} = F \rightarrow \min; \tag{3}$$

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^R b_r \Psi_{hjr}^{norm} x_{hj} = Q \rightarrow \min; \tag{4}$$

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{i=1}^I P_{hji} V_{hji} x_{hj} = R_{neg} \rightarrow \min; \tag{5}$$

$$S_h = S_{h-1} + K_h - \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj}; \quad S_h \geq 0, \quad h = \overline{1, H}; \tag{6}$$

$$T_{pr} \leq T^{def}, \quad T_{pr} = \varphi(G, x_{hj}), \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \tag{7}$$

$$\Psi_{hjr} x_{hj} \leq Q_{hr}^{def}, \quad j = \{1, 2, \dots, M_h\}, \quad h = \overline{1, H}; \quad r = \overline{1, R_h}; \tag{8}$$

$$\sum_{j=1}^{M_h} x_{hj} = 1; \quad h = \overline{1, H}; \tag{9}$$

$$x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, H}; \tag{10}$$

где  $T$  - время жизненного цикла, включающее инвестиционную фазу и фазу эксплуатации или потребления продукции;

$T_{pr}$  - время выполнения всех операций проекта на инвестиционной фазе;

$l$  - вид продукции, общее количество которых равно  $L$ ;

$C_t^{(l)}$  - стоимость продукции  $l$ -го вида в  $t$ -м году;

$D_t^{(l)}$  - прогноз спроса на продукцию  $l$ -го вида в  $t$ -м году,

$$l = \overline{1, L}, \quad t = \overline{T_{pr} + 1, T};$$

$$D_t^{(l)} = \begin{cases} A_t^{(l)}, & \text{если } A_t^{(l)} \leq B_t^{(l)}; \\ B_t^{(l)}, & \text{если } A_t^{(l)} > B_t^{(l)}; \end{cases}$$

$$A_t^{(l)} = \varphi_A(G, x_{hj}), \quad t = \overline{T_{pr} + 1, T};$$

$$x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad h = \overline{1, H}, \quad j = \overline{1, M_h};$$

$x_{hj}$  - булева переменная, равная единице, если осуществляется  $j$ -й вариант выполнения операций на  $h$ -м этапе, и равная нулю в противном случае;

$G$  - сетевая модель операций проекта, включающая альтернативные варианты их выполнения,  $G = \{A, Z, \tau, W\}$

$A$  - множество узлов сети,

$$A = \{ a_{hij} \}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad h = \overline{1, H}, \quad j = \overline{1, M_h},$$

где  $a_{hij}$  -  $i$ -я операция, осуществляемая на  $h$ -м этапе в  $j$ -м варианте (альтернативе) сетевой модели;

$n_j$  - количество операций в  $j$ -м варианте сетевой модели;

$Z$  - множество направленных дуг,

$$Z = \{ z_{hij, pmf} \}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad m = \overline{1, n_f}, \quad h, p = \overline{1, H}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad f = \overline{1, M_p},$$

где  $z_{hij, pmf}$  - дуга, которая выходит из узла  $i$  на этапе  $h$  альтернативного варианта  $j$  и входит в узел  $m$  на этапе  $p$  альтернативного варианта  $f$ ;  $i \neq m$  при  $p = h$ ;  $p \geq h$ ;

$\tau$  - множество сроков выполнения операций в узлах,

$$\tau = \{ \tau_{hij} \}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad h = \overline{1, H}, \quad j = \overline{1, M_h},$$

где  $\tau_{hij}$  - срок выполнения  $i$ -й операции на  $h$ -м этапе для  $j$ -го варианта выполнения операций;

$W$  - множество стоимостей выполнения операций сети,

$$W = \{ w_{hij} \}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad h = \overline{1, H}, \quad j = \overline{1, M_h},$$

где  $w_{hij}$  - стоимость выполнения  $i$ -й операции на  $h$ -м этапе для  $j$ -го варианта выполнения операций;

$B_t^{(l)}$  - прогнозируемый спрос на продукцию  $l$ -го вида в  $t$ -ом году;

$A_t^{(l)}$  - производственная мощность по  $l$ -му виду продукции в  $t$ -ом году;

$\alpha_t$  - коэффициент дисконтирования;

$M_h$  - количество вариантов выполнения операций на этапе  $h$ ,  $t = \overline{1, T}$ ;

$h$  - номер этапа выполнения операций;

$H$  - количество этапов в проекте;

$W_{hjt}$  - единовременные затраты на  $h$ -м этапе в  $j$ -м варианте работ в  $t$ -м году с начала реализации проекта;

$E_{hjt}$  - остаточная стоимость выбывающих в  $t$ -м году основных фондов при осуществлении на  $h$ -м этапе  $j$ -го варианта выполнения работ по проекту;

$U_t$  - текущие затраты, связанные с производством продукции;

$$U_t = \varphi_u(G, x_{hj}), \quad t = \overline{T_{pr} + 1, T};$$

$w_{hj}$  - стоимость выполнения операций  $j$ -го варианта сетевой модели на  $h$ -м этапе (может складываться из стоимостей нескольких операций);

$$b_r - \text{вес } r\text{-го показателя качества, } 0 \leq b_r \leq 1, \quad \sum_{r=1}^R b_r = 1;$$

$\Psi_{hjr}^{norm}$  – нормированное значение  $g$ -го показателя качества продукта, который получается после осуществления  $j$ -го варианта выполнения работ на  $h$ -м этапе проекта,  $g = \overline{1, R}$ ,

$$\Psi_{hjr}^{norm} = \frac{\Psi_{hjr} - \Psi_{min}}{\Psi_{max} - \Psi_{min}}.$$

$\Psi_{hjr}$  – значение показателя качества  $g$  для  $j$ -го альтернативного варианта выполнения работ по проекту или их комплексов на этапе  $h$ ;

$R_h$  – количество показателей качества продукта в результате выполнения этапа  $h$ ;

$P_{hji}$  – вероятность наступления  $i$ -го рисковог о события при осуществлении  $j$ -го варианта сетевой модели на  $h$ -м этапе проекта,  $i = \overline{1, I}$ ;

$V_{hji}$  – негативные последствия от наступления  $i$ -го рисковог о события при осуществлении  $j$ -го варианта сетевой модели на  $h$ -ом этапе проекта,  $i = \overline{1, I}$ ;

$S_h$  – остаток денежных средств после выполнения работ на  $h$ -м этапе;

$K_h$  – объем денежных средств, выделяемых на  $h$ -м этапе;

Значение целевой функции (1) отражает прибыль предприятия до налогообложения за все годы жизненного цикла.

Значение целевой функции (2)  $T_{pr} = \varphi(G, x_{ij})$  представляет собой время выполнения проекта, которое рассчитывается с помощью метода критического пути или иного метода в сетевой модели  $G = \{A, Z, \tau, W\}$ .

Значение целевой функции (3) равно единовременным затратам на осуществление проекта.

Значение целевой функции (4) представляет собой значение обобщенного показателя качества продукта проекта.

Значение целевой функции (5) является оценкой рисков, связанных с реализацией проекта.

Ограничение (6) предполагает, что при осуществлении проекта не должно быть финансовых задолженностей после завершения каждого этапа.

Ограничение (7) означает, что время выполнения проекта должно быть не больше значения  $T^{def}$ , которое заранее указано заказчиком.

Выражение (8) определяет ограничение, согласно которому качество продукта в результате выполнения  $h$ -го этапа должно удовлетворять заданному граничному значению  $g$ -го показателя качества  $Q_{hr}^{def}$ . Для каждого  $h$ -го этапа выполнения работ по проекту или их комплексов,  $h = \overline{1, H}$ , задаются требования по значению  $g$ -го показателя качества продукта этапа, где  $g = \overline{1, R_h}$ .

Выражение (9) характеризует ограничение, согласно которому на каждом этапе  $h$  можно осуществить не более одного варианта выполнения работ.

В модели (1)-(10) могут быть и иные ограничения, например на расходование некоторых ресурсов, в том числе кадров, оборудования, сырья, материалов, комплекующих, на последовательность осуществления вариантов выполнения работ.

Предложенная модель является пятикритериальной, динамической, с булевыми переменными, с алгоритмическими и аналитическими целевыми функциями, с алгоритмическими и аналитическими ограничениями.

Для решения задачи (1)-(10) предложен метод многокритериальной оптимизации содержания проекта по прибыли, которая будет получена в результате эксплуатации продукта проекта, по срокам, стоимости, качеству продукта проекта и рискам, связанным с его выполнением, при наличии ограничений и заданных альтернативных вариантах выполнения работ или их комплексов, представленных в виде сетевых моделей.

Метод основан на применении обобщенного критерия в сочетании с методом неявного перебора. Метод предназначен для решения задач оптимизации содержания проекта для условий, когда любая работа последующего этапа в проекте не может быть начата до завершения работ предыдущего этапа, и для условий, когда работа последующего этапа в проекте может быть начата до полного завершения работ предыдущего этапа.

При этом альтернативные варианты могут относиться как к одному этапу выполнения работ, так и к нескольким этапам.

## Литература

1. Кононенко И.В. Математическая модель и метод минимизации сроков выполнения работ по проекту / И.В. Кононенко, Е.В. Емельянова, А.И. Грицай // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2007. – №2/6 (26). – С. 35–40.
2. Кононенко И.В. Математическая модель и метод минимизации затрат по проекту при ограничениях на сроки выполнения работ / И.В. Кононенко, Е.В. Емельянова // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»: сб. науч. тр. Темат. вып. : Системный анализ, управление и информационные технологии. – № 4. – Х., 2009. – С. 46–53.
3. Кононенко И.В. Математическая модель и метод оптимизации содержания проекта с точки зрения времени и стоимости его выполнения / И.В. Кононенко, В.А. Мироненко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №1/2 (43). – С. 12–17.
4. Кононенко И. В. Двухкритериальная оптимизация содержания проекта при ограничениях на качество продукта / И. В. Кононенко, И. В. Протасов // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №5/4 (47). – С. 57–60.
5. Цвиркун А.Д. Акинфиев В.К. Филиппов В.А. Имитационное моделирование в задачах синтеза структуры сложных систем / А.Д. Цвиркун. – М.: Наука, 1985, 174с.