Министерство образования Украины
Восточноукраинский государственный университет

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к курсовому проектированию по теории механизмов и машин «Синтез рычажных механизмов»

Луганск ВУГУ 1997 г.

Министерство образования Украины Восточноукраинский государственный университет

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к курсовому проектированию по
теории механизмов и машин
«Синтез рычажных механизмов»

Луганск ВУГУ 1997 г.

УДК 621.01

Методические указания к курсовому проектированию по теории механизмов и машин «Синтез рычажных механизмов» (Сост. А.М. Ахтямов. – Луганск: ВУГУ, 1997. – 32 с)

Приводятся методические рекомендации по синтезу кривошипно-ползунных, кривошипно-коромысловых, кулисных и шестизвенных механизмов различного назначения по ходу, средней скорости, крайним положением, коэффициенту средней скорости выходного звена, допустимому углу давления, габаритному размеру и другим характеристикам механизма при различном их сочетании.

Составитель А. М. АХТЯМОВ, *доцент.*

Целью данных методических указаний является оказание студентам методической помощи при выполнении курсового проекта по теории механизмов и машин, привитие им практических навыков в выборе методов решения многообразных задач кинетического синтеза применительно к различным схемам плоских рычажных механизмов.

Задача заключается в рассмотрении тех вопросов кинематического синтеза, которые наиболее часто встречаются студентам в курсовом проектировании по теории механизмов и машин, и в их решении с использованием для различных схем предпочтительных, с практической точки зрения, аналитических, графоаналитических или графических методов».

1. Центральные кривошипно-ползунные механизмы.

1.1. Условия проектирования (рис. 1.1):

ход ползуна $3H_3$, м;

отношение длины шатуна 2 к длине кривошипа 1 $\mathbf{l}_{BC} / \mathbf{l}_{AB} = l$.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

Рассматривая механизм в крайних положениях (H – индекс начального положения, K – индекс конечного положения), когда линии кривошипа и шатуна совпадают, можем записать

$$3H_3 = \mathbf{l}_{AB(K)} + \mathbf{l}_{B(K)C(K)} - \left(\mathbf{l}_{B(H)C(H)} - \mathbf{l}_{AB(H)}\right). \qquad (1.1)$$

Так как

$$\mathbf{l}_{AB(K)} = \mathbf{l}_{AB(H)} = \mathbf{l}_{AB},\ \mathbf{l}_{B(K)C(K)} = \mathbf{l}_{B(H)C(H)} = \mathbf{l}_{BC},$$

то из уравнения (1.1) следует

$$\mathbf{l}_{AB} = H_3 / 2. \qquad (1.2)$$

Тогда

$$\mathbf{l}_{BC} = l \cdot \mathbf{l}_{AB}. \qquad (1.3)$$

1.2. Условия проектирования (см. рис. 1.1):

средняя за полный оборот кривошипа скорость ползуна v_{3cp}, $м / с$;

отношение $\mathbf{l}_{BC} / \mathbf{l}_{AB} = l$;

угловая скорость кривошипа w_1, $рад / с$.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

За полный оборот кривошипа перемещение ползуна составит $2H_3$ (см. рис. 1.1) или, с учетом выражения (1.2), $4\mathbf{l}_{AB}$. Тогда средняя скорость ползуна будет определяться зависимостью

$$v_{3\,ср} = 4\mathbf{l}_{AB} / T = 2\mathbf{l}_{AB} \cdot w_1 / p \, , \tag{1.4}$$

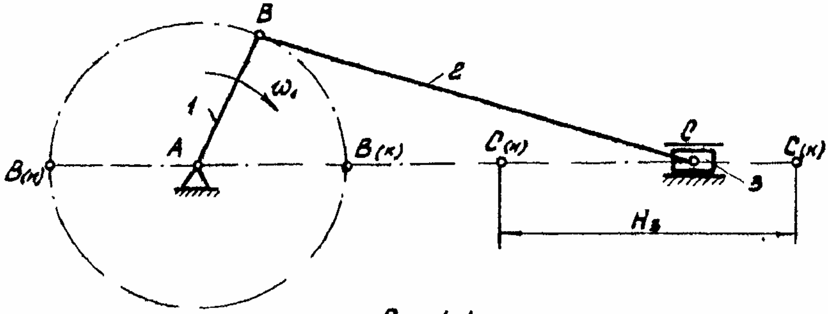

Рис. 1. 1

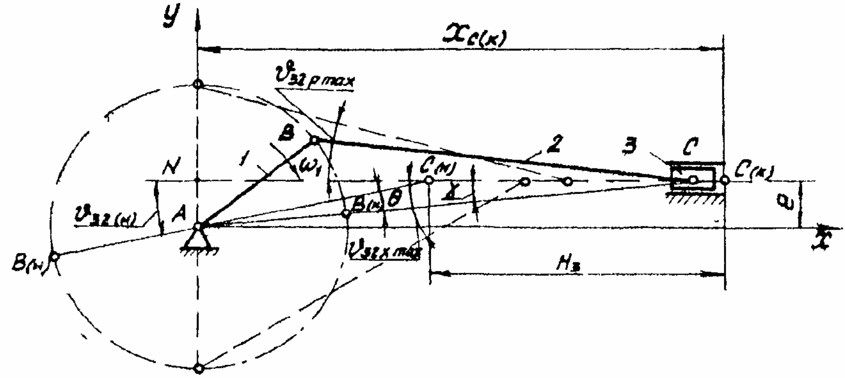

Рис. 2.1

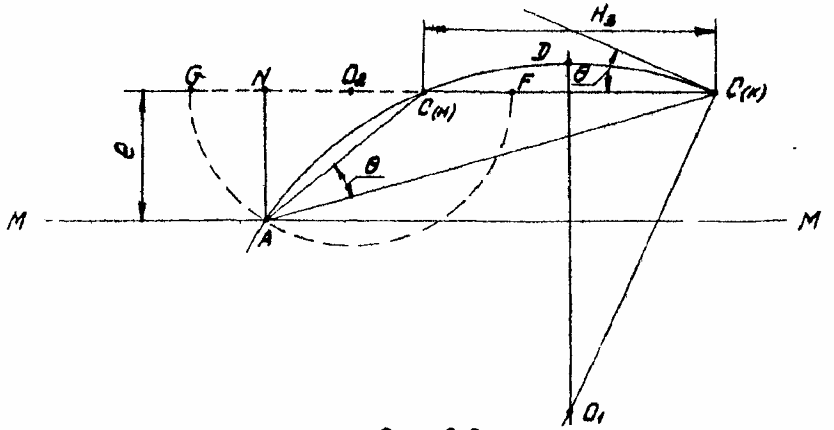

Рис. 2.2

где $T = 2p\ / w_1$ – время одного оборота кривошипа, c.

Из уравнения (1.4) получим

$$\mathbf{l}_{AB} = pv_{3\,cp} / 2w_1, \tag{1.5}$$

Следует помнить, что в случае задания частоты вращения кривошипа n_1^*, $об / мин$, или n_1, c^{-1} угловая скорость кривошипа определяется соответственно зависимостями

$$w_1 = pn_1^* / 30 \quad \text{или } w_1 = 2pn_1 .$$

Длину шатуна $\mathbf{l}_{BC}$, определим по формуле (1.3).

1.3. Условия проектирования (см. рис. I):

ход ползуна H_3;

средняя скорость ползуна $v_{3\,cp}$;

отношение $\mathbf{l}_{BC} / \mathbf{l}_{AB} = l$.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$ и угловую скорость кривошипа w_1.

Длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$ определим по формулам (1.2) и (1.3).

Уравнение для угловой скорости кривошипа получим из зависимости (1.4):

$$w_1 = p \cdot v_{3\,cp} / 2\mathbf{l}_{AB} .$$

2. Внеосные кривошипно-ползунные механизмы.

2.1. Условия проектирования (рис. 2.1):

ход ползуна H_3;

отношение $\mathbf{l}_{BC} / \mathbf{l}_{AB} = l$;

коэффициент изменения средней скорости выходного звена K, определяемый отношением

$$K = \left(180^0 + q\right) / \left(180^0 - q\right), \tag{2.1}$$

где q – угол между линиями кривошипа в крайних положениях механизма.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{BC}$, внеосность e.

Из формулы (2.1) определим угол между линиями кривошипа в крайних положениях механизма

$$q = 180^0 (K-1)/(K+1). \quad (2.2)$$

Рассматривая треугольник $AC_{(H)}C_{(K)}$, получим:

$$H_3^2 = (\mathbf{l}_{AB} + \mathbf{l}_{BC})^2 + (\mathbf{l}_{AB} - \mathbf{l}_{BC})^2 - 2(\mathbf{l}_{AB} + \mathbf{l}_{BC})(\mathbf{l}_{AB} - \mathbf{l}_{BC}) cos q =$$
$$= 2\mathbf{l}_{AB}^2 \cdot \left[1 + l^2 + (1-l)^2 cos q\right],$$

откуда

$$\mathbf{l}_{AB} = H_3 / \sqrt{2\left[1 + l^2 + (1-l)^2 cos q\right]}, \quad (2.3)$$

Тогда

$$\mathbf{l}_{BC} = l \cdot \mathbf{l}_{AB}.$$

Из треугольника $AC_{(K)}N$ получим

$$e = (\mathbf{l}_{AB} + \mathbf{l}_{BC}) \cdot sin g, \quad (2.4)$$

а из треугольника $AC_{(H)}C_{(K)}$

$$sin g = (\mathbf{l}_{BC} - \mathbf{l}_{AB}) \cdot sin q / H_3. \quad (2.5)$$

С учетом (2.5) уравнение (2.4) примет вид

$$e = (\mathbf{l}_{BC}^2 - \mathbf{l}_{AB}^2) \cdot sin q / H_3. \quad (2.6)$$

Проще и нагляднее графическое решение задачи. Перед выполнением необходимых построений вычислим угол q и отношение $AC_{(K)} / AC_{(H)}$. Угол q определим по формуле (2.2), а отношение $AC_{(K)} / AC_{(H)}$ – из расчетной схемы (см. рис. 2.1)

$$\frac{AC_{(K)}}{AC_{(H)}} = \frac{\mathbf{l}_{BC} + \mathbf{l}_{AB}}{\mathbf{l}_{BC} - \mathbf{l}_{AB}} = \frac{l+1}{l-1}. \tag{2.7}$$

Задача графических построений заключается в том, чтобы найти положение точки A, ориентация которой относительно отрезка $C_{(H)}C_{(K)}$, изображающего ход ползуна, удовлетворяла бы условиям (2.2) и (2.7). Очевидно, эта точка должна находиться на пересечении линий, графически отображающих указанные условия. Построим эти линии. Условию (2.2) будет соответствовать окружность, построенная по хорде $C_{(H)}C_{(K)}$, дуга $C_{(K)}DC_{(H)}$ которой стягивает вписанный угол q (рис. 2.2). Как известно, геометрическое место точек, отношение расстояний которых от двух заданных точек ($C_{(K)}$ и $C_{(H)}$) остается постоянным (условие (2.7)), также является окружностью. Для ее построения на прямой $C_{(K)}C_{(H)}$ находим точки F и G, которые делили бы внутренним и внешним образом отрезок $C_{(K)}C_{(H)}$ так, чтобы выполнялось условие

$$\frac{C_{(K)}F}{C_{(H)}F} = \frac{C_{(K)}G}{C_{(H)}G} = \frac{l+1}{l-1}. \tag{2.8}$$

Отрезок FG является диаметром окружности по условию (2.8). Пересечение двух построенных окружностей дает искомую точку A.

Решая уравнения (см. рис. 2.1, 2.2)

$$\left.\begin{aligned} AC_{(K)} &= BC + AB \\ AC_{(H)} &= BC - AB \end{aligned}\right\}, \tag{2.9}$$

получим

$$AB = \left(AC_{(K)} - AC_{(H)}\right)/2. \tag{2.10}$$

Тогда

$$BC = l \cdot AB. \quad (2.$$

11)

Действительные значения искомых длин определяются с учетом принятого для графических построений масштабного коэффициента длины $m_{\mathbf{l}}$, $м/мм$:

$$\mathbf{l}_{AB} = m_{\mathbf{l}} \cdot AB;$$
$$\mathbf{l}_{BC} = m_{\mathbf{l}} \cdot BC;$$
$$e = m_{\mathbf{l}} \cdot AN.$$

2.2. Условия проектирования (см. рис. 2.1):

ход ползуна H_3;

отношение $\mathbf{l}_{BC} / \mathbf{l}_{AB} = l$;

внеосность e, $м$.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

Приняв масштабный коэффициент $m_{\mathbf{l}}$, построим отрезок $C_{(H)}C_{(K)}$, соответствующий ходу ползуна H_3 (см. рис. 2.2).Параллельно этому отрезку на расстоянии, определяемом внеосностью e, проведем прямую MM. Как и при решении задачи 2.1, найдем на прямой $C_{(K)}C_{(H)}$ точки F и G, которые делили бы отрезок $C_{(K)}C_{(H)}$, удовлетворяя условие (2.8). Построив на отрезке FG, как на диаметре, окружность, получим точку A, которая лежит на пересечении этой окружности с прямой MM. По уравнениям (2.10) и (2.11) вычислим длины отрезков AB и BC, а затем длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

2.3. Условия проектирования (см. рис. 2.1):

ход ползуна H_3;

внеосность e, $м$;

коэффициент изменения средней скорости выходного звена K.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

Вычислив по уравнению (2.2) угол q между линиями кривошипа в крайних положениях механизма, построим на хорде $C_{(K)}C_{(H)}$, соответствующей ходу ползуна H_3, дугу $C_{(K)}DC_{(H)}$, стягивающую вписанный угол q (см. рис. 2.2). Параллельно отрезку $C_{(K)}C_{(H)}$ на расстоянии, определяемом внеосностью e, проведем прямую MM, пересечение которой с продолжением дуги $C_{(K)}DC_{(H)}$ даст точку A. Положение этой точки удовлетворяет условиям проектирования. Поэтому, применяя зависимости (2.10) и (2.11), определим отрезки AB и BC, а по ним – длины $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

2.4. Условия проектирования (см. рис. 2.1):

ход ползуна H_3;

допустимые углы давления (угол давления – угол между вектором силы, приложенной к ведомому звену, и вектором скорости точки приложения движущей силы; трение и ускоренное движение масс здесь не учитываются) при рабочем (прямом) $\lfloor J_{32\,p} \rfloor$ и холостом (обратном) $\lfloor J_{32\,x} \rfloor$ ходах ползуна.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$ и внеосность e.

Угол давления J_{32} достигает экстремальных значений в таких положениях механизма, когда кривошип перпендикулярен к линии ползуна (см. рис. 2.1):

$$\sin J_{32\,p\,max} = (\mathbf{l}_{AB} - e) / \mathbf{l}_{BC}; \tag{2.12}$$

$$\sin J_{32\,x\,max} = (\mathbf{l}_{AB} + e) / \mathbf{l}_{BC}. \tag{2.13}$$

Согласно условиям проектирования

$$\sin J_{32\,p\,max} = \lfloor J_{32\,p} \rfloor;\ \sin J_{32\,x\,max} = \lfloor J_{32\,x} \rfloor. \tag{2.14}$$

Решая совместно (2.12) и (2.13) с учетом (2.14), получим:

$$\sin J_{32\,p\,max} = (\mathbf{l}_{AB} - e) / \mathbf{l}_{BC}; \tag{2.16}$$

где P_1, P_2 – соответственно полусумма и полуразность синусов заданных допустимых углов давления.

В соответствии с расчетной схемой

$$H_3 = \mathbf{l}_{NC(K)} - \mathbf{l}_{NC(H)} = \sqrt{(\mathbf{l}_{BC} + \mathbf{l}_{AB})^2 - e^2} - \sqrt{(\mathbf{l}_{BC} - \mathbf{l}_{AB})^2 - e^2}. \tag{2.17}$$

Решение (2.17) относительно $\mathbf{l}_{BC}$; с учетом (2.15), (2,16) дает

$$\mathbf{l}_{BC} = H_3 / \left[\sqrt{(1 + P_1)^2 - P_2^2} - \sqrt{(1 - P_1)^2 - P_2^2} \right]. \tag{2.18}$$

После определения искомых величин по формулам (2.18), (2.15), (2.16) следует проверить угол давления $J_{32(H)}$ в начале рабочего хода

$$\sin J_{32(H)} = e / (\mathbf{l}_{BC} - \mathbf{l}_{AB}) \le \sin\lfloor J_{32\,p} \rfloor. \tag{2.19}$$

Если условие (2.19) не выполняется, то $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{BC}$ и e следует определять так, как это изложено в задаче 2.5.

Если допустимые углы давления для рабочего и холостого ходов одинаковые, то механизм получаемся центральным:

$$e = 0;\ \mathbf{l}_{AB} = H_3 / 2;\ \mathbf{l}_{BC} = \mathbf{l}_{AB} / \sin\lfloor J_{32} \rfloor.$$

2.5. Условия проектирования (см. рис. 2.1):

ход ползуна H_3;

допустимый угол давления при рабочем (прямом) ходе $\lfloor J_{32\,p} \rfloor$.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$ и внеосность e.

Во время рабочего хода угол давления $J_{32\,p}$ имеет наибольшие по абсолютной величине, но разные по знаку значения в начальном положении $J_{32(H)}$ и в положении, когда кривошип перпендикулярен линии движения ползуна $J_{32\,p\,max}$. Приравнивая эти углы к допустимому $\lfloor J_{32\,p} \rfloor$ и решая уравнения (2.12), (2.19), получим относительные размеры звеньев, выраженные в долях радиуса кривошипа

$\mathbf{l}_{AB}$: $\mathbf{l}_{BC}/\mathbf{l}_{AB} = l = \left(1+sin\left[J_{32\ p}\right]\right)/\left(2\,sin\left[J_{32\ p}\right]\right)$

(2.20) $e/\mathbf{l}_{AB} = s = \left(l-1\right)/\left(2l-1\right).$

(2.21)

Согласно формуле (2.17)

$$H_3/\mathbf{l}_{AB} = h_3 = \sqrt{\left(l+1\right)^2 - s^2} - \sqrt{\left(l\,2-1\right)^2 - s^2}\,.$$

(2.

22)

Таким образом, можно найти одну из искомых величин:

$$\mathbf{l}_{AB} = H_3/h_3,$$

(2.

23)

где h_3 вычисляется по формуле (2.22) с предварительным определением l и s согласно зависимостям (2.20), (2.21). Далее находим

$$\mathbf{l}_{BC} = l\cdot\mathbf{l}_{AB},\ e = s\,\mathbf{l}_{AB}.$$

(2.

24)

2.6. Условия проектирования (см. рис. 2.1):

ход ползуна H_3;

габаритный размер $x_{C(K)}$.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$, внеосность e.

В такой постановке задача имеет бесчисленное множество решений. Выберем из них такое, при котором углы давления во время рабочего (прямого) хода будут иметь возможно меньшее значение (при $J_{32(H)} = J_{32\ p\ max}$).

Поскольку габаритный размер $x_{C(K)}$ без ущерба для механизма можно выполнить несколько меньше заданного, то воспользуемся приближенно соотношением

$$l = \mathbf{l}_{BC}/\mathbf{l}_{AB} \approx \left(x_{C(K)} - H_3/2\right)/\left(H_3/2\right) = 2x_{C(K)}/H_3 - 1.$$

Далее по формулам (2.21) – (2.24) определим s, h_3, $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{BC}$ и e. В заключение можно проверить габаритный размер

$$x_{C(K)} = \sqrt{\left(\mathbf{l}_{BC} + \mathbf{l}_{AB}\right)^2 - e^2}\,,$$

который будет несколько меньше заданного, но при $x_{C(K)} > 2H_3$ ошибка составит менее 1%.

3. Кривошипно-коромысловые механизмы.

3.1. Условия проектирования (рис. 3.1):

длина звона $3\mathbf{l}_{CD}$ и расстояние $\mathbf{l}_{AD}$;

крайние положения 3-го звена, определяемые углами $j_{3(H)}$, и $j_{3(K)}$.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

В начале выполним аналитическое решение задачи. В крайних положениях механизма кривошип 1 и шатун 2 находятся на одной линии. В данной схеме в начальном положении механизма шатун как бы является продолжением линии кривошипа, а в конечном положении шатун накладывается на кривошип. Поэтому

$$\mathbf{l}_{AC(H)} = \mathbf{l}_{BC} + \mathbf{l}_{AB}; \qquad (3.1)$$

$$\mathbf{l}_{AC(K)} = \mathbf{l}_{BC} - \mathbf{l}_{AB}, \qquad (3.2)$$

откуда

$$\mathbf{l}_{AB} = \left(\mathbf{l}_{AC(H)} - \mathbf{l}_{AC(K)}\right)/2; \qquad (3.1)$$

$$\mathbf{l}_{BC} = \left(\mathbf{l}_{AC(H)} + \mathbf{l}_{AC(K)}\right)/2. \qquad (3.4)$$

Определив $\mathbf{l}_{AC(H)}$ и $\mathbf{l}_{AC(K)}$ из треугольников $AC_{(H)}D$ и $AC_{(K)}D$ с использованием теоремы косинусов, приведем уравнения (3.3) и (3.4) к виду:

$$\mathbf{l}_{AB} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\mathbf{l}_{AD}^2 + \mathbf{l}_{CD}^2 - 2\mathbf{l}_{AD}\mathbf{l}_{AD}\cos\left(180^0 - j_{3(H)}\right)} - \right.$$
$$\left. - \sqrt{\mathbf{l}_{AD}^2 + \mathbf{l}_{CD}^2 - 2\mathbf{l}_{AD}\mathbf{l}_{AD}\cos\left(180^0 - j_{3(K)}\right)}\right]; \qquad (3.5)$$

$$\mathbf{l}_{BC} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\mathbf{l}_{AD}^{2} + \mathbf{l}_{CD}^{2} - 2\mathbf{l}_{AD}\mathbf{l}_{AD}\cos\left(180^{0} - j_{3(H)}\right)} - \right.$$
$$\left. - \sqrt{\mathbf{l}_{AD}^{2} + \mathbf{l}_{CD}^{2} - 2\mathbf{l}_{AD}\mathbf{l}_{AD}\cos\left(180^{0} - j_{3(K)}\right)}\right]. \tag{3.6}$$

При графическом решении задачи следует, приняв $m_{\mathbf{l}}$ и используя входные данные, вычертить коромысло 3 в крайних положениях и показать точку A. Соединив точку A с точками $C_{(H)}$ и $C_{(K)}$ и, оперируя полученными отрезками, получим уравнения, аналогичные (3.1 – 3.4):

$$AC_{(H)} = BC + AB; \tag{3.7}$$

$$AC_{(K)} = BC - AB, \tag{3.8}$$

откуда

$$AB = \left(AC_{(H)} - AC_{(K)}\right)/\,2; \tag{3.9}$$

$$BC = \left(AC_{(H)} + AC_{(K)}\right)/\,2. \tag{3.10}$$

Затем, используя $m_{\mathbf{l}}$, определим действительные длины $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

3.2. Условия проектирования (рис. 3.1):

длина коромысла $\mathbf{l}_{CD}$;

крайние положения коромысла, определяемые углами $j_{3(H)}$ и $j_{3(K)}$;

коэффициент изменения средней скорости выходного звена K.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{BC}$, расстояние $\mathbf{l}_{AD}$.

По формуле (2.2) определим угол θ между линиями кривошипа в крайних положениях механизма. Проецируя контур механизма на оси Ax и Ay, получим для начального положения:

$$\left(\mathbf{l}_{BC}+\mathbf{l}_{AB}\right)\cos\varphi_{1(H)}=\mathbf{l}_{AD}+\mathbf{l}_{CD}\cos\varphi_{3(H)}; \qquad (3.11)$$

$$\left(\mathbf{l}_{BC}+\mathbf{l}_{AB}\right)\cos\varphi_{1(H)}=\mathbf{l}_{CD}\sin\varphi_{3(H)}, \qquad (3.12)$$

для конечного положения

$$\left(\mathbf{l}_{BC}-\mathbf{l}_{AB}\right)\cos\left(\varphi_{1(K)}-\pi\right)=\mathbf{l}_{AD}-\mathbf{l}_{CD}\cos\left(\pi-\varphi_{3(K)}\right);$$

(3.13)

(3.13)

$$\left(\mathbf{l}_{BC}-\mathbf{l}_{AB}\right)\sin\left(\varphi_{1(K)}-\pi\right)=\mathbf{l}_{CD}\sin\left(\pi-\varphi_{3(K)}\right). \qquad (3.14)$$

Согласно расчетной схеме

$$\varphi_{1(K)}-\pi=\varphi_{1(H)}+\theta .$$

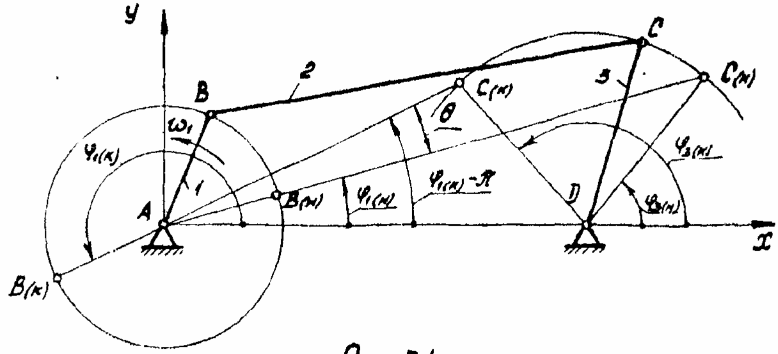

Рис. 3.1

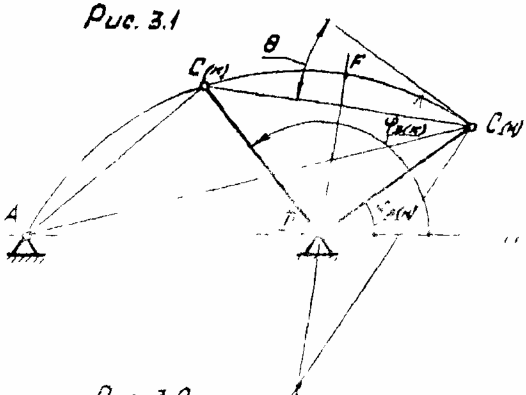

Рис. 3.2

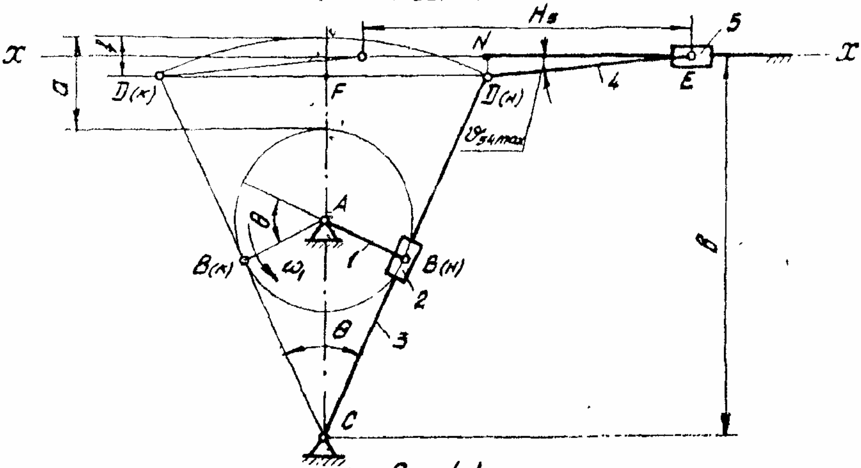

Рис. 4.1

Тогда

$$tg\left(j_{1(K)} - p\right) = tg\left(j_{1(H)} + q\right) = \left(tg j_{1(H)} + tgq\right) / \left(1 - tg j_{1(H)} \cdot tgq\right). \quad (3.15)$$

Решая попарно уравнения (3.11) и (3.12), (3,13) и (3.14), получим:

$$tg j_{1(H)} = \mathbf{l}_{CD} \cdot sin j_{3(H)} / \left(\mathbf{l}_{AD} + \mathbf{l}_{CD} \cdot cos j_{3(H)}\right), \quad (3.16)$$

$$tg\left(j_{1(K)} - p\right) = \mathbf{l}_{CD} \cdot sin\left(p - j_{3(H)}\right) / \left[\mathbf{l}_{AD} - \mathbf{l}_{CD} \cdot cos\left(p - j_{3(K)}\right)\right]. \quad (3.17)$$

Из уравнения (3.15) с учетом (3.16) и (3.17) следует

$$\mathbf{l}_{AD} = \left(-t_2 \pm \sqrt{t_2^2 - 4t_1 t_3}\right) / \left(2t_1\right), \quad (3.18)$$

где $t_1 = tgq$;

$$t_2 = \mathbf{l}_{CD}\left\{tgq\left[cos j_{3(H)} - cos\left(p - j_{3(K)}\right)\right] + sin j_{3(H)} - sin\left(p - j_{3(K)}\right)\right\};$$

$$t_3 = -\mathbf{l}_{CD}^2 gq\left[sin\left(j_{3(H)} - p + j_{3(K)}\right) - tgq\ cos\left(j_{3(H)} - p + j_{3(K)}\right)\right].$$

Определив по уравнениям (3.16), (3.17) углы $j_{1(H)}$ и $j_{1(K)}$ и решив совместно уравнения (3.12), (3.14), получим :

$$\mathbf{l}_{BC} = \frac{\mathbf{l}_{CD}}{2}\left[\frac{sin j_{3(H)}}{sin j_{1(H)}} + \frac{sin\left(p - j_{3(K)}\right)}{sin\left(j_{1(K)} - p\right)}\right]; \quad (3.19)$$

$$\mathbf{l}_{AB} = \frac{\mathbf{l}_{CD}}{2}\left[\frac{sin j_{3(H)}}{sin j_{1(K)}} - \frac{sin\left(p - j_{3(K)}\right)}{sin\left(j_{1(K)} - p\right)}\right]. \quad (3.20)$$

Графическое решение данной задачи производится в следующей последовательности. В соответствии с заданными углами $j_{3(H)}$ и $j_{3(K)}$ построим коромысло 3 в крайних положениях механизма – отрезки $C_{(H)}D$ и $C_{(K)}D$ (рис. 3.2), длина которых соответствует принятому масштабному коэффициенту $m_{\mathbf{l}}$. По формуле (2.2) определим угол q и по хорде $C_{(H)}C_{(K)}$ построим окружность, дуга $C_{(H)}FC_{(K)}$ которой стягивает этот угол как вписанный. Пересечение указанной окружности с прямой MM определяет положение точки A и позволяет вычислить расстояние $\mathbf{l}_{AD}$:

$$\mathbf{l}_{AD} = m_{\mathbf{l}} \cdot AD .$$

Соединив точку A с точками $C_{(H)}$ и $C_{(K)}$, получим отрезки прямых линий $AC_{(H)}$ и $AC_{(K)}$. По уравнениям (2.10), (2.11) вычислим длины отрезков AB и BC, а по ним – длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

4. Механизм с качающейся кулисой.

4.1. Условия проектирования (рис. 4.1):

ход выходного звена H_5;

коэффициент изменения средней скорости выходного звена K;

допустимый угол давления $[J_{54}]$

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{CD}$, $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{AC}$, $\mathbf{l}_{DE}$, расстояние между осью вращения кулисы и осью направляющей ползуна 5.

Острый угол q между линиями кривошипа в крайних положениях механизма определяется по уравнению (2.2). Ему равен угол между линиями кулисы в тех же крайних положениях, то есть угловой ход кулисы.

Так как $\mathbf{l}_{(H)}D_{(K)} = H_5$, то из треугольника $CFD_{(H)}$ найдем

$$\mathbf{l}_{CD} = H_5 / [2 \sin(q / 2)]. \qquad (4.1)$$

В среднем (вертикальном) положении кулисы 3 длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{CD}$, $\mathbf{l}_{AC}$ связаны соотношением

$$\mathbf{l}_{CD} = \mathbf{l}_{AC} + \mathbf{l}_{AB} + a , \qquad (4.2)$$

где a, – размер, выбираемый конструктивно из соображений наиболее полного использования длины кулисы. С другой стороны, из треугольника ABC следует

$$\mathbf{l}_{AB} = \mathbf{l}_{AC} \cdot sin(q / 2). \tag{4.3}$$

Решая уравнения (4.2) и (4.3), получим:

$$\mathbf{l}_{AC} = (\mathbf{l}_{CD} - a) / [1 + sin(q / 2)]. \tag{4.4}$$

Теперь по формуле (4.3) можно определить $\mathbf{l}_{AB}$. Для механизмов данного типа обычно выполняется условие $\mathbf{l}_{AC} / \mathbf{l}_{AB} \geq 2$.

При ведущем кривошипе угол давления при передаче усилия от шатуна 2 к кулисе 3 $J_{32} = 0$, что является достоинством кулисных механизмов. Для обеспечения наименьших углов давления при передаче усилия от шатуна 4 к ползуну 5 целесообразно положение оси $x - x$ направляющей ползуна 5 выбрать так, чтобы она делила стрелку сегмента f пополам. Тогда из прямоугольного треугольника NDE следует

$$\mathbf{l}_{DE} \geq f / (2 \sin J_{32 max}), \tag{4.5}$$

где $f = \mathbf{l}_{CD} - \mathbf{l}_{CD} \cdot cos(q / 2)$;

$$J_{54 max} = [J_{54}]. \tag{4.6}$$

Расстояние между осью вращения кулисы и осью направляющей ползуна 5 определим по формуле

$$b = \mathbf{l}_{CD} - f / 2. \tag{4.7}$$

4.2. Условия проектирования (см. рис. 4.1):

ход выходного звена H_5;

средняя скорость выходного звена $v_{5\ cp}$;

коэффициент изменения средней скорости выходного звена K;

длины $\mathbf{l}_{AC}$; $\mathbf{l}_{DE}$.

Определить угловую скорость кривошипа w_1, длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{CD}$, расстояние между осью вращения кулисы и осью направляющей ползу на 5.

Средняя скорость выходного звена определяется величиной хода этого звена и частотой вращения кривошипа n , c^{-1} :

$$v_{5\,cp} = 2H_5 w_1 / p ,$$

где $n_1 = w_1 / 2p$. Из уравнения (4.8) получим зависимость для определения угловой скорости кривошипа

$$w_1 = p v_{5\,cp} / H_5 . \tag{4.9}$$

Пользуясь зависимостями (2.2), (4.1), (4.3), (4.6), (4.7), определим q , $\mathbf{l}_{CD}$, $\mathbf{l}_{AB}$, f , b .

5. Механизм с вращающейся кулисой.

Условия проектирования (рис. 5.1):

длина кривошипа $\mathbf{l}_{AB}$;

ход ползуна H_5 ;

коэффициент изменения средней скорости выходного звена K ;

допустимый угол давления $[J_{54}]$;

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{CD}$, $\mathbf{l}_{DE}$, $\mathbf{l}_{AC}$.

Рассматривая треугольник $AB_{(H)}C$, получим:

$$\mathbf{l}_{AC} = \mathbf{l}_{AB} \cdot sin(q / 2), \tag{5.1}$$

где q – угол между линиями кривошипа 1 в крайних положениях механизма, определяемый по формуле (2.2). Обычно для механизмов такого типа $\mathbf{l}_{AB} / \mathbf{l}_{AC} \geq 2$.

Крайние положения точки E $\left(E_{(H)}, E_{(K)}\right)$определяются такими положениями точки B $\left(B_{(H)}, B_{(K)}\right)$, когда линии кулисы 3 и шатуна 4 совпадают. Поэтому длина $\mathbf{l}_{CD}$. определяется отношением

$$\mathbf{l}_{CD} = H_5 / 2 . \qquad (5.2)$$

Длина шатуна $4\mathbf{l}_{DE}$ должна быть такой, чтобы максимальная величина угла давления J_{54} не превосходила допустимого значения $[J_{54}]$. В связи с этим, как следует из расчетной схемы (см. рис. 5.1), должно выполняться условие

$$\mathbf{l}_{DE} \geq H_5 / (2 \sin[J_{54}]). \qquad (5.3)$$

Удлинять шатун 4 сверх полученного предела нецелесообразно, так как это приведет к увеличению габаритов механизма.

6. Механизм с качающимся цилиндром

6.1. Условия проектирования (рис. 6.1):

длина коромысла $\mathbf{l}_{AB}$;

угловой ход b_1 ведомого звена – коромысла 1;

допустимый угол давления $[J_{12}]$ – ограничение угла между осью цилиндра, по направлению которой передается сила F_{12}, и вектором скорости v_B точки приложения силы.

Определить ход поршня H_2 и расстояние $\mathbf{l}_{AC}$.

Механизм с качающимся цилиндром применяется в гидроприводах. На расчетной схеме (см. рис. 6.1) он показан в крайних положениях. При переходе из одного крайнего положения в другое поршень 2 перемещается на величину хода H_2, а ведомое звено – коромысло 1 поворачивается на угол b_1. Чтобы полностью использовать цилиндр при перемещении поршня, зададимся отношением длины цилиндра $\mathbf{l}_3 \approx \mathbf{l}_{3(H)C}$ к ходу поршня H_2, выразив его коэффициентом $j = \mathbf{l}_3 / H_2 > 1$, который определяется конструктивно (например, $j = 1{,}3; 1{,}4$ и т.д.).

Синтез оптимальной по углам давления схемы такого механизма будем выполнять следующим образом. Построив коромысло в двух крайних положениях ($AB_{(H)}$ и $AB_{(K)}$) примем ход поршня

$H_2 = \mathbf{l}_{B(H)B(K)}$. Отложив на продолжении прямой $B_{(K)}B_{(H)}$ отрезок $\mathbf{l}_3 = \mathbf{l}_{B(H)C} = H_2 \cdot j$, получим точку C. Как это видно из треугольников $AB_{(H)}N$ и $AB_{(K)}N$, угол давления J_{12} будет наибольшим по абсолютной величине в крайних положениях механизма: $J_{12max} = b_1 / 2$. Из треугольника $AB_{(H)}N$ следует

$$H_2 = 2\mathbf{l}_{AB} \sin(b_1 / 2), \quad (6.1)$$

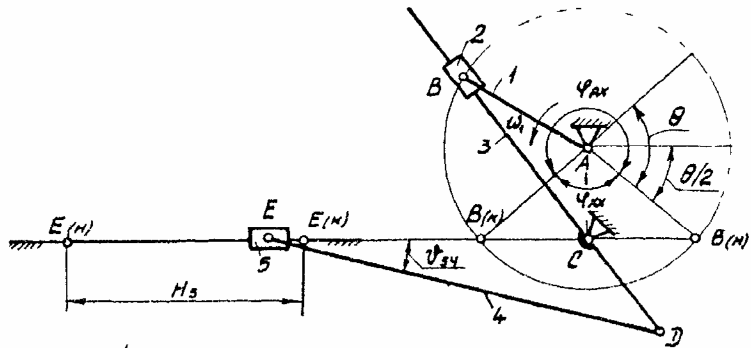

Рис. 5.1

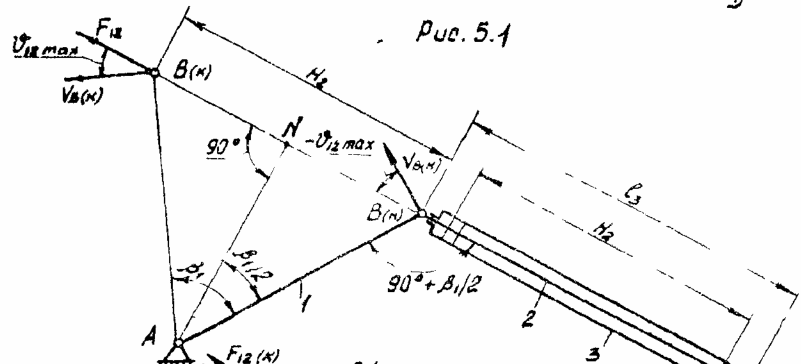

Рис. 6.1

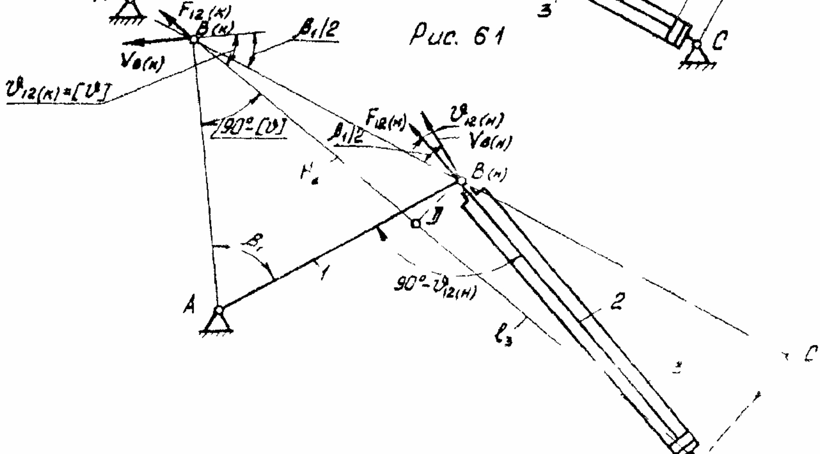

Рис 6.2

а из треугольника $AB_{(H)}C$ по теореме косинусов

$$\mathbf{l}_{AC} = \sqrt{\mathbf{l}_{AB}^2 + \mathbf{l}_3^2 + 2\mathbf{l}_{AB}\mathbf{l}_3 \sin(b_1/2)}. \qquad (6.2)$$

При небольших значениях углового хода коромысла b_1 угол J_{12max} может быть в данной схеме значительно меньше $[J_{12}]$, что позволяет улучшить ее с точки зрения габаритов механизма путем уменьшения длины $\mathbf{l}_{AC}$.

6.2. Условия проектирования (рис. 6.2):

длина коромысла $\mathbf{l}_{AB}$;

угловой, ход коромысла b_1;

допустимый угол давления $[J_{12}]$;

отношение длины цилиндра $\mathbf{l}_3$ к ходу поршня H_2 $j = \mathbf{l}_3 / H_2$.

Определить ход поршня H_2 и расстояние $\mathbf{l}_{AC0}$ при условии обеспечения минимальных габаритов механизма.

Вычертив вначале схему механизма с качающимся цилиндром аналогично рис. 6.1 (рис. 6.2), переместим точку C в новое положение C_0. Для которого угол давления в конечном положении механизма увеличится и будет равен допускаемому: $J_{12(K)} = [J_{12}]$. При перемещении точки C угол давления в начальном положении также меняется: вначале он уменьшается, а затем может, пройдя через нулевое значение, поменять знак и снова увеличиваться.

Ход поршня теперь будет $H_2 = \mathbf{l}_{B(K)D} < \mathbf{l}_{B(H)B(K)}$. Его можно найти, решая квадратное уравнение, полученное из треугольника $C_0 B_{(H)} B_{(K)}$ по теореме косинусов:

$$\mathbf{l}_{B(H)C0}^2 = \mathbf{l}_{B(H)B(K)}^2 + \mathbf{l}_{C0B(K)}^2 - 2\mathbf{l}_{B(H)B(K)} \cdot \mathbf{l}_{C0B(K)} \cos([J_{21}] - b/2),$$

где $\mathbf{l}_{B(H)C0} = j \cdot H_2$, $\mathbf{l}_{B(H)B(K)} = 2\mathbf{l}_{AB} \sin(b/2)$, $\mathbf{l}_{C0B(K)} = j \cdot H_2 + H_2 = H_2(j+1)$.

Решение этого уравнения приводит к результату

$$H_2 = -p/2 + \sqrt{p^2/4 - q}\ ,$$

где $p = 4\mathbf{l}_{AB}(j+1)\sin(b/2)\cos([J_{12}] - b/2)/(2j+1)$;

$$q = [2\mathbf{l}_{AB}\sin(b/2)]^2/(2j+1).$$

После этого определим $\mathbf{l}_3 = j \cdot H_2$. Формулу для вычисления расстояния $\mathbf{l}_{AC0}$ получим, рассмотрев треугольник $AC_0B_{(K)}$:

$$\mathbf{l}_{AC0} = \sqrt{\mathbf{l}_{AB}^2 + (\mathbf{l}_3 + j)^2 - 2\mathbf{l}_{AB}(\mathbf{l}_3 + j)\sin[J_{12}]}\,.$$

Данный вариант кинематической схемы наиболее приемлем для случая, когда внешняя нагрузка на ведомом звене имеет большие значения в начале движения, поскольку при этом выполняется соотношение $J_{12(H)} < J_{12(K)} = [J_{12}]$, в результате чего в начальный момент времени можно получить большой момент движущей силы $F_{12(H)}$ относительно оси A, снизив потери не трение в кинематических парах.

7. Шестизвенные рычажные механизмы различного назначения.

7.1. Механизм грохота (рис. 7.1, *а*).

Условия проектирования:

ход ползуна H_5;

расстояние между осями вращения кривошипов $\mathbf{l}_{AD}$;

угол a между линией центров кривошипов и направлением движения ползуна;

коэффициент изменения средней скорости выходного звена K;

допустимые углы давления $[J_{54}]$, $[J_{32}]$.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{BC}$, K.

В данном механизме время хода ползуна 5 вправо больше времени обратного хода. Для отрыва материала от решета ведомое звено должно иметь ускорение, больше критического. Это условие обеспечивается заданием соответствующего для денной схемы коэффициента K.

Радиус кривошипа $\mathbf{l}_{CD}$ к длина шатуна $\mathbf{l}_{CE}$ определяются из следую соотношений:

$$\mathbf{l}_{CB} = H_5 / 2\,;\; \mathbf{l}_{CE} = \mathbf{l}_{CD} / sin[J_{54}].$$

Крайним положениям механизма соответствуют горизонтальные положения звена 3. Задача определения $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$, сводится, таким образом, к проектированию двухкривошипного механизма по двум заданным горизонтальным положениям ведомого кривошипа 3 при известных K, a, $\mathbf{l}_{AD}$, $\mathbf{l}_{CD}$, (рис. 7.1, *б*).

Введем обозначения

$$r = \mathbf{l}_{AD} \cdot sin\,a\,;\; u = \mathbf{l}_{AD} \cdot cos\,a\,.$$

Запишем уравнения проекций контура $ABCD$ на оси x, y в начальном положении механизма:

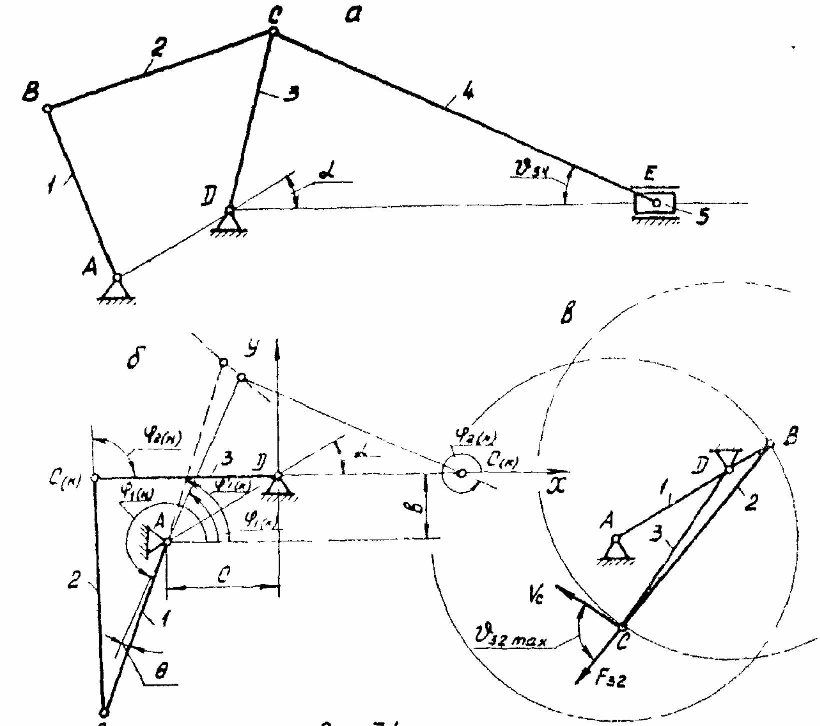

Рис. 7.1

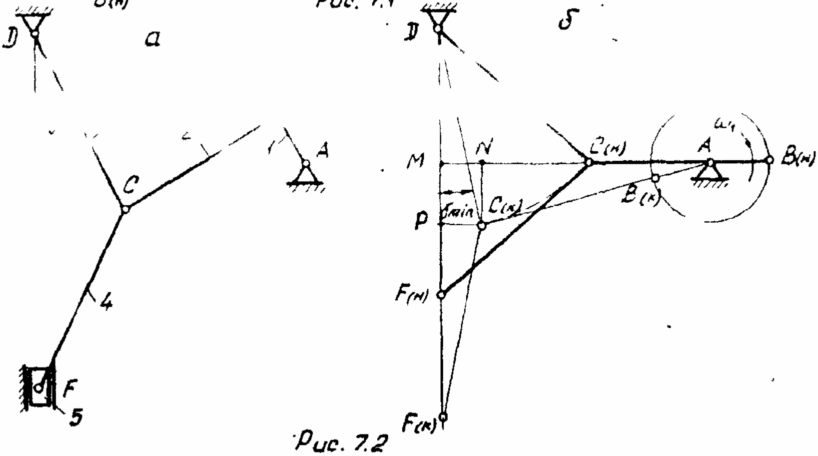

Рис. 7.2

$$l_{AB} \cdot \cos\varphi_{1(H)} + l_{BC} \cdot \cos\varphi_{2(H)} = u - l_{CD};$$

$$\mathbf{l}_{AB}\cdot sin\, j_{1(H)}+\mathbf{l}_{BC}\cdot sin\, j_{2(H)}=r\ .$$

Исключая угол $j_{2(H)}$, найдем:

$$\mathbf{l}_{BC}^{2}=\left(u-\mathbf{l}_{CD}-\mathbf{l}_{AB}\cdot cos\, j_{1(H)}\right)^{2}+\left(r-\mathbf{l}_{AB}\cdot sin\, j_{1(H)}\right)^{2}. \qquad (7.1)$$

Аналогично для конечного положения

$$\mathbf{l}_{AB}\cdot cos\, j_{1(K)}+\mathbf{l}_{BC}\cdot cos\, j_{2(K)}=u+\mathbf{l}_{CD}\,;$$

$$\mathbf{l}_{AB}\cdot sin\, j_{1(K)}+\mathbf{l}_{BC}\cdot sin\, j_{2(K)}=r\ .$$

$$\mathbf{l}_{BC}^{2}=\left(u+\mathbf{l}_{CD}-\mathbf{l}_{AB}\cdot cos\, j_{1(K)}\right)^{2}+\left(r-\mathbf{l}_{AB}\cdot sin\, j_{1(K)}\right)^{2}. \qquad (7.2)$$

Исключая из уравнений (7.1), (7.2) $\mathbf{l}_{AB}$ и имея в виду, что получим:

$$\mathbf{l}_{AB}=2\mathbf{l}_{CD}\cdot u\,/\left\{\left(\mathbf{l}_{CD}+u\right)\cdot cos\, j_{1(K)}-\left(\mathbf{l}_{CD}-u\right)\cdot cos\left(q+j_{1(K)}\right)+\right.$$
$$\left.+\ r\left[sin\left(q+j_{1(K)}\right)+sin\, j_{1(K)}\right]\right\}. \qquad (7.3)$$

Угол q, входящий в уравнение (7.3), определим по заданному K, используя формулу (2.2). Углом $j_{1(K)}$ зададимся ориентировочно. После вычисления $\mathbf{l}_{AB}$ определим $\mathbf{l}_{BC}$ в соответствии с выражением (7.2). Как видим, в связи с произвольным заданием угла $j_{1(K)}$ возможно множество решений уравнений (7.3) и (7.2). Приняв $j_{1(K)}$ равным $j'_{1(K)}$, можно аналогично предыдущему случаю найти соответствующие значения $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$, которым соответствует точка $B'_{(K)}$ (см. рис. 7.1, *б*). Штриховая линия $B_{(K)}B'_{(K)}$ представляет собой геометрическое место точки $B_{(K)}$ семейства возможных механизмов. При окончательном выборе механизма, то есть при выборе положения точки $B_{(K)}$ она должна занять на штриховой линии $B_{(K)}B'_{(K)}$ такое положение, которому соответствовало бы максимальное значение угла давления J_{32}, не превышающее допустимое значение $\left[J_{32}\right]$.

Угол давления J_{32}, принимает максимальное значение в тех положениях механизма, когда линия кривошипа 1 совпадает с линией AD (рис. 7.1, *в*). Рассматривая треугольник DBC, можно составить уравнение:

$$(\mathbf{l}_{AB}-\mathbf{l}_{AD})^2=\mathbf{l}_{BC}^2+\mathbf{l}_{CD}^2-2\mathbf{l}_{CD}\mathbf{l}_{BC}\cos\left(90^0-J_{32max}\right),$$

откуда получим формулу для проверки значения J_{32max}:

$$\sin J_{32max}=\left[\mathbf{l}_{BC}^2+\mathbf{l}_{CD}^2-(\mathbf{l}_{AB}-\mathbf{l}_{AD})^2\right]/(2\mathbf{l}_{CD}\mathbf{l}_{BC}). \qquad (7.4)$$

Таким образом, задавшись ориентировочным значением угла $j_{1(K)}$ и определив по уравнениям (7.3) и (7.2) $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$, найдем по формуле (7.4) угол J_{32max} проектируемого механизма. Если J_{32max} окажется больше $[J_{32}]$, то следует произвести пересчет $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$, изменив угол $j_{1(K)}$ в сторону увеличения (для рычажных механизмов рекомендуется $[J]\le 50^0$).

7.2. Механизм пресса (рис. 7.2, *а*).

Условия проектирования:

ход ползуна H_5;

длины звеньев $\mathbf{l}_{CD}$, $\mathbf{l}_{CF}$, при этом $\mathbf{l}_{CD}=\mathbf{l}_{CF}$;

наименьший угол g_{min} отклонения звена 3 от оси направляющей ползуна 5;

коэффициент изменения средней скорости выходного эвена K;

отношение $\mathbf{l}_{BC}/\mathbf{l}_{AB}=l$,

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{BC}$ и положение оси шарнира A.

Рассматривая механизм в крайних положениях (рис, 7.2, *б*), можно сделать вывод о целесообразности приведения решения задачи к определению размеров кривошипно-ползунного механизма по коэффициенту K, отношению l и ходу выходного звена, равному длине хорды $\mathbf{l}_{C(H)C(K)}$ дуги, являющейся траекторией точки C (задача 2.1). Поэтому необходимо определить длину этой хорды.

Из треугольника $C_{(H)}NC_{(K)}$ получим

$$\mathbf{l}_{C(H)C(K)} = \sqrt{\mathbf{l}^2_{C(H)N} + \mathbf{l}^2_{NC(K)}}\,,$$

где $\mathbf{l}_{C(H)N} = \mathbf{l}_{C(H)M} - \mathbf{l}_{MN} = \mathbf{l}_{C(H)M} - \mathbf{l}_{PC(K)}$. Для определения $\mathbf{l}_{C(H)M}$ и $\mathbf{l}_{PC(K)}$ рассмотрим треугольники $DMC_{(H)}$ и $DPC_{(K)}$:

$$\mathbf{l}_{C(H)M} = \sqrt{\mathbf{l}^2_{CD} - \mathbf{l}^2_{DM}}\,;$$

$$\mathbf{l}_{PC(K)} = \mathbf{l}_{CD} \cdot sin g_{min}\,.$$

В свою очередь $\mathbf{l}_{DM} = \mathbf{l}_{DP} - \mathbf{l}_{MP}$, где $\mathbf{l}_{DP} = \mathbf{l}_{CD} \cdot cos g_{min}$, а $\mathbf{l}_{MP} = H_5 / 2$, так как треугольники $DC_{(H)}F_{(H)}$ и $DC_{(K)}F_{(K)}$ равнобедренные.

Воспользовавшись зависимостью (2.3), получим:

$$\mathbf{l}_{AB} = \mathbf{l}_{C(H)C(K)} / \sqrt{2\left[\left(1+l^2\right)+\left(1-l^2\right)cos q\right]},$$

где q определяется по формуле(2.2). Тогда $\mathbf{l}_{BC} = l \cdot \mathbf{l}_{AB}$.

Положение оси шарнира A найдем как точку пересечения дуги радиусом $\mathbf{l}_{BC} - \mathbf{l}_{AB}$, проведенной из центра $C_{(H)}$, и дуги радиусом $\mathbf{l}_{BC} + \mathbf{l}_{AB}$, проведенной из центра $C_{(K)}$.

7.3. Механизм двигателя Стирлинга (рис. 7.3).

Условия проектирования:

ход поршня отношение максимальных объемов холодной и горячей полостей цилиндра $H_3\left(H_p\right)$;

отношение максимальных объемов холодной и горячей полостей цилиндра $V_{x\,max} / V_{г\,max} = W$;

фазовый сдвиг между максимальными объемами горячей и холодной полостей a_0;

допустимый угол давления при передаче усилия от поршня 3 к шатуну 2 $\left[J_p\right]$.

Определить размеры звеньев $\mathbf{l}_{AB}\left(R_P\right)$, $\mathbf{l}_{AD}\left(R_B\right)$, $\mathbf{l}_{BC}\left(L_P\right)$, $\mathbf{l}_{DE}\left(L_B\right)$, дезаксиалы e_P, e_B угол между стержнями кривошипа g .

С целью обеспечения универсальности результатов решения задачи по отношению к механизмам двигателя любых типоразмеров расчет будем вести в относительных величинах: $k_P = e_P / R_P$; $k_B = e_B / R_B$; $l_P = R_P / L_P$; $l_B = R_B / L_B$; $a_R = R_B / R_P$; $a_L = L_P / R_B$; $a_1 = e_B / e_P$.

Перейдем от заданного в условиях проектирования хода поршня H_P к относительному ходу поршня

$$h_P = H_P / R_P. \tag{7.5}$$

Согласно расчетной схеме (рис. 7.3, *б*), на которой механизм показан в положениях, соответствующих крайним положениям поршня 3 (контурными линиями),

$$H_P = \mathbf{l}_{FC(H)} - \mathbf{l}_{FC(K)}. \tag{7.6}$$

Из рассмотрения треугольников $AFC_{(H)}$ и $AFC_{(K)}$ следует

$$\mathbf{l}_{FC(H)} = \sqrt{\left(R_P + L_P\right)^2 - e_P^2}\,;\ \mathbf{l}_{FC(K)} = \sqrt{\left(R_P - L_P\right)^2 - e_P^2}\,. \tag{7.7}$$

Предварительно вынеся из-под корня R_P в выражениях (7.7), подставим его в уравнение (7.6):

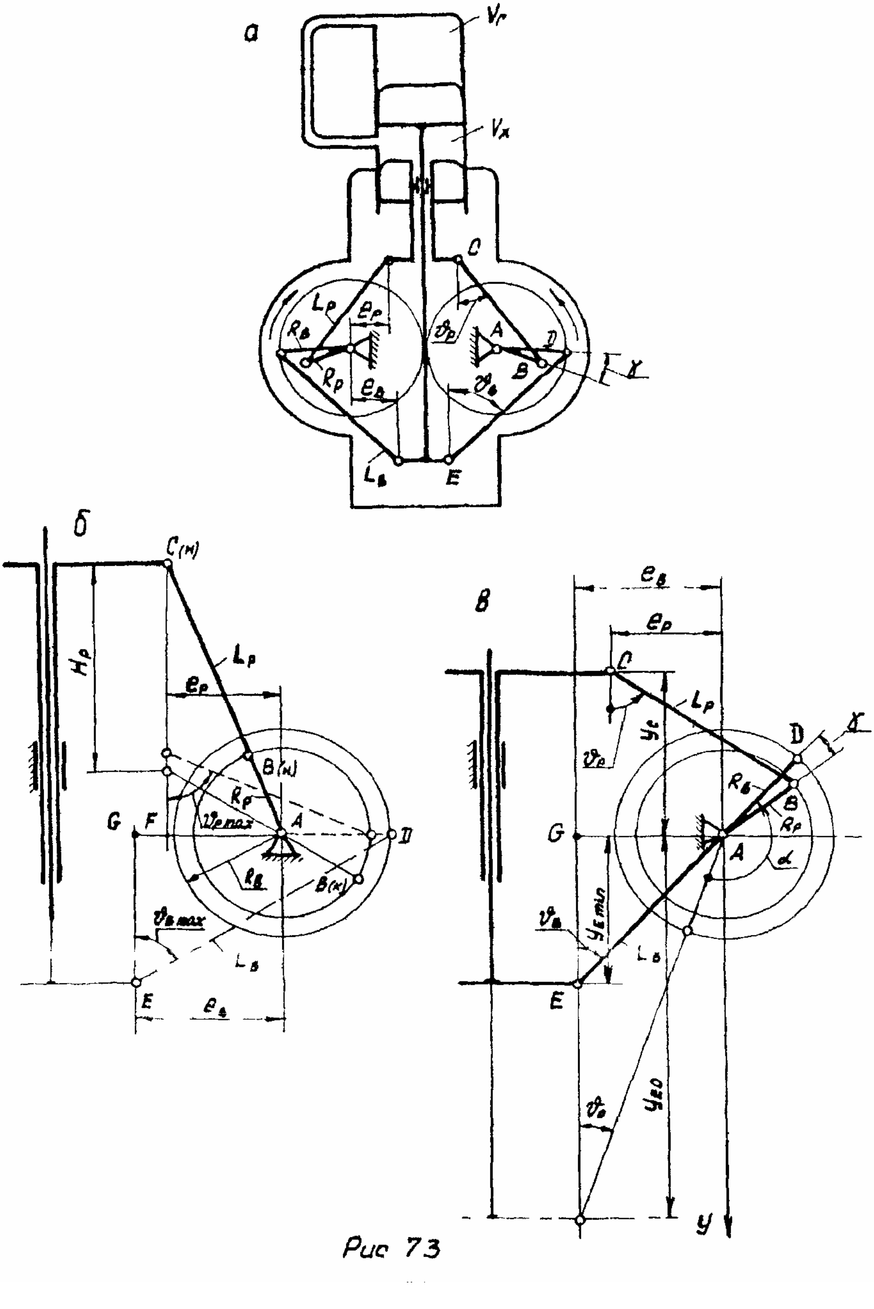
а
б
в
$V_г$
$V_х$
C
A
D
B
E
$L_р$
$L_в$
$R_в$
$R_р$
$e_р$
$e_в$
$\vartheta_р$
$\vartheta_в$
X
C(н)
B(н)
B(к)
$H_р$
G
F
$\vartheta_{р max}$
$\vartheta_{в max}$
y_c
$y_{E min}$
y_{E0}
ϑ_0
α
y

Рис 73

$$H_P = R_P\left[\sqrt{(1/\ l_P + 1)^2 - k_P^2} - \sqrt{(1/\ l_P - 1)^2 - k_P^2}\right].$$
(7.8)

С учетом (7.8) формула для определения относительного хода поршня примет вид

$$h_P = \sqrt{(1/\ l_P + 1)^2 - k_P^2} - \sqrt{(1/\ l_P - 1)^2 - k_P^2}\ .$$
(7.9)

Углы давления J_P и J_B будут иметь максимальные значения в тех положениях кривошипа 1, в которых соответствующие его стержни (AB или AD) образуют прямой угол с осью цилиндра при максимальном удалении от нее подвижных шарниров B или D (см. рис. 7.3, *б*, штриховые и штрихпунктирные линии). При этом

$$J_{P\,max} = arcsin[(R_P + e_P)/\ L_P] = arcsin[l_P(1 + k_P)];$$
(7.10)

$$J_{B\,max} = arcsin[(R_B + e_B)/\ L_B] = arcsin[l_B(1 + k_B)].$$
(7.11)

Из уравнения (7.10) следует, что

$$l_P = sin\,J_{P\,max}/(1 + k_P).$$
(7.12)

Совместное решение уравнений (7.9) и (7.12) позволяет определить k_P и l_P.

Обобщенной координатой механизма является угол поворота кривошипа a , отсчитываемый от прямой линии кривошип 1 – шатун 4, соответствующей крайнему нижнему положению вытеснителя 5 (рис. 7.3, *в*). При этом горячая полость цилиндра имеет максимальный объем $V_{г\,max}$. Положение указанной линии определяется углом J_0, который согласно расчетной схеме выражается зависимостью

$$.\,J_0 = arcsin[e_B/(R_B + L_B)] = arcsin[k_B\,l_B(1 + l_B)].$$
(7.13)

Если допустить, что в крайнем верхнем положении вытеснителя 5 объем $V_г$ равен нулю, то в любом положении механизма

$$V_г = pD^2(y_E - y_{E\,min})/\ 4,$$

(7.14)

где D – диаметр цилиндра. Проецируя контур $ADEFA$ на ось y, получим:

$$y_E = L_B \cos J_B + R_B \cos(a - J_0) = \\ = R_B[\cos J_B / l_B + \cos(a - J_0)].$$

(7.15)

Из расчетной схемы (см. рис. 7.3, *в*) также следует:

$$J_B = \arcsin\{[e_B + R_B \sin(a - J_0)] / L_B\} = \\ = \arcsin\{l_B[k_B + \sin(a - J_0)]\};$$

(7.16)

$$y_{E\,min} = \sqrt{(L_B - R_B) - e_B^2} = R_B\sqrt{(1 / l_B - 1)^2 - k_B^2}\,.$$

(7.17)

Тогда максимальный объем горячей полости будет определяться зависимостью

$$V_{г\,max} = pD^2(y_{E0} - y_{E\,min}) / 4\,,$$

(7.18)

где

$$y_{E0} = \sqrt{(L_B + R_B) - e_B^2} = R_B\sqrt{(1 / l_B + 1)^2 - k_B^2}\,.$$

(7.19)

Если считать, что при максимальном удалении друг от друга шарниров E и C, когда $y_E + |y_C| = (y_E + |y_C|)_{max}$, объем холодной полости V_x равен нулю, то в любом положении механизма

$$V_x = pD^2[H_0 - (y_E + |y_C|)] / 4\,,$$

(7.20)

где $H_0 = (y_E + |y_C|)_{max}$

(7.21)

$$|y_C| = L_B \cos J_P - R_P \cos(a - J_0 - g) = \\ = R_B[\cos J_P / l_P - \cos(a - J_0 - g)] / a_R\,;$$

(7.22)

$$\cos J_P = \sqrt{1-\{[e_R + R_B \sin(a - J_0 - g)]/L_P\}^2} =$$
$$= \sqrt{1-\{l_P[k_R + \sin(a - J_0 - g)]\}^2}.$$

(7.23)

Из уравнения (7.20) следует, что

$$V_{xmax} = pD^2[H_0 - (y_E + |y_C|)]_{max} / 4,$$

или

$$V_{xmax} = pD^2[H_0 - (y_E + |y_C|)_{min}] / 4.$$

(7.24)

Сумму $y_E + |y_C|$, в выражениях (7.20), (7.21), (7.24) можно с учетом зависимостей (7.15), (7.16), (7.22) и (7.23) привести к виду

$$y_E + |y_C| = R_B[\cos(a - J_0) - \cos(a - J_0 - g)/a_R +$$
$$+ \sqrt{1-A^2}/l_B + \sqrt{1-B^2}/(l_P a_R)],$$

(7.25)

где

$$A = l_B[k_B + \sin(a - J_0)], \quad B = l_P[k_P + \sin(a - J_0 - g)].$$

(7.26)

Приняв во внимание зависимость (7.21), приходим к выводу, что разность в квадратных скобках выражения (7.24) представляет собой разность экстремальных значений суммы $y_E + |y_C|$. Очевидно, значения обобщенной координаты a_0, соответствующей $(y_E + |y_C|)_{min}$, и a_H, соответствующей H_0, являются корнями уравнения

$$d(y_E + |y_C|)/da = 0,$$

которое после подстановки в него (7.25) и некоторых преобразований примет вид

$$sin(a - J_0) - sin(a - J_0 - g)/a_R + A cos(a - J_0)/\sqrt{1 - A^2} +$$
$$+ B cos(a - J_0 - g)/\left(a_R \sqrt{1 - B^2}\right) = 0, \tag{7.27}$$

Согласно физическому смыслу параметра W (задается в условиях проектирования) с учетом зависимостей (7.24) и (7.18) получим

$$W = \left[H_0 - \left(y_E + |y_C|\right)_{min}\right] / \left(y_{E0} - y_{E min}\right). \tag{7.28}$$

После подстановки (7.25) при $a = a_H$ и $a = a_0$, учета (7.29) и (7.27) и некоторых преобразований зависимость (7.28) примет вид

$$W = \Big\{\sqrt{1 - C_3^2} - \sqrt{1 - C_1^2} +$$
$$+ l_B\left(\sqrt{1 - C_4^2} - \sqrt{1 - C_2^2}\right)/(l_P a_R) +$$
$$+ l_B[cos(a_H - J_0) - cos(a_H - J_0)] -$$
$$- l_B[cos(a_H - J_0 - g) - cos(a_H - J_0 - g)]/a_R\Big\}/\left(\sqrt{C_5} - \sqrt{C_6}\right), \tag{7.29}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&C_1 = A, C_2 = B \; при \; a = a_0;\\
&C_3 = A, C_4 = B \; при \; a = a_H;\\
&C_3 = (1 + l_B)^2 - k_B^2 l_B^2; C_6 = (1 - l_B)^2 - k_B^2 l_B^2;\\
&l_B = a_R a_L l_P; k_B = a_E k_P / a_R.
\end{aligned}\right\} \tag{7.30}$$

Решая систему уравнений (7.27) и (7.29), учтя (7.13), (7.26), (7.30), получим величины a_R и g. Для определения угла a_H используется зависимость (7.27). При этом примем $a_i = 1$, $a_E = 1$, так как эти относительные размеры звеньев оказывают весьма незначительное влияние на параметры W и a_0. Поиск углам a_H нужно производить на участке $J_0 + g/2 + p < a < J_0 + g/2 + 2p$. Начиная решение уравнений (7.27), (7.29), следует принять начальные значения $a_R = 1$,

$g = 0$. В процессе решения a_R необходимо уменьшать, а g увеличивать. Эти направления изменения числовых значений a_R и g соответствуют приближению к корням уравнений, так как способствуют возрастанию параметров W и a_0 от неприемлемых для практики проектирования до требуемых согласно условиям синтеза величин.

Если выполняются условия $a_R \leq 1$ (при проектировании современных двигателей Стирлинга ввиду требуемых достаточно больших числовых значений W и a_0 это условие выполняется всегда), $a_L = 1$, $a_E = 1$, то всегда можно быть уверенным, что соблюдается соотношение $J_{B max} \leq J_{P max}$ и проверка выполнения условия $J_{B max} \leq [J]$ не требуется. Если же по каким-то соображениям a_L и (или) a_E не равны единице и хотя бы один из них больше единицы, то необходимо проверить выполнение условия $J_{B max} \leq [J] = 70^0$ [1], решая уравнение (7.11). Если оно не выполняется, необходимо уменьшать числовые значения a_L и (или) a_E, определяя их из уравнения (7.11) после подстановки в него $[J]$ вместо $J_{B max}$.

Для определения искомых линейных размеров перейдем от относительных величин к абсолютным длинам звеньев:

$$\mathbf{l}_{AB} = R_P = H_3 / h_3;\ \mathbf{l}_{AD} = R_B = \mathbf{l}_{AB} \cdot a_R;$$

$$\mathbf{l}_{BC} = L_P = \mathbf{l}_{AB} / l_P;\ \mathbf{l}_{DE} = L_B = \mathbf{l}_{BC} / a_L;\ e_P = k_P \mathbf{l}_{AB};$$

$$e_B = a\ e_P.$$

Длина штока вытеснителя (см. рис. 7.3, *а*) определяется зависимостью
Длина штока вытеснителя (см. рис. 7.3, *а*) определяется зависимостью

$$H_B = H_0 + H_P + DH,$$

где H_P – длина штока поршня, принимаемая конструктивно;

DH – зазор между поршнем и вытеснителем в момент их наибольшего сближения.

Расстояние H_0 вычислим по формуле (7.25) при $a = a_H$, приняв во внимание (7.13) и (7.26).

7.4. Механизм с длительным выстоем выходного звена (рис. 7.4).

Условия проектирования:

длины звеньев $\mathbf{l}_{BC} = \mathbf{l}_{CD} = \mathbf{l}_{CE}$.

Определить угол b, относительные длины звеньев $l_1 = \mathbf{l}_{AB} / \mathbf{l}_{BC}$, $l_2 = \mathbf{l}_{AD} / \mathbf{l}_{BC}$.

Основу механизма с длительным выстоем выходного звена (рис. 7.4, *а*) составляет круговой направляющий механизм, состоящий из звеньев 1, 2, 3. Чаще всего это симметричный механизм Чебышева (рис. 7.4, *б*). К нему присоединена двухповодковая структурная группа 4-5. Объяснение выстоя звена 5 заключается в следующем, Если длина звена 4 $\mathbf{l}_{EF}$ равна радиусу окружности, к которой приближена траектория точки E на некотором своем участке, а положение центра шарнира F выбрано таким образом, что в одном из крайних положений звена 5 он совпадает с центром указанной окружности, то ведомое звено 5 в этом крайнем положении будет иметь остановку, продолжительность которой равна времени прохождения точкой E участка траектории, приближенного к окружности.

Проектирование такого механизма проводится в две стадии: вначале рассматривается круговой направляющий механизм, а затем присоединенная

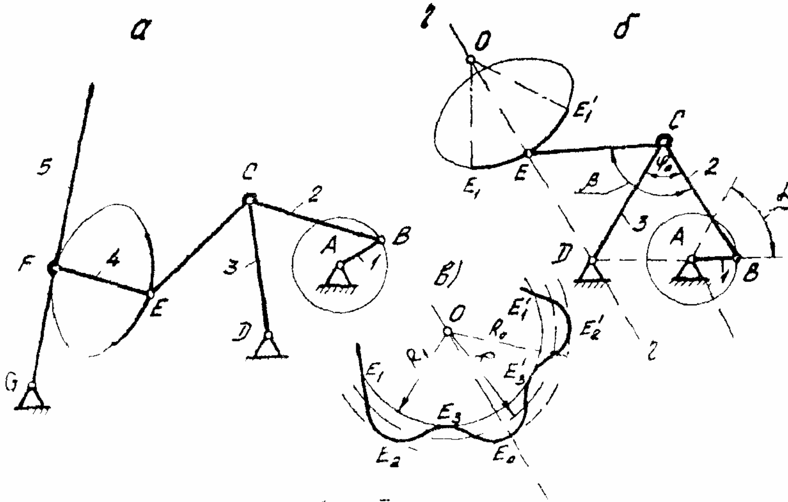

Рис. 74

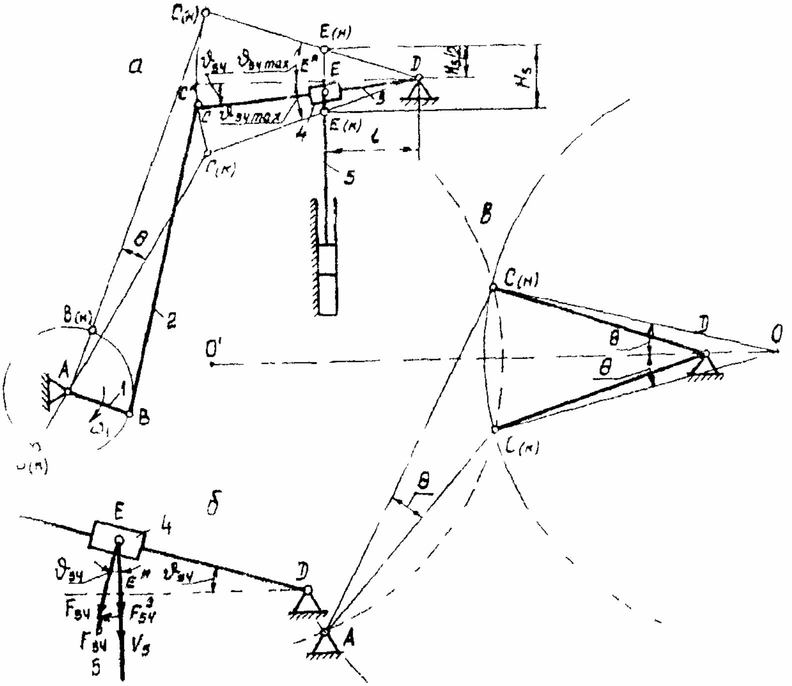

Рис. 75

к нему структурная группа.

Проектирование кругового направляющего механизма. При указанных соотношениях длин звеньев 2 и 3 точка E шатуна 2 описывает траекторию, симметричную относительно оси $h-h$, проходящей через ось неподвижного шарнира D. Угол наклона оси симметрии $h-h$ к межосевой линии AD

$$LEDA = p - b/2.$$

Чтобы 1-е звено могло совершать полный оборот, относительные размеры звеньев должны удовлетворять следующим условиям:

$$l_1 \le l_2;\ l_1 + l_2 \le 2.$$

Случай, когда $l_1 = l_2$ или $l_1 + l_2 = 2$, являются граничными. Для практики интереса не представляют, так как в движении звеньев возникает неопределенность.

Точка E будет находиться на оси симметрии $h-h$ всякий раз, когда линия кривошипа будет совпадать с межосевой линией AD. Эти положения будем называть средними (внешним и внутренним) положениями механизма.

При некоторых значениях искомых параметров механизма траектория точки E на участке, выделенном утолщенной линией (см. рис. 7.4, *б*), расположится в области между двумя концентрическими окружностями радиусов R_0 и R_1 и будет соприкасаться с первой окружностью в точках E_0, E_2, E'_2, а со второй – в точках E_3 и E'_3 (рис. 7.4, *в*). Это соответствует повороту кривошипа 1 на угол $\pm a_{(1)}$. В точках E_1 и E'_1 траектория точки E пересекает окружность радиуса R_1 и выходит за пределы указанной области. Очевидно, если разность между R_0 и R_1 мала, то на участке $E_1E'_1$ траектория точки E будет мало отличаться от дуги окружности радиуса $R = (R_0 + R_1)/2$. Окружность радиуса R пересекает траекторию точки E в шести точках. Этот случай дает возможность решить задачу синтеза симметричного кругового направляющего механизма с помощью теории наилучшего приближения.

Обозначим переменный угол BCD через j. Значение этого угла при среднем внешней положении механизма, то есть когда точка E совпадает с точкой E_0 траектории, обозначим через $j_{(0)}$. Соответственно обозначим значения этого угла в положениях, когда точка E приходит в точки $E_{(1)}$, $E'_{(1)}$ через $j_{(1)}$, в точки $E_{(2)}$ и $E'_{(2)}$ –

через $j_{(2)}$ и в точки $E_{(3)}$, $E'_{(3)}$ – через $j_{(3)}$.

Между углами $j_{(0)}$, $j_{(1)}$, $j_{(2)}$ и $j_{(3)}$ существуют следующие зависимости

$$ctg\left(j_{(2)}/2\right)=\left\{1/sin\left[\left(j_{(0)}-j_{(1)}\right)/4\right]\right\}\times$$
$$\times\left\{\sqrt{sin\left(j_{(2)}/2\right)/sin\left(j_{(1)}/2\right)}-cos\left[\left(j_{(0)}-j_{(1)}\right)/4\right]\right\},$$

(7.31)

$$j_{(3)}=\left(j_{(0)}-j_{(1)}\right)/2+j_{(2)}.$$

(7.32)

Значения параметров l_1 и l_2, при которых траектория точки E приближается к дуге окружности, определяются из следующих соотношений:

$$l_1=sin\left(j_{(0)}\right)/2-sin^2\left(j_{(2)}/2\right)/sin\left(b-j_{(2)}-j_{(0)}/2\right);$$

(7.33)

$$l_2=sin\left(j_{(0)}\right)/2+sin^2\left(j_{(2)}/2\right)/sin\left(b-j_{(2)}-j_{(0)}/2\right).$$

(7.34)

Угол поворота кривошипа 1 при прохождении точкой E участка $E_{(0)}E_{(1)}$, при заданных l_1, l_2, $j_{(1)}$ определяется по формуле

$$cos\, l_1=\left[4\,sin^2\left(j_{(1)}/2\right)-l_1^2-l_2^2\right]/\left(2\,l_1 l_2\right)$$

(7.35)

или при заданных b, $j_{(0)}$, $j_{(1)}$ – по формуле

$$sin^2\left(a_{(1)}/2\right)=sin\left[\left(j_{(0)}-j_{(1)}\right)/2\right]\cdot sin\left[\left(j_{(0)}+j_{(1)}\right)/2\right]\times$$
$$\times sin^2\left(b-j_{(2)}-j_{(0)}/2\right)/$$
$$/\left[sin^2\left(j_{(01)}/2\right)\cdot sin^2\left(b-j_{(2)}-j_{(0)}/2\right)-sin^4\left(j_{(2)}/2\right)\right].$$

(7.36)

Полный угол поворота кривошипа 1 за время прохождения точкой E участка, приближенного к дуге окружности, равен $2a_{(1)}$.

Относительное расстояние от оси шарнира D до центра O окружностей радиусов R_0 и R_1 определяется по формуле

$$\mathbf{l}_{CD} / \mathbf{l}_{BC} = l_3 = \left[sin\left(b - j_{(2)} - j_{(0)} / 2\right) / sin\left(j_{(2)} + j_{(0)} / 2 - b / 2\right)\right] \times$$
$$\times \left[sin\left(j_{(01)} / 2\right) + sin^2\left(j_{(2)} / 2\right) / sin\left(b - j_{(2)} - j_{(0)} / 2\right)\right]$$

. (7.37)

Относительную величину радиуса R_0 находят из уравнения

$$R_0 / \mathbf{l}_{BC} = l_4 = l_3 - 2 sin\left[\left(b - j_{(0)} / 2\right)\right], \quad (7.38)$$

радиуса R_1 – из уравнения

$$\left(R_1 / \mathbf{l}_{BC}\right)^2 = l_5^2 = l_4^2 - sin\left[\left(j_{(0)} - j_{(1)}\right) / 2\right] \times$$
$$\times sin^2\left[\left(j_{(0)} - j_{(1)}\right) / 2\right] \cdot \left(l_2^2 - l_1^2\right) \cdot l_3^2 \cdot sin\left(b / 2\right) /$$
$$/ \left[sin\left(j_{(0)} / 2\right) \cdot sin\left(j_{(1)} / 2\right) \cdot sin^2\left(j_{(2)} / 2\right) \cdot l_2 \right], \quad (7.39)$$

радиуса R дуги окружности, к которой приближена траектория точки E, – из уравнения

$$R_0 / \mathbf{l}_{BC} = l_6 = \left(l_4 + l_5\right) / 2. \quad (7.40)$$

Как следует из расчетной схемы (см. рис. 7.4, *а*, *б*), величина l_6 представляет собой относительную длину звена 4 $\mathbf{l}_{EF} / \mathbf{l}_{BC}$. Максимальное относительное отклонение V траектории точки E от дуги окружности радиуса R вычисляют по формуле

$$V = \left(l_4 - l_5\right) / 2.$$

Таким обрезом, необходимо для вычисления относительных размеров l_1 и l_2 задаться тремя параметрами кругового направляющего механизма: $j_{(0)}$, $j_{(1)}$, b. Однако при произвольном выборе свободных параметров не всегда удается найти действительное решение. В этих случаях необходимо воспользоваться допустимыми областями (справочными картами) существования свободных параметров симметричного механизме [2, с. 59].

Для того, чтобы круговой направляющий механизм не заклинивался, его угол давления не должен выходить за общепринятые допустимые (или заданные) пределы. Наибольшие по абсолютной величине значения угол давления принимает в двух средних положениях механизма (внутреннем и внешнем), когда линия кривошипа совпадает о линией центров неподвижных шарниров.

Проектирование присоединенной группы 4-5. Проектирование этой группы выполняется на основе размеров кругового направляющего механизма и траектории точки E. Длина 4-го звена $\mathbf{l}_{EF}$ равна R, размер $\mathbf{l}_{FG}$ и положение точки G определяют с учетом требуемого размаха возвратно-вращательного движения ведомого звена и допустимых углов давления.

7.5. Механизм глубинного насоса (рис. 7.5).

Условия проектирования:

ход поршня H_5;

длина звена $\mathbf{l}_{CB}$, расстояния $\mathbf{l}$, $\mathbf{l}_{AD}$;

коэффициент изменения средней скорости выходного звена K.

Определить длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$, $\mathbf{l}_{BC}$ и положение оси шарнира A.

Решение этой задачи можно свести к синтезу кривошипно-коромыслового механизма по крайним положениям и коэффициенту изменения средней скорости выходного звена при известных длине коромысла и расстоянии между осями вращения коромысла и кривошипа. В крайних положениях механизма отрезки AB и BC (рис. 7.5, *а*), изображающие кривошип 1 и шатун 2, располагаются на одной прямой линии. При заданном направлении вращения кривошипа в начальном положении механизма шатун является продолжением кривошипа (линия $AB_{(H)}C_{(H)}$), а в конечном положении шатун накладывается на кривошип (линия $B_{(K)}AC_{(K)}$). Для определения крайних положений коромысла 3 воспользуемся известными величинами H_5 и $\mathbf{l}$. При этом поставим условие, что бы угол давления J_{54}, характеризующий соотношение эффективной F_{54}^{3} и вредной F_{54}^{6} составляющих реакции F_{54} и равный углу EDE^* (рис. 7.5, *б*), имел наименьшее максимальное значение. Очевидно, это условие будет выполняться в том случае, если коромысло 3 максимально отклонится в одну и в другую сторону от своего среднего (в данном случае горизонтального) положения, в котором $J_{54} = 0$, на один и тот же угол, то есть в случае соблюдения равенства $\angle C_{(H)}DC^* = \angle C_{(K)}DC^*$ (см. рис. 7.5, *а*). Из прямоугольного треугольника $E_{(H)}E^*D$ следует:

$$\angle C_{(H)}DC^* = J_{54\,max} = arctg\left(\mathbf{l}_{E(H)E^*} / \mathbf{l}\right) = arctg\left(H_5 / 2\mathbf{l}\right). \qquad (7.41)$$

Угол q между линиями кривошипа в крайних положениях механизма (см. рис. 7.5, *а*) определим по формуле (2.2).

Для дальнейшего решения задачи воспользуемся известным из геометрии свойством связанных с окружностью углов: вписанный угол равен половине центрального угла, если они стягиваются одной и той же дугой окружности. Достаточно, используя заданное значение $\mathbf{l}_{CD}$ и найденный по формуле (7.41) угол максимального отклонения коромысла от среднего положения (половину углового хода коромысла) и приняв масштабный коэффициент длины $m_{\mathbf{l}}$, вычертить коромысло 3 в крайних положениях и на полученном отрезке $C_{(H)}C_{(K)}$, как на хорде, построить дугу окружности, стягивающую центральный угол $2q$, чтобы любая точка этой окружности являлась вершиной вписанного угла q, стягиваемого той же дугой. Иными словами, размещение на указанной окружности оси шарнира A позволяет обеспечить требуемое значение коэффициента изменения средней скорости выходного звена K. Центр этой окружности O находится на пересечении продолжения линии C^*D с линией, проведенной через точку $C_{(H)}\left(C_{(K)}\right)$ под углом q к отрезку C^*D (рис. 7.5, *в*). Сделав на данной окружности из центра D засечку радиусом AD, получим положение оси шарнира A, удовлетворяющее значениям K и $\mathbf{l}_{AD}$. Если расстояние $\mathbf{l}_{AD}$ таково, что дуга радиусом AD не пересекается с окружностью с центром в точке O, то нужно описать окружность из центра O', расположенного на продолжении отрезка OC^* и удовлетворяющего равенству $O'C_{(H)} = OC_{(H)}$ (или $O'C_{(K)} = OC_{(K)}$), и найти точку пересечения дуги радиусом AD с этой окружностью.

Используя зависимости (3.9), (3.10), вычислим длины отрезков AB и BC, а по ним – длины звеньев $\mathbf{l}_{AB}$ и $\mathbf{l}_{BC}$.

Более глубокое изложение методов синтеза рычажных механизмов и примеры использования этих методов применительно к различным кинематическим схемам и условиям синтеза приведены в работах [3-9].

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Звонов В.А., Сергеев П.В., Шмерельзон Я.Ф. Выбор основных параметров ромбического механизма двигателя Стирлинга // Двигатели внутреннего сгорания: Респ. межвед. темат. науч.-техн. сборник. – Харьков, 1973. – Вып. 18. – С. 98-111.
2. Теория механизмов и машин. Проектирование / Под ред. О.И. Кульбачного. – М.: Высш. шк., 1970. – 288 с.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975. – 640 с.
4. Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А. Синтез плоских механизмов. – М.: Физматгиз, 1959. – 1084 с.
5. Геронимус Я.Л. Геометрический аппарат теории синтеза плоских механизмов. – М.: Физматгиз, 1962. – 400 с.
6. Попов С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1986. – 295 с.
7. Теория механизмов и машин /Под. ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
8. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. – М.; Высш. шк., 1985. – 279 с.
9. Карелин В.С. Проектирование рычажных и зубчато-рычажных механизмов. – М.: Машиностроение, 1986. – 184 с.

Методические указания
к курсовому проектированию но теории механизмов и машин
"Синтез рычажных механизмов"

Составитель	*Альберт Михайлович* АХТЯМОВ
Редактор	Е.В. ПОЛЯК
Корректор	Н.А. ДЕМЬЯНКО
Техн. редактор	Л.И. СТАМАСОВА