

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

ИЗБРАННЫЕ ЛЕКЦИИ ПО КУРСУ

«Компьютерные технологии проектирования баз данных» на
тему «Построение решетки турбинных профилей
полиномами Безье-Бернштейна»
для магистров специальности 8.05060402 «Турбины»

Составил – д.т.н. Тарасов А.И.,
профессор кафедры
турбиностроения

Харьков
НТУ «ХПИ»
2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ПОЛИНОМ БЕЗЪЕ-БЕРНШТЕЙНА	5
2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ЛОПАТКИ ПОЛИНОМАМИ БЕЗЪЕ-БЕРНШТЕЙНА	9
3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОФИЛЯ ТУРБИННОЙ ЛОПАТКИ	19
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	27

ВВЕДЕНИЕ

Надежность и экономичность паровых и газовых турбин, компрессоров определяется в большой мере совершенством лопаточного аппарата, проектирование которого представляет собой сложный и трудоемкий процесс. Эти его особенности объясняются наличием различных и часто противоречивых требований газодинамики, прочности и технологичности конструкции, которым должна удовлетворять взаимодействующая с рабочим телом рабочая часть лопаток. Решению этих вопросов посвящено достаточно много работ, среди которых можно выделить /1 - 4,6/.

В процессе профилирования, характеризующимся большим количеством различных контрольных проверок с последующим корректированием формы профиля можно выделить два основных этапа:

- проектирование профилей сечения пера лопатки, как профилей плоской решетки с шагом соответствующим радиальному расположению сечения;

- взаимное расположение профилей, как сечений единого целого пера лопатки.

Для построения профилей сопловых и рабочих лопаток их длина разбивается на несколько сечений, находящихся на различных радиусах. Корневое сечение выбирается обычно на расстоянии 2...4 мм от начала переходной галтели между пером лопатки и ее полкой, что позволяет контролировать точность изготовления профиля. Верхнее сечение выбирается, как правило, на таком же расстоянии от верхнего обреза лопатки, что и нижнее от галтели. Остальные сечения располагаются между указанными.

Профилирование лопатки в данной постановке сводится к определению формы выбранных плоских параллельных сечений проектируемой лопатки. На этом этапе необходимо наличие следующих сведений о лопаточных венцах:

- схемы проточной части турбины в меридиональном сечении, выбранной на основе предварительных газодинамических и прочностных расчетов, на которой в первом

приближении указывается ширина и количество сопловых и рабочих лопаток;

- пределы изменения площади сечений по высоте лопатки, задаваемые по результатам предварительного расчета на прочность;

- результатов газодинамического расчета турбины, включающих в себя скорости и направление потока на входе в лопаточный венец и на выходе из него в каждом расчетном сечении;

- конструктивных требований, отражающихся на форме профиля (например, минимальная толщина выходной кромки).

Таким образом, для профилирования каждого сечения необходимо иметь главным образом следующие характеристики: геометрические углы входа и выхода потока β_1 , β_2 , хорду профиля b , угол установки β_y , радиусы входной и выходной кромок лопатки r_1 , r_2 , а также площадь профиля.

Профилирование турбинной лопатки может выполняться с помощью различных математических объектов: окружностями, степенными многочленами, лемнискатами Бернулли, полиномами Безье-Бернштейна и т.д.

При выполнении чертежа профиля вручную чаще всего используют окружности и лемнискаты Бернулли, а при автоматизированном режиме на ЭВМ применяют лемнискаты Бернулли и различные виды полиномов. Каждый способ аппроксимации турбинной поверхности имеет свои преимущества и недостатки. Выбор способа определяется главным образом традициями того или иного конструкторского бюро и спецификой технологии изготовления и эксплуатации лопаточных венцов.

Одно из основных и очевидных требований, предъявляемых к конфигурации лопатки, является ее гладкость и гладкость проходного сечения межлопаточного канала. Под гладкостью кривой будем понимать непрерывность ее первых и вторых производных. Этому условию удовлетворяют два из перечисленных математических объекта, а именно: лемниската Бернулли и полином Безье-Бернштейна.

Анализ использования в автоматизированном режиме лемнискаты Бернулли для этих целей позволил выявить ряд ее недостатков: сложность написания алгоритма программы в силу большого количества различных логических цепочек; отсутствие наглядности при реализации интерактивного режима.

В противоположность этому полином Безье-Бернштейна достаточно прост в программировании и позволяет организовать наглядный интерактивный режим построения профиля сечения лопатки.

1. ПОЛИНОМ БЕЗЬЕ-БЕРНШТЕЙНА

1.1. Для автоматизированного проектирования объектов сложной формы таких, как решетки турбинных и компрессорных профилей /5,6,7/, крыла самолета, кузовов автомобилей и т.д., нашли широкое применение в системах САПР полиномы Безье-Бернштейна. Причиной столь успешного их использования является необычная форма записи, которая позволяет организовать наглядный интерактивный режим построения кривых на плоскости и в пространстве, а также поверхностей, отвечающих желаемым свойствам.

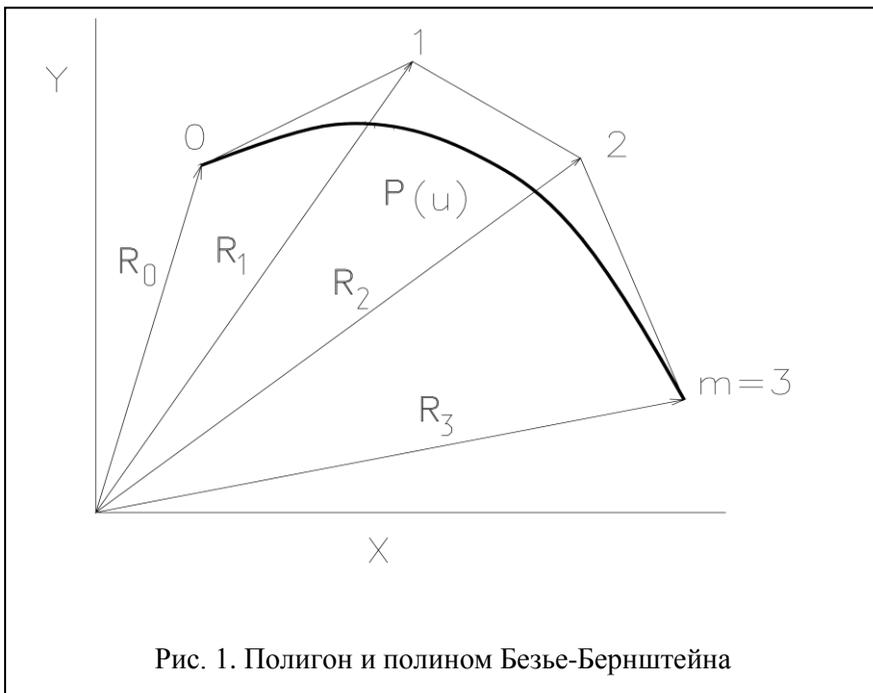
Если обычно степенной многочлен, описывающий произвольную кривую $P(u)$ на плоскости представляется в виде

$$P(u) = \sum_{i=0}^m a_i u^i, \quad (1)$$

где u - нормированный параметр, изменяющийся от 0 до 1, то та же кривая $P(u)$ /рис.1/ может быть определена с помощью полинома Безье-Бернштейна, как

$$P(u) = \sum_{i=0}^m R_{i, B_{i, m}}(u). \quad (2)$$

Здесь \mathbf{R}_i - радиусы-векторы опорных точек полигона, т.е. характеристического многоугольника, управляющего поведением кривой, $B_{i,m}(u) = \binom{m}{i} \cdot u^i (1-u)^{m-i}$ - функции Безье, определяемые выражением



$$B_{i,m}(u) = \binom{m}{i} \cdot u^i (1-u)^{m-i}, \quad (3)$$

где $C_m^j = \binom{m}{j} = \frac{m!}{j!(m-j)!}$ - коэффициенты, имеющие ту же формульную запись, что и при разложении бинома

$$(a+b)^m = \sum_{j=0}^m C_m^j a^j b^{m-j} . \quad (4)$$

При вычислении функций Бернштейна придерживаются следующих соглашений относительно коэффициентов бинома:

1. $C_m^j = 1$ при $j = 0$,
2. $C_m^j = 0$ при $j > m$,
3. $C_m^j = 1$ при $m = j$, для любых m и j , положительных или отрицательных.

Между зависимостями (1) и (2) имеется однозначное соответствие, позволяющее определить значения радиусов опорных точек полигона \mathbf{R}_i по известным значениям коэффициентов \mathbf{a}_i ($i = 0, 1, 2, \dots, m$) и наоборот. Отсюда следует, что полиномы Безье-Бернштейна при проектировании кривых и поверхностей обладают всеми теми же достоинствами и недостатками полинома m -ой степени.

Поэтому рассмотрим только отличительные свойства представления (2), связанные с построением кривой заданной формы.

1.2. Проектируемая кривая β_1 обычно должна удовлетворять ряду условий, среди которых можно назвать следующие:

- прохождение кривой через одну или несколько заданных точек;
- удовлетворение заданной кривизны и наклона касательных в некоторых точках кривой.

В любом случае для определения координат точек характеристического многоугольника /полигона/ необходимо иметь $2(m+1)$ уравнений, где m - порядковый номер последней точки. Для их составления следует знать значения параметра u в тех точках, в которых должны выполняться наложенные условия.

Часто при проектировании кривой задаются такие условия в начальной и конечной точках, т.е. при $u=0$ и $u=1$. Это приводит

к необходимости кроме задания координат крайних точек вычислять в них первые и вторые производных по параметру u .

Дифференцируя (2), имеем

$$\frac{d\mathbf{P}(0)}{du} = m[\mathbf{R}_1 B_{0, m-1}(0) - \mathbf{R}_0 B_{0, m-1}(0)] = m(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_0) \quad (5)$$

$$\frac{d\mathbf{P}(1)}{du} = m[\mathbf{R}_m B_{m-1, m-1}(1) - \mathbf{R}_{m-1} B_{m-1, m-1}(1)] = m(\mathbf{R}_m - \mathbf{R}_{m-1}) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{P}^2(0)}{du^2} &= m(m-1)[\mathbf{R}_2 B_{0, m-2}(0) - 2\mathbf{R}_1 B_{0, m-2}(0) + \mathbf{R}_0 B_{0, m-1}(0)] = \\ &= m(m-1)(\mathbf{R}_2 - 2\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_0) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{P}^2(1)}{du^2} &= m(m-1)[\mathbf{R}_m B_{m-2, m-2}(1) - 2\mathbf{R}_{m-1} B_{m-2, m-2}(1) + \mathbf{R}_{m-2} B_{m-2, m-2}(1)] \\ &= m(m-1)(\mathbf{R}_m - 2\mathbf{R}_{m-1} + \mathbf{R}_{m-2}) \end{aligned} \quad (8)$$

Анализ зависимостей (5-6) показывает, что разность радиусов-векторов двух первых опорных точек и двух последних, т.е. первое и последнее ребро многоугольника, являются касательными к кривой в данных точках. Поэтому изменяя положение точек 1 и $(m-1)$ при заданных координатах точек 0 и m , можно управлять положением касательных.

Часто требуется, чтобы проектируемая кривая имела заданные радиусы кривизны в своем начале и конце. Кривизна k и радиус кривизны ρ определяются соотношением

$$k = \frac{1}{\rho} = \frac{\ddot{x}\ddot{y} - \dot{x}\ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}. \quad (9)$$

Так как в (9) имеются первые и вторые производные, то из формул (5-8) следует, что кривизна в первой и последней точках кривой определяется положением трех первых и последних радиусов-векторов, поскольку кривая $\mathbf{P}(u)$ может быть представлена в виде проекций на оси X и Y

$$\mathbf{P}(\mathbf{u}) = \mathbf{I} \sum_{i=0}^m X_i B_{i,m}(\mathbf{u}) + \mathbf{J} \sum_{i=0}^m Y_i B_{i,m}(\mathbf{u}), \quad (10)$$

где \mathbf{I}, \mathbf{J} - единичные векторы, X_i и Y_i - проекции вектора \mathbf{R}_i на координатные оси.

2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ЛОПАТКИ ПОЛИНОМАМИ БЕЗЬЕ-БЕРНШТЕЙНА

2.1. Построение одиночного профиля лопатки с помощью полиномов Безье-Бернштейна изложено в /7/. Развитие этого подхода на случай построения решетки турбинных лопаток впервые было предложено на кафедре турбиностроения Харьковского политехнического института А.Ф.Слитенко /6/. Рассмотрим основные положения этого метода.

2.2. Исходные данные для построения профиля турбинной лопатки

2.2.1. Для профилирования каждого сечения используются следующие данные (рис. 2):

β_1, β_2 - геометрические углы входа и выхода потока,

b - хорда профиля,

β_y - угол установки,

r_1, r_2 - радиусы входной и выходной кромок лопатки,

t - шаг решетки,

δ - угол отгиба (угол между касательными, проведенными к выпуклой поверхности профиля в горле решетки и точке сопряжения дуги окружности, определяющей выходную кромку, с выпуклой его частью,

ω_2 - угол заострения выходной кромки.

Причем будем полагать, что неварьируемыми параметрами являются только углы входа и выхода потока. Все остальные геометрические характеристики решетки могут изменяться с целью построения оптимального профиля. Кроме того можно

допускать некоторые отклонения геометрического угла входа от реального угла входа потока. В ряде случаев последнее дает положительный результат.

2.2.2. Исходя из геометрических построений ширина и горло решетки определяется, как

$$S = b \sin \beta_y + r_1 (1 - \sin \beta_y - \cos \beta_y) + r_2 (1 - \sin \beta_y + \cos \beta_y), \quad (11)$$

$$a = t \sin \beta_2. \quad (12)$$

Координаты точек сопряжения окружности выходной кромки с кривыми, описывающими выпуклую и вогнутую части лопаток, находятся как

$$X_C = S - r_2 \left[1 - \cos \left(\beta_2 - \frac{\omega_2}{2} \right) \right], \quad (13)$$

$$Y_C = r_2 \left[1 + \sin \left(\beta_2 - \frac{\omega_2}{2} \right) \right], \quad (14)$$

$$X_D = S - r_2 \left[1 + \cos \left(\beta_2 + \frac{\omega_2}{2} \right) \right], \quad (15)$$

$$Y_D = r_2 \left[1 - \sin \left(\beta_2 + \frac{\omega_2}{2} \right) \right], \quad (16)$$

Кривая, аппроксимирующая выпуклую часть лопатки, должна пройти через точку В, что гарантирует заданный размер горла решетки ($a = EB$). Отсюда

$$X_B = S - r_2 - (a + r_2) \cos \left(\beta_2 - \frac{\omega_2}{2} + \delta \right), \quad (17)$$

$$Y_B = r_2 + t - (a + r_2) \sin \left(\beta_2 - \frac{\omega_2}{2} + \delta \right). \quad (18)$$

Координаты точки растекания среды на входной кромке определяются зависимостью

$$X_A = r_1 (1 - \sin \beta_1), \quad (19)$$

$$Y_A = r_2 + (b - r_1 - r_2) \cos \beta_y + (r_1 - r_2) \sin \beta_y - r_1 \cos \beta_1. \quad (20)$$

2.3. Основные соотношения для построения профиля лопатки

Пусть профиль лопатки состоит из двух отдельных полиномов: первый - для спинки профиля, проходящий через точки А, В, С и второй - для корытца профиля, ограниченный точками А, D. Сопряжение полиномов происходит в точке А. Выходная кромка описывается дугой окружности радиусом r_2 между точками С и D.

Опишем вогнутую часть профиля лопатки полиномом четвертого порядка

$$X(u) = \sum_{i=0}^4 X_{ik} B_{i,4}(u), \quad (21)$$

$$Y(u) = \sum_{i=0}^4 Y_{ik} B_{i,4}(u),$$

(22)

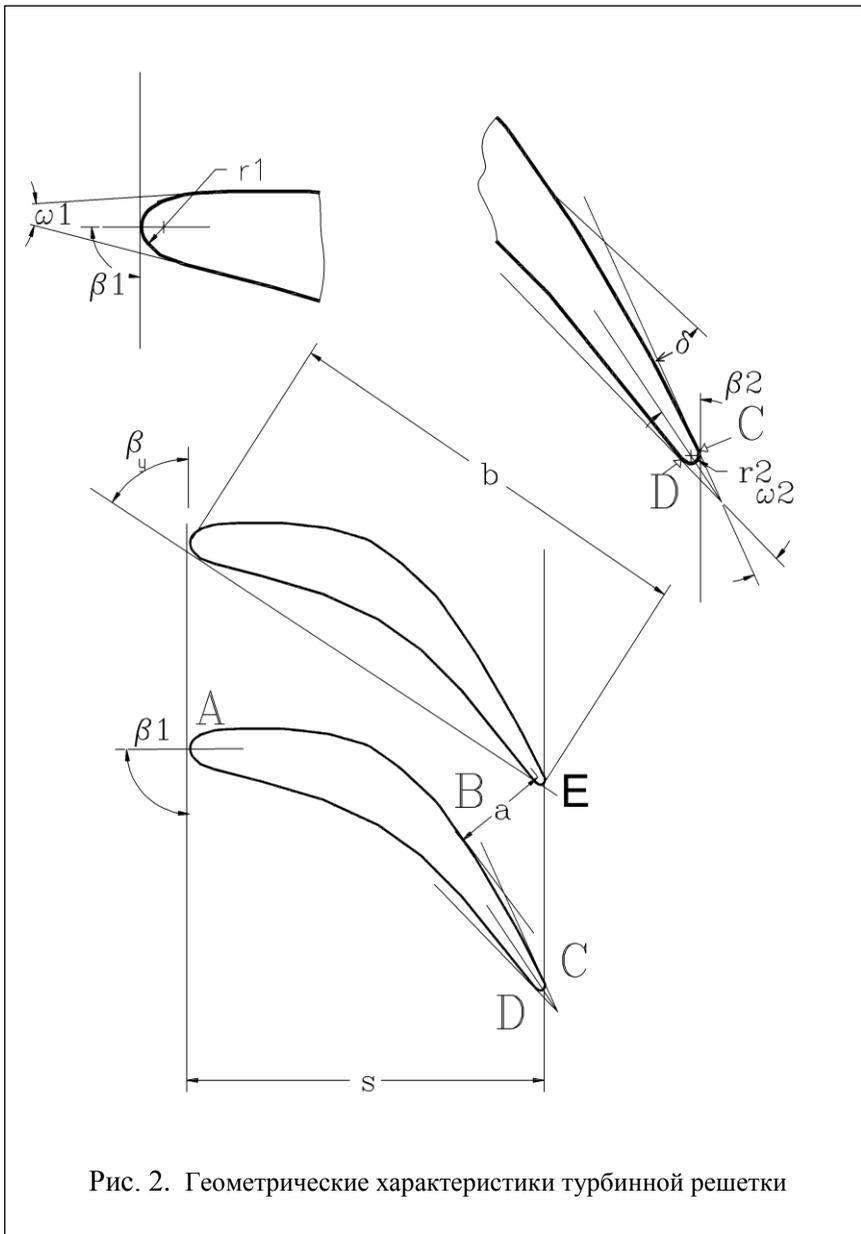
где X_{ik} и Y_{ik} - координаты точек полигона корытца (рис.3).

Для определения координат точек полигона необходимо составить 10 уравнений. Рассчитаем количество наложенных условий.

1. Координаты точки 0 совпадают с координатами точки А, т.е. имеем два уравнения:

$$X_0 = X_A, \quad (23)$$

$$Y_0 = Y_A. \quad (24)$$



2. Аналогично для точки z_{2k} , в которой $u = 1$ имеем два

уравнения

$$X_{4k} = X_D, \quad (25)$$

$$Y_{4k} = Y_D. \quad (26)$$

3. Положение точек 1_k и 3_k определяется уравнением касательных, проведенных к профилю в точках А и D.

Уравнение касательной к профилю в точке А определяется из условия ее перпендикулярности направлению потока, входящего в решетку

$$X_{1k} = X_0 - (Y_{1k} - Y_0) \operatorname{ctg} \beta_1. \quad (27)$$

Касательная, проведенная к профилю в точке D, определяется углом заострения выходной кромки и углом выхода потока. Отсюда абсцисса точки 3_k линейно зависит от ее ординаты

$$X_{3k} = X_{4k} + (Y_{4k} - Y_{3k}) \operatorname{tg} (\beta_2 + 0,5\omega_2). \quad (28)$$

4. Используя заданный радиус кривизны в точке А, имеем

$$X_{2k} = \frac{X_{1k} - X_0}{Y_{1k} - Y_0} (Y_{2k} - 2Y_{1k} + Y_0) + 2X_{1k} - X_0 - \frac{1}{r_1} + \frac{4}{3} + \frac{1}{Y_{1k} - Y_0} \left[(X_{1k} - X_0)^2 + (Y_{1k} - Y_0)^2 \right]^{3/2}. \quad (29)$$

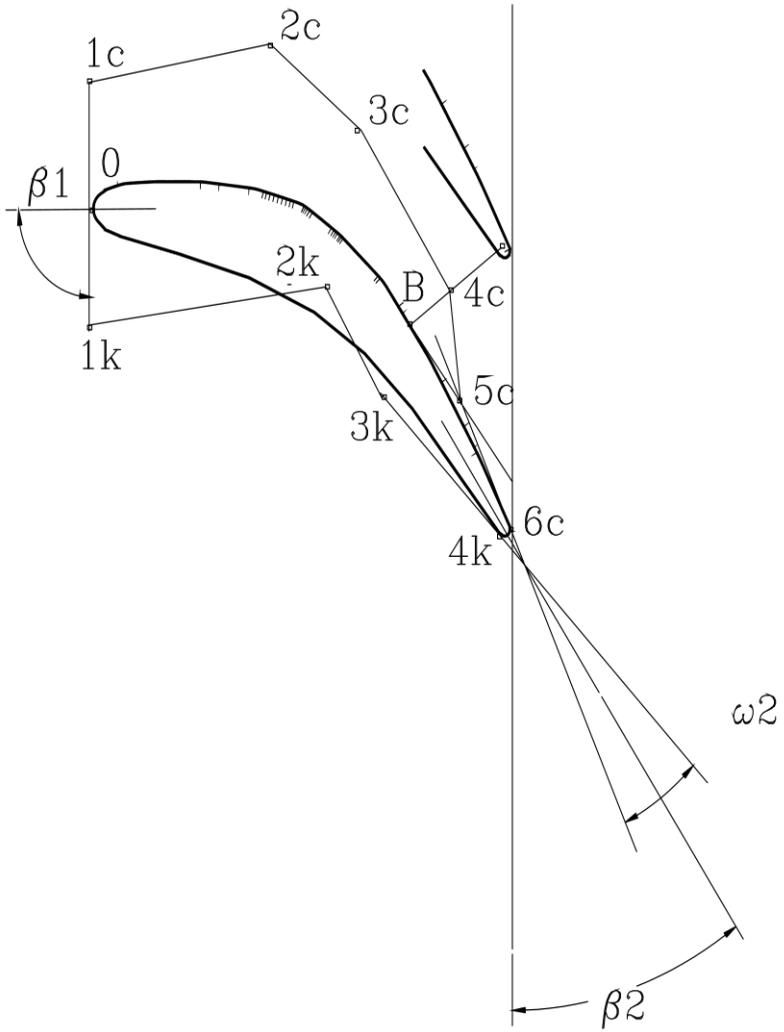


Рис. 3. Расположение вершин полигонов для описания профиля

При фиксированных координатах точек 0 , 1_k это уравнение отражает линейную зависимость между X_{2k} и Y_{2k} .

Суммируя все условия, получаем семь уравнений. Таким образом остается еще три степени свободы у полинома вогнутой части лопатки, которые при *оптимизации* ее формы позволяют перемещать точки 1_k и 3_k вдоль соответствующих касательных, а точку 2_k по прямой, исходя из соотношений (29).

Для *полигона выпуклой части лопатки* / "спинки" / дополнительно накладываются еще два условия: прохождение полинома через точку В и заданный угол отгиба δ . В связи с этим порядок полинома на выпуклой части должен быть увеличен по сравнению с порядком полинома на вогнутой части на две единицы и составит $m = 6$ (рис. 3).

$$X(u) = \sum_{i=0}^6 X_{ic} B_{i,6}(u), \quad (30)$$

$$Y(u) = \sum_{i=0}^6 Y_{ic} B_{i,6}(u),$$

(31)

где X_{ic} и Y_{ic} - координаты точек полигона корытца.

Для точек 1_c , 5_c используются аналогичные условия, что позволяет составить семь уравнений

$$X_0 = X_A, \quad (32)$$

$$Y_0 = Y_A. \quad (33)$$

$$X_{6c} = X_D, \quad (34)$$

$$Y_{6c} = Y_D. \quad (35)$$

$$X_{1c} = X_0 - (Y_{1c} - Y_0) \operatorname{ctg} \beta_1. \quad (36)$$

$$X_{5c} = X_{6c} - (Y_{5c} - Y_{6c}) \operatorname{tg}(\beta_2 - 0,5\omega_2). \quad (37)$$

$$X_{2c} = \frac{X_{1c} - X_0}{Y_{1c} - Y_0} (Y_{2c} - 2Y_{1c} + Y_0) + 2X_{1c} - X_0 -$$

$$-\frac{1}{r_1} + \frac{6}{5} + \frac{1}{Y_{1c} - Y_0} \left[(X_{1c} - X_0)^2 + (Y_{1c} - Y_0)^2 \right]^{3/2}. \quad (38)$$

Перемещения точек 1_c , 2_c , 5_c подчиняется тем же правилам, что и сходные точки полигона вогнутой части. Пусть эти перемещения также являются единственно возможными степенями свободы для полигона выпуклой части. Тогда полагая для некоторого варианта оптимизации известными координаты точек 0 , 1_c , 2_c , 5_c , 6_c , необходимо добавить еще четыре условия для нахождения координат точек 3_c , 4_c .

В /6/ для уменьшения параметров варьирования при сохранении шестого порядка полинома наложены некоторые ограничения. В частности имеется ограничение на перемещение точки 4_c . Предполагается, что она лежит на нормали к кривой полинома, восстановленном в точке В. В этом случае точка 4_c является ближайшей точкой полигона к точке В, т.е. ее влияние на полином в области точки В будет максимальным. Поэтому целесообразно значение параметра в этой точке принять равным $4/6 = 0,667$, что соответствует максимальному значению в этой точке функции $B_{4,6}$.

В результате имеем недостающие уравнения:

- два условия прохождения полинома через точку В

$$\begin{aligned} X_{3c} B_{3,6}(0,667) + X_{4c} B_{4,6}(0,667) = \\ = X_{\%} - \sum_{i=0}^2 X_{ic} B_{i,6}(0,667) - \sum_{i=5}^6 X_{ic} B_{i,6}(0,667), \quad (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{3c} B_{3,6}(0,667) + Y_{4c} B_{4,6}(0,667) = \\ = Y_{\%} - \sum_{i=0}^2 Y_{ic} B_{i,6}(0,667) - \sum_{i=5}^6 Y_{ic} B_{i,6}(0,667); \quad (40) \end{aligned}$$

- и условие прохождения касательной к профилю в точке В с учетом геометрического угла выхода потока β_2 , угла заострения ω_2 и угла отгиба δ (рис. 2,3), т.е.

$$\frac{dY(0,667)}{du} / \frac{dX(0,667)}{du} = -ctg(\beta_2 - 0,5\omega_2 + \delta). \quad (41)$$

Обозначая для простоты правую часть этого выражения, как F , имеем

$$\begin{aligned} & F \frac{dB_{3,6}}{du} X_{3c} + F \frac{dB_{4,6}}{du} X_{4c} - \frac{dB_{3,6}}{du} Y_{3c} - \frac{dB_{4,6}}{du} Y_{4c} = \\ & = \sum_{i=0}^2 Y_i \frac{dB_{i,6}}{du} + \sum_{i=5}^6 Y_i \frac{dB_{i,6}}{du} - F \sum_{i=0}^2 X_i \frac{dB_{i,6}}{du} - F \sum_{i=5}^6 X_i \frac{dB_{i,6}}{du}. \end{aligned} \quad (42)$$

Условие расположения точки 4_c на нормали к полиному записывается, как

$$tg\left(\beta_2 - \frac{\omega_2}{2} + \delta\right) X_{4c} - Y_{4c} = Y_{\%} + X_{\%} tg\left(\beta_2 - \frac{\omega_2}{2} + \delta\right). \quad (43)$$

Решая представленную систему уравнений, находятся координаты точек $3_k, 4_k$.

2.4. Альтернативное решение проблемы построения выпуклой части профиля решетки

2.4.1. В ряде случаев, например при больших углах установки, необходимо увеличение параметров варьирования. Снимем ограничение на перемещение точки 4_c по нормали в точке B и задание параметра u в этой точке равно $0,667$.

Предположим, что *ординаты* точек 3 и 4 верхнего полигона могут задаваться в интерактивном режиме конструктором. Тогда для *абсцисс* этих точек и значения параметра u в точке B должны быть составлены три уравнения.

Последний из этого списка, т.е. параметр u в точке B может быть найден путем поиска действительного корня уравнения шестого порядка

$$\sum_{i=0}^6 Y_{ic} B_{i,6}(u) = Y_B(u), \quad (44)$$

Для этого может быть использован любой метод решения уравнений, например метод Ньютона. В результате решения имеем значение параметра u_B . Далее используя уравнения аналогичные (39) и (42), получаем разрешающую систему уравнений для нахождения абсцисс точек 3 и 4 верхнего полигона

$$\begin{aligned} & X_{3c} B_{3,6}(u_B) + X_{4c} B_{4,6}(u_B) = \\ & = X_{\%o} - \sum_{i=0}^2 X_{ic} B_{i,6}(u_B) - \sum_{i=5}^6 X_{ic} B_{i,6}(u_B), \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} & F \frac{dB_{3,6}}{du} X_{3c} + F \frac{dB_{4,6}}{du} X_{4c} = \\ & = \sum_{i=0}^6 Y_i \frac{dB_{i,6}}{du} - F \sum_{i=0}^2 X_i \frac{dB_{i,6}}{du} - F \sum_{i=5}^6 X_i \frac{dB_{i,6}}{du}. \end{aligned} \quad (46)$$

3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОФИЛЯ ТУРБИННОЙ ЛОПАТКИ

3.1. Целевая функция оптимизации

При оптимизации профиля лопатки в турбинной решетке в качестве целевых функций выбирают аэродинамические и прочностные критерии качества.

В настоящей работе будем ориентироваться на первые из них, т.е. проводить оптимизацию профиля, добиваясь минимума профильных потерь. Известно, что для их определения необходимо иметь распределение скорости на выходе из турбинной решетки. Обычно эта задача в рамках теории Прандтля распадается на две взаимосвязанные. Вначале тем или иным способом /например, как в работе 8 / рассчитывают обтекание турбинной решетки невязкой жидкостью, а затем, используя в качестве граничных условий распределение скорости непосредственно на поверхности лопатки, рассчитывают пограничный слой на выпуклой и вогнутой ее сторонах. Если в результате толщина пограничного слоя оказывается значительной, то данный алгоритм повторяют; причем потенциальное обтекание определяется с учетом толщины вытеснения невязкого потока пограничным слоем.

При решении задачи в такой постановке все потери энергии обусловлены наличием пограничного слоя и зависят от значения его интегральных толщин на выходной кромке лопатки. Например, профильные потери можно найти по зависимости /9/

$$\zeta = 1 - \frac{\psi^2 \sin^2 \beta_2 + \varphi^2 \cos^2 \beta_2}{1 - 2\psi(\varphi - \psi) \sin^2 \beta_2 - 0,1 \frac{d}{t \sin \beta_2}}, \quad (47)$$

где $\psi = 1 - \frac{\delta_c^* + \delta_k^*}{t \sin \beta_2}$; $\varphi = 1 - \frac{\delta_c^{**} + \delta_k^{**}}{\psi t \sin \beta_2}$,

$\delta_c^*, \delta_k^*, \delta_c^{**}, \delta_k^{**}$ - толщины вытеснения и импульса на выходной кромке лопатки соответственно на выпуклой и вогнутой сторонах, d - диаметр выходной кромки.

Исходя из этого, можно считать, что минимизация профильных потерь фактически сводится к минимизации интегральных толщин пограничного слоя на выходной кромке лопатки, которые определяются режимом течения в пограничном слое и условиями его развития на профиле лопатки, т.е. эпюрой потенциального обтекания. Следовательно целевой функцией оптимального построения решетки профилей может являться эта эпюра, а точнее некоторые ее свойства.

Анализ результатов расчетов пограничного слоя показывает, что его толщина и его интегральные толщины меньше, если он формируется при отрицательном градиенте давления, т.е. при ускоренном внешнем течении. Кроме того, в этих условиях затягивается переход из ламинарной формы течения в турбулентную, что также способствует уменьшению профильных потерь. Поэтому лучшей из построенных для заданных геометрических параметров турбинная решетка является та, которая на всей обтекаемой поверхности лопатки, начиная от входной кромки, имеет ускоренный характер течения. Очевидно, что это условие является достаточно жестким, так как в области косога среза на выпуклой части лопатки, как правило, наблюдается диффузорность. Однако следует стремиться, чтобы снижение здесь скорости было минимальным. Следует также иметь в виду, что даже при ускоренном в целом течении вблизи входной кромки могут иметь место локальные максимумы скорости, которые резко ухудшают качество решетки, так как они приводят к раннему переходу из ламинарной формы течения в турбулентную и способствуют появлению отрыва пограничного слоя.

В результате можно сделать вывод, что оптимальная решетка должна иметь эпюру потенциального обтекания почти везде ускоренную за исключением области косога среза на выпуклой поверхности, без локальных максимумов, занимающих даже казалось бы незначительную часть поверхности профиля.

3.2. Механизм управления формой профиля турбинной лопатки

Оптимальная конфигурация профиля, отвечающая заданным условиям достигается, как изменением геометрических характеристик профиля, так и путем перемещения точек:

- $1_k, 1_c$ по касательным, проведенным к профилю лопатки в точке встречи потока;

- $2_k, 2_c$ соответственно по прямым (29,38);

- $3_k, 5_c$ - по касательным, проведенным к профилю в точке сопряжения полиномов вогнутой и выпуклой частей с дугой окружности, описывающей выходную кромку.

В соответствии с алгоритмом 2. 2, для удовлетворения приведенных выше условий производится программно коррекция значений абсциссы соответствующих точек. Поэтому оптимизируя положение точек полигона на ЭВМ в интерактивном режиме следует заботиться только о перемещениях этих точек по ординате.

Оптимизация вогнутой и выпуклой частей лопатки может производиться отдельно. Однако при этом следует добиваться симметричного профиля в области входной кромки. В противном случае геометрический угол входа β_1 не обеспечивает безотрывного входа.

Одновременное перемещение точек 1 и 2 как на вогнутой, так и на выпуклой частях лопатки нецелесообразно, так как положение прямой, по которой перемещается точка 2 зависит от положения точки 1.

Целесообразно после каждого перемещения проводить пересчет, т.е. регенерацию экрана на ЭВМ.

3. ПРИМЕРЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТУРБИННЫХ РЕШЕТОК

3.1. Для профилирования решетки используем следующие данные

$$\beta_1 = 52^\circ, \beta_2 = 24^\circ, \beta_y = 64^\circ,$$

$$\delta = 14^\circ, \omega_2 = 3^\circ$$

$$r_1 = 3 \text{ мм},$$

$$r_2 = 1,5 \text{ мм},$$

$$b = 105 \text{ мм},$$

$$t = 65 \text{ мм}.$$

Профилирование решеток для заданных условий может дать большое разнообразие различных вариантов. Так на рис.4 приведен один из возможных вариантов решетки, а на рис.5 - эпюра обтекания. Анализ характера распределения безразмерной скорости \bar{W} в зависимости от безразмерного расстояния \bar{S} от точки встречи показывает, что созданная решетка будет иметь значительные потери в силу диффузорности течения в межлопаточном канале. Поэтому приведенный вариант не может считаться оптимальным.

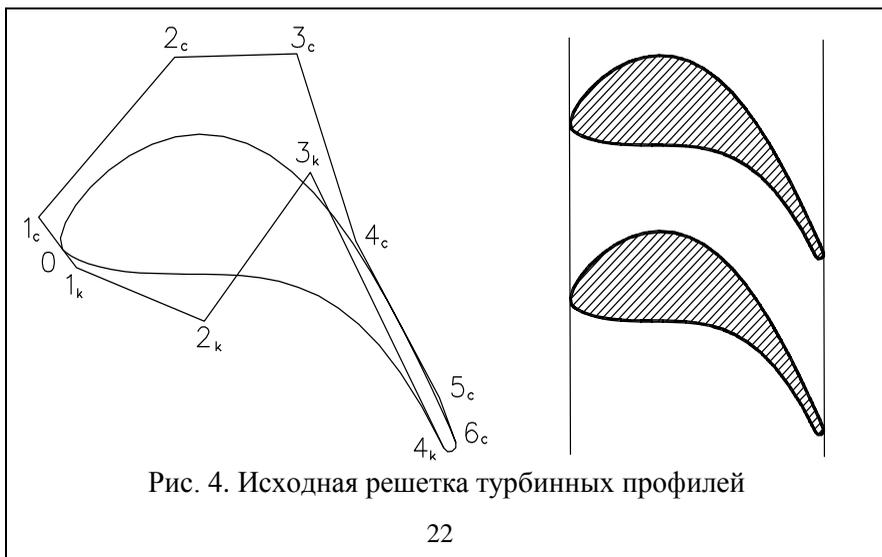
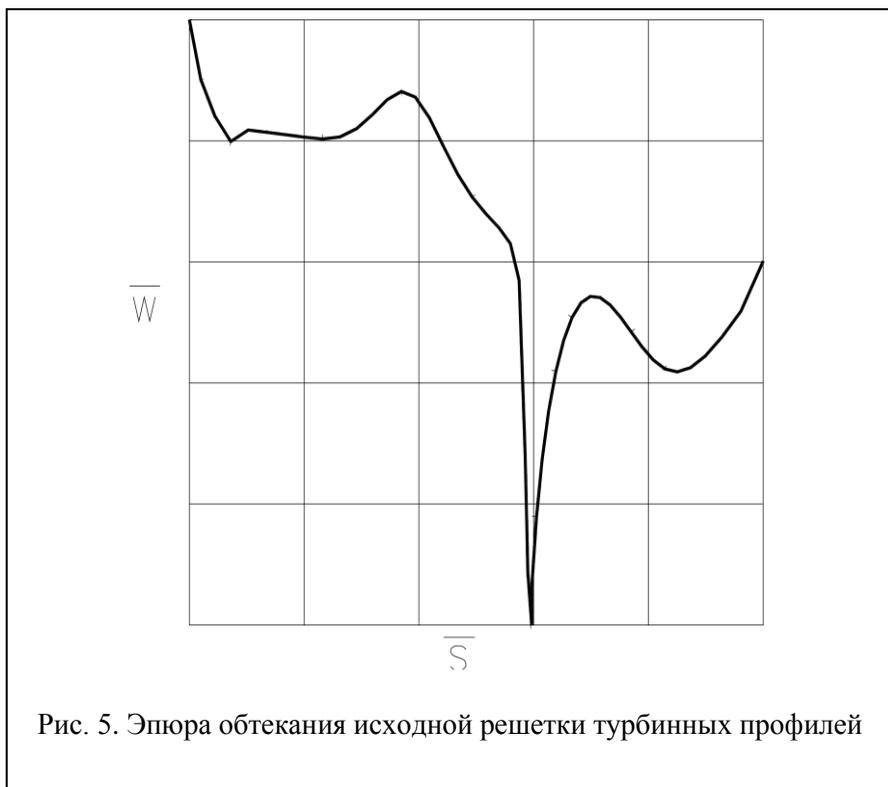
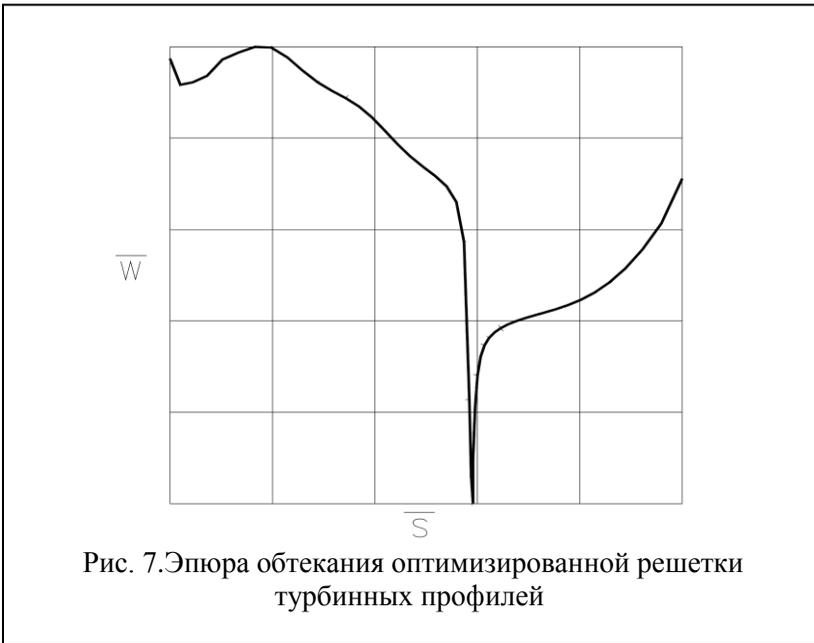
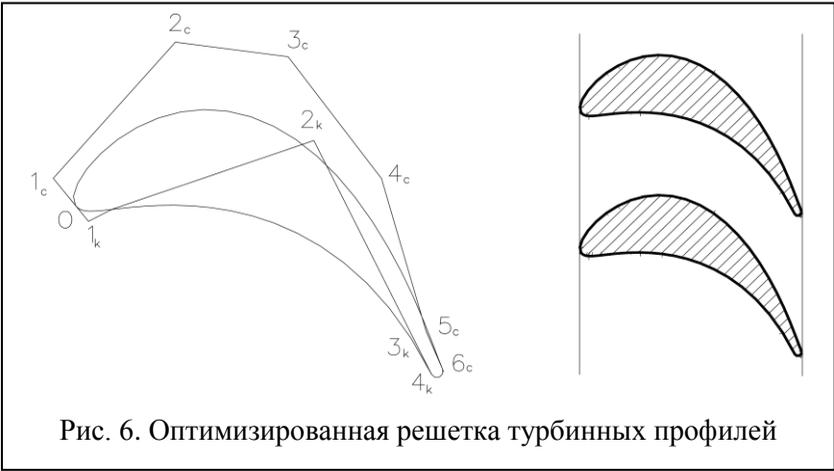


Рис. 4. Исходная решетка турбинных профилей

Дальнейшая оптимизация проводилась перемещением узловых точек верхнего и нижнего полигонов. В частности точки 2 нижнего и верхнего полигонов смещались так, чтобы угол между ребрами 1-2 верхнего и нижнего полигонов был небольшим. Это привело к утонению профиля в целом и особенно в области входной кромки. В результате была создана решетка (рис.6), характер обтекания которой позволяет судить о ее высокой экономичности (рис.7).





3.2. Для примера рассмотрим следующие исходные данные для профилирования решетки :

$$\beta_1 = 45^\circ, \beta_2 = 35^\circ, \beta_y = 80^\circ,$$

$$\delta = 18^\circ, \omega_2 = 6^\circ$$

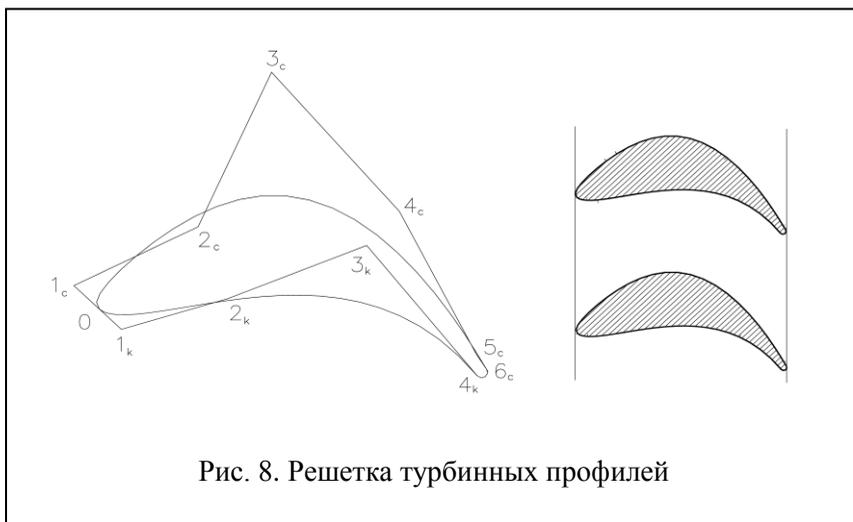
$$r_1 = 3 \text{ мм},$$

$$r_2 = 1,5 \text{ мм},$$

$$b = 105 \text{ мм},$$

$$t = 70 \text{ мм}.$$

Отличительная особенность этой решетки - увеличенный угол установки, затрудняющий построение оптимального профиля решетки. Небольшое отличие углов входа и выхода свидетельствует о том, что канал в целом должен быть слабо конфузورным. Построение таких решеток является достаточно сложной задачей. На рис.8,9 приведены решетка профилей и эпюра обтекания для одного из возможных вариантов построения.



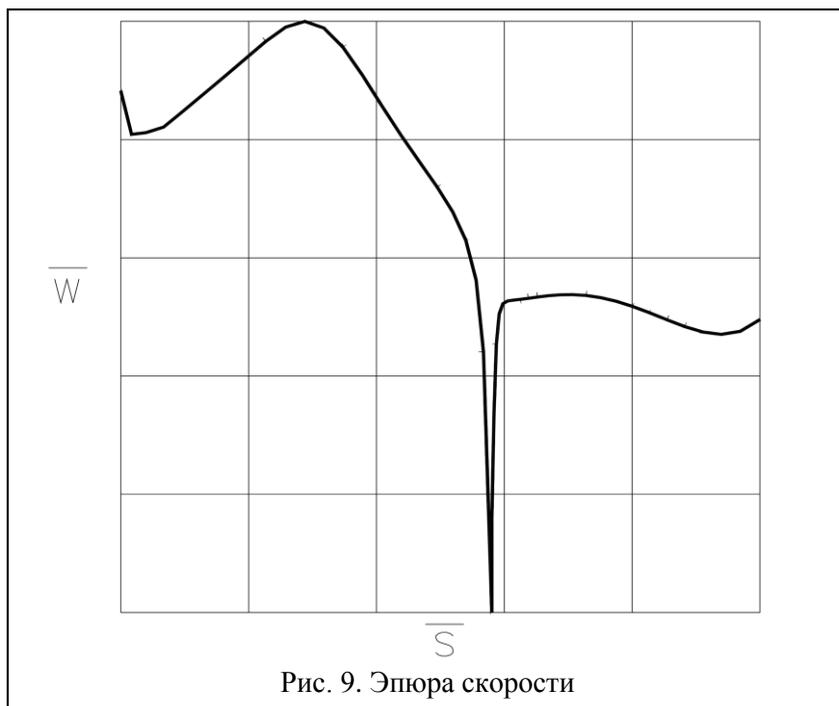


Рис. 9. Эпюра скорости

Характер изменения скорости показывает, что на вогнутой части наблюдается слабые положительные градиенты давления, а на выпуклой в области косого среза - сильные. Видимо полученная решетка далека от оптимальной и следует улучшить ее характеристики варьируя не только положением точек полигона, но и такими параметрами, как шаг решетки, угол установки, углы отгиба и заострения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Аронов Б.М. Автоматизация конструирования лопаток авиационных турбомашин. - М.: Машиностроение, 1978. - 168 с.
2. Аронов Б.М., Жуковский Н.И., Журавлев В.А. Профилирование лопаток авиационных газовых турбин. М.: Машиностроение, 1975, 192 с.
3. Основы проектирования турбин авиадвигателей /А.В.Деревянко, В.А.Копелев, В.А.Журавлев, В.В.Зикеев и др./ Под.ред. С.З.Копелева. - М.: Машиностроение, 1988. - 328 с.
- 4.Бойко А.В., Говорущенко Ю.Н. Оптимальное проектирование проточной части осевых турбин. Харьков: Вища школа, 1982, 217 с.
4. Математика и САПР: В 2-х кн. Кн. 2. /Жермен-Лакур П., Жорж П.Л., Пиастр Ф., Безье П. - М.: Мир, 1989. - 264 с.
6. Слитенко А.Ф., Кузьменко А.А. Построение решеток турбинных профилей с помощью полиномов Безьера-Бернштейна. Изв. ВУЗов, Машиностроение, № 9, 1988, с.77-81.
- 7.Belik L., Havlik P. Aproximace listu lopatky turbostroje Bezierovymi-Bernsteinovymi polynomu. - Strojnický casopis, 36, 1985, p.3.
8. Самойлович Г.С., Нитусов В.В. Сборник задач по гидромеханике. - М.: Машиностроение, 1986, - 152 с.
9. Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. - М.: Физматгиз, 1962,-512 с.