

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ ДРОБНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

*Национальный технический университет «ХПИ»  
Ст.: Савчук А.Н., Глушук А.В., Чернявская Е.Г.  
Рук. ас. О.Н. Андреева*

*"Фракталом называется структура,  
состоящая из частей, которые в каком-то  
смысле подобны целому"  
Б. Мандельброт.*

Понятия фрактал было предложено Бенуа Мандельбротом в 1975 году для обозначения нерегулярных, но самоподобных структур. Рождение фрактальной геометрии принято связывать с выходом в 1977 году его книги «*The Fractal Geometry of Nature*». В 1977 и 1982 годах Мандельброт опубликовал научные труды, посвященные изучению «фрактальной геометрии» или «геометрии природы», в которых разбивал математические формы на составные элементы, оказавшиеся при ближайшем рассмотрении повторяющимися, - что и доказывает наличие некоего образца для копирования. В его работах использованы научные результаты Анри Пуанкаре, Пьер Фату, Гастон Морис Жюлиа, Георг Кантор, Феликс Хаусдорф, работавших в период 1875 – 1925 годов в той же области. Но только в наше время удалось объединить их работы в единую систему. Открытие Мандельброта возымело весомые позитивные последствия в развитии физики, астрономии и биологии.

Фрактал (от латинского «fractus» - разбитый, дробленный, сломанный) представляет собой сложную геометрическую фигуру, которая состоит из нескольких бесконечной последовательности частей, подобных всей фигуре целиком, и повторяется при уменьшении масштаба. Фракталы – геометрические объекты с дробной размерностью. К примеру, фрактальная размерность скомканного бумажного шарика приблизительно равна 2,5.

## **Виды фракталов:**

Алгебраические – фракталы, построенные на основе алгебраических формул иногда весьма простых. Методов получения алгебраических фракталов несколько. В основу положены нелинейные процес-

сы в  $n$ -мерных пространствах (множества Б. Мандельброта и Г.М. Жюлиа, бассейны И. Ньютона и т.д.).

Классическим множеством является множество Б. Мандельброта. Для его построения используются комплексные числа  $Z$  и определяется как  $Z_{n+1} = Z_n * Z_n + C$ . Для всех точек на комплексной плоскости в интервале от  $-2+2i$  до  $2+2i$  выполняем большое количество раз  $Z_n = Z_0 * Z_0 + C$ , каждый раз проверяя абсолютное значение  $Z_n$ . Если это значение больше 2, что рисуем точку с цветом равным номеру итерации на котором абсолютное значение превысило 2, иначе рисуем точку черного цвета. Черный цвет в середине показывает, что в этих точках функция стремится к нулю - это и есть множество Мандельброта. За пределами этого множества функция стремится к бесконечности. А самое интересное это границы множества. Они то и являются фрактальными. На границах этого множества функция ведет себя непредсказуемо - хаотично (рис. 1).

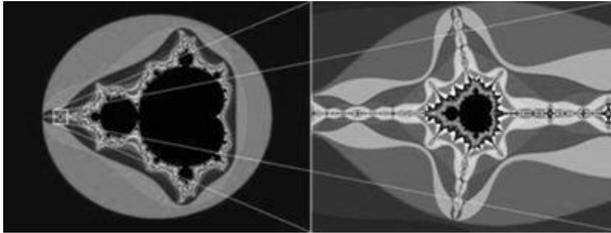


Рис. 1 – Множество Б. Мандельброта. Справа – фрагмент множества, увеличенный до размеров исходного рисунка.

Геометрические – фракталы, получаемые путем простых геометрических построений, обладающие самоподобностью, не изменяющейся при изменении масштаба. Примером такого рода фракталов является треугольник Вацлава Серпинского (см. рис.2), который строится

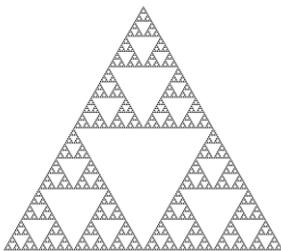


Рис. 2. Треугольник В. Серпинского

по следующему алгоритму: из центра равностороннего треугольника "вырежем" треугольник – получаем три одинаковых треугольника. Повторяем процедуру еще раз для трех образовавшихся треугольников (за исключением центрального) и так до бесконечности. Если теперь взять любой из образовавшихся треугольников и увеличим его - получим точную копию целого. В результате чего получаем полное самоподобие.

Стахостические – фракталы, при построении которых случайным образом изменяются какие-либо параметры. Термин "стохастичность" происходит от греческого слова, обозначающего "предположение". Термин "стохастичность" происходит от греческого слова, обозначающего "предположение". Чаще всего такие процессы используют для получения объектов, с помощью компьютерного моделирования, очень похожих на природные, — несимметричные деревья, изрезанные береговые линии и т.д.



Двумерные стохастические фракталы используются при моделировании рельефа местности и поверхности моря. С помощью компьютерной программы можно построить какие-нибудь объекты живой природы: ветка дерева, корни, ветка папоротника, нервные окончания в организме человека, лист, река.

*Фракталы в природе.* В природе фрактальными свойствами обладают многие объекты, например: кроны деревьев, цветная капуста, лук, облака, кровеносная и альвеолярная системы человека и животных, кристаллы, снежинки, элементы которых выстраиваются в одну сложную структуру, побережья (фрактальная концепция позволила ученым измерить береговую линию Британских островов и другие, ранее неизмеримые, объекты). Ярким примером фрактала в природе является лук. Принцип фрактальности – вложенность.

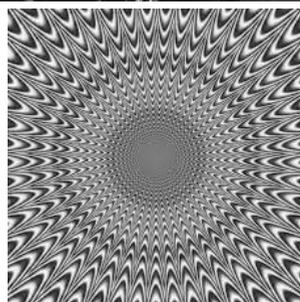


*Фракталы в цифровой технике.* Фрактальная геометрия неоценимый вклад в разработку новых технологий в области цифровой музыки, а так же сделала возможной сжатие цифровых изображений. Существующие фрактальные алгоритмы сжатия изображения основаны на принципе хранения сжимающего изображения вместо самой цифровой картинки. Для сжимающего изображения основная картинка остаётся неподвижной точкой.

*Фракталы в сети.* Принцип фрактального сжатия информации для компактного сохранения сведений об узлах сети «Netsukuku» использует система назначения IP-адресов. Каждый её узел хранит 4 килобайта информации о состоянии соседних узлов. Любой новый узел подключается к общей сети Интернет, не требуя центрального регули-

рования раздачи IP-адресов. Можно сделать вывод, что принцип фрактального сжатия информации обеспечивает децентрализованную работу всей сети, а потому работа в ней протекает максимально устойчиво.

*Фракталы в графике.* Фракталы широко применяются в компьютерной графике – при построении изображений деревьев, кустов, поверхности морей, горных ландшафтов, и других природных объектов. Благодаря фрактальной графике был изобретён эффективный способ реализации сложных неевклидовых объектов, чьи образы похожи на природные: это алгоритмы синтеза коэффициентов фрактала, позволяющие воспроизвести копию любой картинке максимально близко к оригиналу. Интересно, что кроме фрактальной «живописи» существуют так же фрактальная музыка и фрактальная анимация. В изобразительном искусстве существует направление, занимающееся получением изображения случайного фрактала – «фрактальная монотипия» или «стохатипия».



*Фракталы в народном творчестве.* Известные игрушки «Матрешка» - типичный фрактал. Принцип фрактальности очевиден, когда все фигурки деревянной игрушки выстроены в ряд. В игрушке использован принцип вложенности фигурок друг в друга. Не менее интересна роспись игрушки-фрактала. Это декоративная роспись – хохлома. Традиционные элементы хохломы – это травяные узоры из цветов, ягод и веток, один и тот же элемент повторяется несколько раз в разных вариантах и пропорциях. В итоге получается народная фрактальная роспись.

