виберемо з цих значень найгірше $G(x)=\max_i F^{(i)}(x)$. Задача оптимізації нелінійних систем формулюється у вигляді $\min_x G(x)$. Задача векторної оптимізації враховує умови стійкості і порядок виконання обмежень. Рішення цієї задачі дозволить отримати оптимальний вектор варійованих параметрів, що забезпечує якнайкращу якість перехідних процесів для заданої безлічі вхідних дій.

Для оптимізації векторної цільової функції можуть бути використані модифікації генетичних алгоритмів. Модифікації відрізняються від генетичних алгоритмів тим, що застосовуються для мінімізації скалярних функцій, використанням операцій порівняння значень векторних функцій.

Важливими особливостями генетичних алгоритмів в порівнянні з іншими методами оптимізації є використання біологічних понять, ідея колективного пошуку екстремуму за допомогою популяції особин, способи уявлення і передачі генетичної інформації, ідея про переважне розмноження найбільш пристосованих особин. Передача генетичної інформації від батьківських особин до їх нащадків виконується генетичними операторами. Задача оптимізації кодується так, щоб її рішення могло бути представлене у вигляді вектора, який називається хромосомою.

Проведені дослідження дозволяють зробити висновки, що розглянуті методи обчислення показників якості для нелінійних систем автоматичного керування. Ці показники якості є функціями не тільки змінних параметрів, але і вхідної дії на систему керування.

Задачі оптимізації показників якості нелінійних систем автоматичного керування зведені до оптимізації векторних цільових функцій. Залежність показників якості від вхідної дії на систему приводить до необхідності обчислювати для одного значення вектора змінних параметрів безліч значень векторної цільової функції при різних значеннях величини вхідної дії. Шляхом вибору найгіршого зі значень векторної функції визначається результуюча для системи векторна цільова функція.

УДК 519.816

СЕМЕНОВА Ю., ***МОСКАЛЕНКО В.В.,*** канд.техн. наук

АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ТРЕЙНОРА-БЛЭКА

В данной работе рассматривается инвестор, который ставит своей целью сформировать портфель ценных бумаг (ЦБ) на основе критериев максимизации доходности всего портфеля и минимизации риска (при этом рассматриваются как систематический, так и несистематический риск) без ограничения на использования денежных ресурсов при покупке ЦБ.

Математическую постановку задачи можно сформулировать следующим образом: определить вектор $X=\{x_i\}$ долей ЦБ, доставляющий оптимум критериям максимизации доходности портфеля (1) и минимизации риска (2):

$$E(r_p)=\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sim_i + E(r_M)\cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \quad_i \to \max, \qquad (1)$$

$$s_p^2=\pm_M^2 \cdot \sum_{i=1}^{n}(x_i \cdot \quad_i)^2 + s_{\P p}^2 \to \min, \qquad (2)$$

где $E(r_M)$ - ожидаемая доходность по индексу.

Для формирования портфеля ЦБ был разработан алгоритм с использованием модели Трейнора-Блэка.

1. Этап обсуждения параметров нового портфеля с инвестором.

2. Этап процесса разработки пассивного и активного портфелей.

2.1. Определение параметров пассивного (рыночного) портфеля ЦБ: вычисление значений ожидаемой доходности ($E(r_M)$)и риска ($\pm_M^2$) для рыночного индекса на основе статистических данных: $E(r_M)=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} r_{Mj}$, где r_{Mj}- доходность индекса в j–ый период, $j=\overline{1,N}$, N – количество периодов; $\pm_M^2=\frac{1}{N-1}\left\{\sum_{j=1}^{N} r_{Mj}^2-\frac{1}{N}\left(\sum_{j=1}^{N} r_{Mj}\right)^2\right\}$, где $\pm_M^2$ - дисперсия доходности рыночного индекса.

2.2. Определение ЦБ, которые будут входить в портфель инвестора. Здесь возможно 2 варианта:

2.2.А. Инвестор уже остановил свой выбор на определенном наборе ЦБ. В этом случае состав портфеля уже определен, необходимо только вычислить доли ЦБ в портфеле. Для этого, определяем β- и α- коэффициенты по выбранным ЦБ: $\quad_i=\frac{\circ_{M,i}\cdot\pm_i\cdot\pm_M}{\pm_M^2}=\frac{\circ_{M,i}\cdot\pm_i}{\pm_M}$, $\sim_i=\frac{1}{N}\left(\sum_{j=1}^{N} r_{ij}-\quad_i\sum_{j=1}^{N} r_{Mj}\right)$. Затем определяем общий риск одной акции и ожидаемый доход отдельно взятой акции: $s_{общ_i}=\left[\quad_i^2\pm_M^2+s_{\pounds_i}^2\right]$, $E(r_i)=\sim_i+\quad_iE(r_M)$. Далее рассчитываются доли ЦБ $x_i=\frac{E(r_i)-r_f}{\pm^2(r_i)}\Big/\sum_{j=1}^{n}\frac{E(r_j)-r_f}{\pm^2(r_j)}$, где x_i - доля *i*-й ЦБ в портфеле, *i=1…n, n*- количество видов ЦБ, входящих в портфель, $E(r_i)$- ожидаемая доходность *i*-й ЦБ в портфеле, $\pm^2(r_i)$- стандартное отклонение для *i*- й ЦБ, r_f - ставка доходности по безрисковым ЦБ. Результатом расчетов является портфель ЦБ, который будет состоять из выбранных самим инвестором активов.

2.2.Б. Во втором случае, состав ЦБ заранее не определен, поэтому предлагается построение активного портфеля ЦБ.

2.3. Критерием отбора ЦБ, включаемых в активный портфель, является положительный «альфа»-коэффициент. Остальной механизм определения долей активного портфеля остается прежним.

2.4. Активный портфель представляет собой набор высокоэффективных, но в тоже время рискованных ЦБ. β- и α –коэффициенты по активному портфелю определяются как: $\alpha_{PF} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \alpha_i$, $\beta_{PF} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \beta_i$, $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$. Ожидаемая доходность и риск активного портфеля определяется следующим образом: $E(r_{PF}) = \alpha_{PF} + \beta_{PF} \cdot E(r_M)$, $s_{PF}^2 = \beta_{PF}^2 \cdot \sigma_M^2 + s_{\varepsilon PF}^2$, где $\beta_i^2 \cdot \sigma_M^2$ - несистематический риск.

2.5. Сравнение ожидаемого значения риска инвестора (σ_{inv}) с уже полученными значениями ожидаемых доходности и риска активного и пассивного портфелей. Здесь возможны три варианта.

2.5.1. Значение ожидаемого риска инвестора расположено выше значения риска активного портфеля инвестиций ($\sigma_{inv} \geq \sigma_{PF}$). В этом случае инвестору предлагается использовать активный портфель ЦБ.

2.5.2. Значение ожидаемого риска инвестора лежит между значениями активного и пассивного портфелей. ($\sigma_M \leq \sigma_{inv} \leq \sigma_{PF}$). В работе предлагается использовать метод многокритериальной оптимизации – метод уступок. Первым критерием в данной работе является минимизация риска $f_1 = s_p = \beta_p^2 \sigma_M^2 + s_{\varepsilon p}^2$, вторым критерием является – максимизация ожидаемой доходности $f_2 = E(r_p) = \alpha_p + \beta_p E(r_M)$. Тогда механизм нахождения оптимального портфеля инвестора можно представить следующим образом. Выбирая величину уступки по риску, в пассивный портфель включаются акции, не входящие в индекс. Для каждой уступки по риску будет сформирован портфель ЦБ. Таким образом, будет сформировано множество эффективных портфелей.

2.5.3. Значение ожидаемого риска инвестора лежит ниже значения риска индексного портфеля ($\sigma_M \geq \sigma_{inv}$). В этом случае для инвестора будет оптимальным являться рыночный (индексный) портфель инвестора.

3. Этап предоставления результатов инвестору для анализа и принятия решения. Инвестор будет выбирать тот портфель, который соответствует точке касания кривой безразличия и множества эффективных решений.

Таким образом, формирование портфеля ценных бумаг путем объединения активного и пассивного портфелей позволяет с одной стороны - учесть недооцененные рынком бумаги, которые являются высокоэффективными, но в тоже время и высокорискованными, с другой стороны – снизить ожидаемый риск портфеля, добавляя в него «надежные», бумаги из рыночного (пассивного) портфеля ценных бумаг.