УДК 681.5.015.42

**СЛИПЧЕНКО Ю.Л., ХУДЯЕВ А.А.,** канд. техн. наук

# ИДЕНТИФИКАЦИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИЙ ЛАГЕРРА

Идея применения разложений по так называемой системе ортогональных функций *Лагерра*, высказанная еще *Н. Винером*, позволяет непосредственно по экспериментальным данным получить аналитическую модель оценки спектральной плотности случайного процесса (СП) в виде удобной дробно-рациональной функции частоты. Такая аналитическая оценка спектральной плотности $S_{XT}(\omega)$, как известно, необходима для синтеза систем управления при случайных воздействиях по критерию минимума дисперсии ошибки, вычисление которой сегодня осуществляют обычно с помощью наиболее подходящего и эффективного метода рекуррентных уравнений *К. Острема*.

Предложенный подход к идентификации спектральной плотности СП недостаточно отражен в технической литературе. Кроме того, популярные пакеты прикладных программ *Matlab, MathCAD, Maple* не содержат необходимого программного обеспечения с соответствующим пользовательскими возможностями.

Функцией Лагерра n-го порядка $L_n(t)$ называется функция вида:

$$L_n(t)=(-1)^n e^{-t}\sum_{i=0}^{n} 2^{n-i+1/2}\frac{l_{n-i}}{n!}t^{n-i}=\sqrt{2}e^{-t}\sum_{t=0}^{n} l^*_{n-i}t^{n-i}, \quad t\ge 0, \qquad (1)$$

где $l^*_{n-i}$ - коэффициенты разложения:

$$l^*_{n-i}=(-1)^n 2^{n-i}\frac{l_{n-i}}{n!}=(-1)^i 2^{n-i}\frac{n!}{[(n-i)!]^2 i!}, \quad \forall i=\overline{0,n}. \qquad (2)$$

Реализация $x_T(t)$ СП $x(t)$, заданна на выбранном интервале конечной длительности $t\in[0, T]$. Определив оценку текущего спектра реализации $\hat{X}_T(j\omega)=\int_0^T x_T(t)e^{-j\omega t}dt$, в качестве оценки спектральной плотности $S_x(\omega)$ случайного процесса $x(t)$ при достаточно больших $T$ $(T<\infty)$ получим:

$$S(\omega) \approx S_{x_T}(\omega) = \frac{1}{T}[\overline{\hat{X}_T(j\omega)} \cdot \hat{X}_T(j\omega)] = \frac{1}{T}\left|X_T(j\omega)\right|^2 . \qquad (3)$$

Разложим процесс $x_T(t)$ в ряд по функциям Лагерра $L_n(t)$ $(n=\overline{0,N})$

$$x_T(t) \approx x_{T,N}(t) = \sum_{n=0}^{N} c_n L_n(t) . \qquad (4)$$

Так как последовательность функций Лагерра $\{L_n(t)\}_0^\infty$ образует полную ортонормированную систему функций, обращающихся в нуль при $t<0$, то при достаточно больших $N$ равенство будет удовлетворятся с любой степенью точности. При этом коэффициенты $c_n$ ряда (4) должны вычисляться (оцениваться) по формуле:

$$c_n \approx \hat{c}_n = \int_0^T L_n(t) x_T(t) dt \qquad \forall n = \overline{0,N} . \qquad (5)$$

Изображение функции Лагерра:

$$S_{x_T}(\omega) \approx \hat{S}_{x_T}(\omega) = V_{x_T}(S) \cdot V_{x_T}(-S) = \frac{2}{T} \sum_{k=0}^{N} c_k \frac{(1+j\omega)^k}{(1-j\omega)^{k+1}} \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{N} c_n \frac{(1-j\omega)^n}{(1+j\omega)^{n+1}} == \frac{2}{T} \sum_{k=0}^{N} \sum_{n=0}^{N} c_n c_k \frac{(1+j\omega)^k (1-j\omega)^n}{(1-j\omega)^{k+1} (1+j\omega)^{n+1}} \qquad (6)$$

Определив требуемый порядок $N$ приближения реализации СП $x_T(t)$ с помощью (1) и вычислив значение оценок соответствующих коэффициентов $C_n$ $(n=\overline{0,N})$ разложения оценки СП $x_{T,N}(t)$ в ряд, можно не только рассчитать оценочную кривую спектральной плотности $\hat{S}_{x_T}(\omega)$, но и определить соответствующее аналитическое выражение для оценки $\hat{S}_{x_T}(\omega)$.

В работе получены конкретные аналитические выражения оценок формирующих операторов спектральных плотностей $V_{x_T}(S)$ для значений порядка приближения аппроксимирующего ряда от N=0 до N=8. Рассмотренный у МКР алгоритм реализован в виде компьютерной программы, которая может быть реализована в ПКМ *Maple*.

**Список літератури:** **1.** *Люк Ю.*Специальные математические функции и их аппроксимации . Пер. с англ. Под ред. К.И.Бабенко. – М.:Мир, 1980. – 608 с. **2.** *Худяєв А. А.* Алгоритм расчета дисперсий ошибок многоканальных итерационных систем методом рекуррентных уравнений//Автоматика. – 1986. - № 6. – С.43-52. **3.** *Худяев А. А.* Вычисление интегральных квадратичных функционалов качества линейных систем рекуррентным методом К.Острема // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 1999. - № 1. – С. 94-102.