

однако значительно его превосходят по скорости (время решения указанной задачи для манипулятора ПУМА-560 составляет доли секунды).

**Вывод.** В данной работе приведено решение с помощью ССКА КиДиМ ряда задач динамики пространственных движений манипуляционных систем роботов. В первом случае предлагаются алгоритмы решения задач проектирования траекторий схвата как комплексной задачи – обратной задачи кинематики, обратной задачи динамики, прямой задачи кинематики. Предложено использовать динамический метод и метод Ньютона с получением начального приближения по динамическому методу и продолжения решения по параметру. Получено удовлетворительное решение указанных задач. Предложенные алгоритмы имеют практическое значение для решения задач указанных классов, так как приведены алгоритмы их решения в общем виде.

**Список литературы:** 1. Андреев Ю. М. О динамике голономных систем твердых тел / Ю. М. Андреев, О. К. Морачковский // Прикл. механика. - 2005. - Т. 41, №7. - С. 130-138.  
2. Андреев Ю. М. Универсальный алгоритм решения задач кинестатики и его применение для расчетов порталного крана / Ю. М. Андреев // Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве : 6-я Междунар. науч.-техн. конф. : труды. — Харьков : ХНПК «ФЭД», 2002. — С. 297—300.

УДК 519.6

**ЗЯГУН Г. Ю., ПЛАКСІЙ Ю. А.**, канд. техн. наук, доцент

## **АНАЛІТИЧНЕ РОЗКЛАДАННЯ ЧАСТИННОГО РОЗВ'ЯЗКУ КІНЕМАТИЧНИХ РІВНЯНЬ В КВАТЕРНІОНАХ**

Основний текст друкується через один порожній рядок після назви. Вирівнювання по ширині, відступ 1.0 см.

Розглядається задача визначення орієнтації в безплатформених інерціальних навігаційних системах (БІНС), заснованій на застосуванні алгоритмів визначення повороту, що використовують первісну інформацію про обертання твердого тіла на такті  $[t_{n-1}, t_n]$  у вигляді приростів інтегралів від проекцій вектора абсолютної кутової швидкості  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$  на пов'язані осі позірних поворотів [1]:

$$\theta_{ni}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i dt, i = 1, 3. \quad (1)$$

Відомо [1], що загальне рішення кінематичного рівняння:

$$\Lambda = 0,5\Lambda \circ \omega \quad (2)$$

представляється у вигляді формули додавання поворотів:

$$\Lambda_n = \Lambda_{n-1} \circ \Delta\Lambda_n, \quad (3)$$

де  $\Lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T$  - кватерніон орієнтації;

$\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ ,  $\Lambda_n = \Lambda(t_n)$ ,  $\Lambda_{n-1} = \Lambda(t_{n-1})$ ;

$\Delta\Lambda_n$  - частинний розв'язок рівняння (2) з початковою умовою  $\Lambda(0) = (1, 0, 0, 0)^T$ ;

$\circ$  - знак кватерніонного множення.

Існуючі алгоритми визначення повороту, як правило, є результатом формальних розкладень частинного розв'язку  $\Delta\Lambda_n$  в ряд, що містить кінцеві різниці «назад»  $\theta_n^* = (\theta_{n1}^*, \theta_{n2}^*, \theta_{n3}^*)^T$  вектора позірною повороту різного порядку [1]. При цьому не враховується той факт, що  $\omega_i$  є рішеннями відповідних динамічних рівнянь.

Покладемо  $t_0 = 0$  і отримаємо розкладання частинного розв'язку  $\Delta\Lambda$  кінематичного рівняння (2) на інтервалі  $[0, t]$  у вигляді степеневого ряду в термінах позірних поворотів (1) з урахуванням динамічних рівнянь Ейлера:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= a_1 \omega_2 \omega_3 + m_1, \\ \dot{\omega}_2 &= a_2 \omega_3 \omega_1 + m_2, \\ \dot{\omega}_3 &= a_3 \omega_1 \omega_2 + m_3, \end{aligned} \quad (4)$$

з початковими умовами:

$$\omega_i(0) = \omega_{i0}, \quad i = 1, 3, \quad (5)$$

$$a_1 = (I_2 - I_3)/I_1,$$

де  $a_2 = (I_3 - I_1)/I_2$ , - динамічні коефіцієнти;

$$a_3 = (I_1 - I_2)/I_3,$$

$I_1, I_2, I_3$  - головні моменти інерції твердого тіла ( $I_1 \geq I_2 \geq I_3$ );

$$m_i = \frac{M_i}{I_i}, \quad i = 1, 3;$$

$M_1, M_2, M_3$  - проекції вектора головного моменту  $M$  на зв'язані пов'язані осі.

Прийmemo, що на такті зйому первинної інформації (1) приведені моменти  $m_i = m_i(t_{n-1})$  - постійні і обмежені за величиною:

$$m_i = 0 \quad \omega^2, \quad i = 1, 3, \quad (6)$$

де  $\omega = \max_{t \in [t_{n-1}, t_n]} \omega(t)$ .

**Список літератури:** 1. Бранец В.Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский – М.: Наука, 1973. – 320 с. 2. Бранец В.М. Введение в теорию безплатформенных инерционных навигационных систем. / В.М. Бранец, И.П. Шмыглевский – М.: Наука, 1992. – 290 с.