

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ПРУЖИННО-МАЯТНИКОВОЇ СИСТЕМИ З ТЕРТЯМ В ОКОЛІ ВНУТРІШНЬОГО РЕЗОНАНСУ

Міхлін Ю.В., Плаксієв К.Ю.

*Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»,
м. Харків*

Дослідження дисипативних коливальних систем поблизу внутрішнього резонансу має велике прикладне значення, оскільки наявність дисипації енергії у реальних системах впливає на стійкість її рухів.

Розглядається пружинно-маятникова система, рівняння руху якої:

$$\begin{cases} \ddot{x} + p^2 x + 2\varepsilon\eta_x \dot{x} - \alpha(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) = 0 \\ \ddot{\theta} + 2\varepsilon\eta_\theta \dot{\theta} + \sin \theta - \ddot{x} \sin \theta = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де позначено $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l}}$, $p = \frac{\omega_1}{\omega_2}$, $\alpha = m/(m+M)$, $\tau = \omega_2 t$.

У системі (1) існують дві нелінійні нормальні форми коливань: локалізовані вертикальні коливання та нелокалізовані зв'язані.

До системи (1) була застосована методика зведення до редукованої системи відносно її повної енергії, арктангенса відношення амплітуд та різниці фаз, дослідження якої на рівноважні розв'язки показало, що залежно від рівня початкової енергії система може потрапити в область, де з'являється біфуркація, а вертикальні коливання втрачають стійкість і відбувається перехід до двох форм зв'язаних коливань. З часом, коли енергія спадає, відбувається вихід з цієї області, біфуркація зникає, а вертикальна форма знов стає стійкою.

Для системи (1) було проведено додаткове дослідження на стійкість вертикальних коливань на основі лінеаризованих рівнянь у варіаціях та зведення їх до рівняння Мат'є. Отримано: стійкість вертикальних коливань залежить від часу, що підтверджує результати дослідження за редукованою системою. Области нестійкості на амплітудно-частотній характеристиці звужуються з часом, тобто нестійкі на початку процесу вертикальні коливання з плином часу набувають стійкості.

Отримані принципово нові результати щодо умов існування рухів, відповідних нелінійним нормальним формам коливань, їх стійкості, біфуркацій і особливостей застосування методики зведення до редукованої системи для суттєво нелінійних систем. Достовірність аналітичних результатів підтверджується чисельними та чисельно-аналітичними експериментами на ПЕОМ за допомогою програм на C++ та засобів пакету Matlab.