

РЕКУРРЕНТНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ

Маций О.Б.

*Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет,
г. Харьков*

Задача о назначениях (ЗН) является одной из задач упорядочения работ на транспорте. Она относится к классу задач составления расписаний движения транспортных средств на маршрутах и состоит в назначении конкретных транспортных средств на конкретные маршруты в соответствии с уже выбранными для них расписаниями. В результате чего для каждого транспортного средства оказываются установленными как маршруты его движения так и графики движения по этим маршрутам. Таким образом, одновременно с задачей составления расписания решается и задача маршрутизации движения каждого транспортного средства.

Широко известные методы решения ЗН, такие, как венгерский метод, метод Кана-Мункреса и метод потенциалов, построены с использованием разных подходов, применяемых в комбинаторной оптимизации, и характеризуются разной временной сложностью, не меньшей, чем $O(n^3)$, где n – порядок матрицы стоимостей.

Опишем рассматриваемый здесь алгоритм решения ЗН, исходя из её формулировки в следующем виде.

Для матрицы стоимостей (весов) $C = [c_{ij}]_n$, где $c_{ij} \in R_0^+$ или $c_{ij} = \infty$, R_0^+ – множество неотрицательных действительных чисел, найти

$$C(\sigma) = \min_{\pi} \sum_{i=1}^n c_{\pi[i]}. \quad (1)$$

Здесь $\pi = (\pi[1], \pi[2], \dots, \pi[n])$ – перестановка множества $\{1, 2, \dots, n\}$ номеров столбцов матрицы C , $\sigma = (\sigma[1], \sigma[2], \dots, \sigma[n])$ – оптимальная перестановка стоимостью $C(\sigma) = \sum_{i=1}^n c_{\sigma[i]}$, $c_{\sigma[i]} \neq \infty$, $i = \overline{1, n}$, или решение ЗН. Перестановку $\pi = (\pi[1], \pi[2], \dots, \pi[n])$, в которой $c_{\sigma[i]} \neq \infty$, $i = \overline{1, n}$, назовем допустимым решением ЗН. Заметим, что ЗН с матрицей стоимостей, содержащей элементы $c_{ij} = \infty$, может не иметь решения. В этом случае необходимо установить, что множество допустимых решений задачи пусто. Будем искать σ , пошагово увеличивая на единицу число элементов k , $k = \overline{1, n}$, последовательности, образующей определенную часть допустимого решения ЗН.

В работе изложен алгоритм решения одного из вариантов ЗН, стоимость которого понижена до $O(n^2)$. Показано, что данный алгоритм выполняет функции процедуры, встроенной в метод ветвей и границ для быстрого вычисления более точных нижних оценок стоимости замкнутых маршрутов в задаче коммивояжера. Описан рекуррентный метод решения ЗН, технически упрощающий наиболее распространенный венгерский метод.