НЕПЕРЕРВНА ЕТАЛОННА МОДЕЛЬ ОБЕРТАННЯ ТВЕРДОГО ТІЛА НА ОСНОВІ ПРЕДСТАВЛЕННЯ КВАТЕРНІОНА ОРІЄНТАЦІЇ В ФУНКЦІЇ КУТІВ КРИЛОВА

Плаксій Ю.А.
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків

На етапі проектування системи безплатформеної орієнтації рухомого об’єкту для отримання оцінок похибок алгоритмів визначення орієнтації застосовують аналітичні еталонні моделі обертання твердого тіла, в яких кватерніони орієнтації і квазікоординати (прирости уявних поворотів на такті обчислень) представляються неперервними явними функціями часу. Звичайно такі моделі обмежені випадками конічного руху та регулярної прецесії. Оскільки реальний рух об’єкта не завжди відповідає цим випадкам, для більш детального аналізу алгоритмів необхідно мати інші моделі, що дозволяють протестувати алгоритми в умовах інших випадків обертань об’єкта як твердого тіла.

Представимо модельний кватерніон орієнтації у вигляді, подібному до залежності, яка існує між його компонентами та кутами Крилова:

$$\lambda_0(t) = \cos\varphi(t)\cdot\cos\psi(t)\cdot\cos\theta(t) + \sin\varphi(t)\cdot\sin\psi(t)\sin\theta(t);$$
$$\lambda_1(t) = \cos\varphi(t)\cdot\cos\psi(t)\cdot\sin\theta(t) - \sin\varphi(t)\cdot\sin\psi(t)\cos\theta(t);$$
$$\lambda_2(t) = \cos\varphi(t)\cdot\sin\psi(t)\cdot\cos\theta(t) + \sin\varphi(t)\cdot\cos\psi(t)\sin\theta(t);$$
$$\lambda_3(t) = \sin\varphi(t)\cdot\cos\psi(t)\cdot\cos\theta(t) - \cos\varphi(t)\cdot\sin\psi(t)\sin\theta(t). \qquad (1)$$

де кути повороту є функціями часу, тобто $\varphi(t) = k_1 t$, $\psi(t) = k_2 t$, $\theta(t) = k_3 t$.

Проекції вектора кутової швидкості на зв’язані осі можна отримати з оберненого кінематичного рівняння $\omega = 2\tilde{\Lambda}(t)\circ\dot{\Lambda}(t)$, а квазікоординати модельного руху визначаться як перші різниці компонент вектора позірного повороту

$$\theta^*_{ni} = \theta_i(t_n) - \theta_i(t_{n-1}),\ i = 1,2,3, \qquad (2)$$

де

$$\theta_1(t) = -\frac{k_1}{k_2}(\cos 2k_2 t - 1) + 2k_3 t;$$

$$\theta_2(t) = -\frac{k_1}{2(k_3 + k_2)}(\cos(2k_3 + 2k_2)t - 1) - \frac{k_1}{2(k_3 - k_2)}(\cos(2k_3 - 2k_2)t - 1) + \frac{k_2}{k_3}\sin 2k_3 t;$$

$$\theta_3(t) = \frac{k_1}{2(k_3 + k_2)}\sin(2k_3 + 2k_2)t + \frac{k_1}{2(k_3 - k_2)}\sin(2k_3 - 2k_2)t + \frac{k_2}{k_3}(\cos 2k_3 t - 1). \qquad (3)$$

В результаті проведеного чисельного експерименту для кінематичної моделі (1) побудовані траєкторії $\lambda_i(\lambda_0)$ в конфігураційному просторі. Показано, що запропонована аналітична модель (1) – (3) при різних значеннях частот k_1, k_2, k_3 описує достатньо широкий набір рухів твердого тіла, що суттєво відрізняються від випадків конічного обертання та регулярної прецесії. Для відомих алгоритмів визначення орієнтації четвертого порядку за допомогою еталонної моделі (1) – (3) отримані оцінки точності у вигляді похибок дрейфу. Наводяться результати аналізу точності алгоритмів для різних реалізацій моделі.