КРИВАЯ АСТРОИДА И ЕЁ СВОЙСТВА

Бережний В.О., Ковальова А.А.
Национальный технический университет «Харьковский полтехнический институт», г. Харьков

Бурное развитие компьютерных технологий позволяет создавать цифровые изображения высокого качества, для чего и необходимо изучать различные геометрические фигуры, чтобы с их помощью облегчить задачу построения первоначальных эскизов рисунков. Обычно в графических редакторах выбор объектов для рисования очень скуден, поэтому данные исследования могут помочь в создании различных паркетов, бордюров, орнаментов и декоративных узоров. Также свойства замечательных кривых часто используются в технике, поэтому их необходимо изучать. Кроме того, формы и способы построения замечательных кривых очень разнообразны, их свойства не перестают удивлять своей гармоничностью и красотой. Астроида (от греч. astron - звезда и eidos – вид, астроида – звездообразная) – плоская кривая, служащая траекторией точки, лежащей на окружности радиуса r, катящейся без трения изнутри по неподвижной окружности радиуса R = 4r (Рис.1). Принадлежит к гипоциклоидам. Уравнение астроиды в декартовой прямоугольной системе координат имеет вид: $x^{2/3}+y^{2/3}=R^{2/3}$. Параметрические уравнения астроиды можно привести к виду: $x=R\cos^3 t$; $y=R\sin^3 t$. Астроида также является алгебраической кривой рода 1 (и шестого порядка): $(x^2+y^2-R^2)^3+27R^2x^2y^2=0$. Свойства Астроиды: имеются четыре каспа, т.е. четыре точки возврата, в которых кривая линия разделяется на две (или более) ветви, имеющие в этой точке одинаковый направляющий вектор; длина дуги от точки с 0 до $t\leq\pi/2$: $L=(3/2)R\sin^2 t$; длина всей кривой равна 6R; радиус кривизны $r(t)=(3/2)R\sin 2t$; площадь, ограниченная кривой $S=(3/8)\pi R^2$; отрезок касательной к астроиде, заключенный между осями координат, для любой точки астроиды имеет одну и ту же длину, равную R; эволюта астроиды подобна ей, но вдвое больше неё и повёрнута относительно неё на 45°; астроида (вытянутая вдоль оси) является эволютой эллипса.

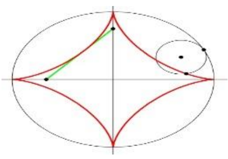

Рис.1 Построение астроиды.

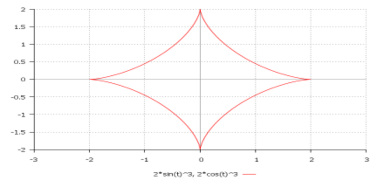

Рис.2 Астроида в Maple.

Построение кривой было реализовано в математическом комплексе Maple с параметрами $x=2\cos^3 t$; $y=2\sin^3 t$ (Рис.2). Таким образом, исследование замечательной кривой астероиды показало её оригинальность и эстетическую значимость в области дизайна.